

**GUIDE  
PEDAGOGIQUE:  
La Réalité Virtuelle  
en cours de  
mathématiques**

“

***La seule source de  
connaissances est  
l'expérience***

”

ALBERT EINSTEIN



# Sommaire

- 04** UNE APPROCHE NON-FORMELLE DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
- 32** MATHÉMATIQUES ET TROUBLES D'APPRENTISSAGE
- 35** INTEGRER LA RV DANS L'APPROCHE NON-FORMELLE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES
- 41** ASPECTS PÉDAGOGIQUES DE LA RV
- 50** ASPECTS PRATIQUES DE L'UTILISATION COMBINÉE DE L'APPROCHE NON-FORMELLE ET DE L'INNOVATION TECHNOLOGIQUE DE LA RV POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

# Une approche non-formelle dans l'enseignement des mathématiques

## INTRODUCTION ; QUE SIGNIFIE UN ENSEIGNEMENT NON-FORMEL DES MATHÉMATIQUES ?

*Éducation non formelle : éducation comprenant une activité éducative organisée en dehors du système formel et conçue pour servir un public et des objectifs éducatifs identifiables*


Coombs, Prosser and Ahmed, 1973

L'éducation non formelle présente plusieurs des caractéristiques inhérentes à l'éducation formelle, car elles partagent toutes deux un engagement envers l'apprentissage et l'acquisition de connaissances, et sont donc développées selon un programme d'études conçu de manière méthodologique et des ressources scientifiquement fondées. Cependant, il existe de nombreux points de non-convergence, le plus évident étant que l'éducation formelle a lieu dans un bâtiment scolaire, tandis que l'éducation non formelle peut avoir lieu dans n'importe quel endroit. En conséquence, l'éducation non formelle peut utiliser des clubs, des camps, des réunions de groupe, des activités sportives ou artistiques, ou des manifestations pour mener à bien un travail éducatif, se déroulant ainsi dans divers environnements sociaux et communautaires et sous diverses formes.

### **Une éducation démocratique à travers l'apprentissage par l'expérience**

L'éducation non formelle pourrait être bénéfique au développement de diverses manières. Comme le prétendent Van Horn, Flanagan et Thomson (1998), l'éducation non formelle favorise l'apprentissage par l'expérience, le privilège du choix personnel et elle permet différents types de relations interpersonnelles. Grâce à l'affectation structurée du travail, comme les tâches et les activités créatives, les jeunes sont encouragés à prendre des décisions liées au mode de travail qu'ils préfèrent pour être amenés à acquérir avec succès des connaissances, se sentant ainsi flexibles pour étudier en profondeur leurs capacités et certains de leurs intérêts naissants.

La base de l'éducation non formelle souligne le lien de l'individualité avec la société, de telle sorte que toutes les activités peuvent répondre aux besoins et aux demandes des individus, mais dans le cadre des défis que la société elle-même appelle de ses vœux (Carver, 1998). En ce sens, l'individu et la société ont une relation mutuelle donnant donnant.




**Enfield (2001) soutient également que le paramètre de l'apprentissage expérientiel favorise le développement des compétences et des connaissances, car il est conçu dans un environnement de travail pleinement engagé.**

Les méthodes d'éducation non formelles, au niveau de l'école, "favorisent le développement positif des jeunes, quels que soient la méthode, le cadre ou les antécédents des jeunes concernés " (Russel, 2001).

Dans le cadre de ce processus expérimental, les jeunes ont la possibilité de développer une série de compétences non techniques - impliquant la possibilité d'explorer des aptitudes, des compétences et des valeurs personnelles qui ne sont pas toujours facilement détectables dans le cadre éducatif des systèmes formels - telles que : la gestion organisationnelle, le travail d'équipe, la gestion des conflits, la planification, la coordination et l'organisation, la confiance en soi et l'estime de soi, le sens pratique, la responsabilité, le leadership, l'affinement de la capacité à résoudre des problèmes de manière pratique, la discipline, la conscience interculturelle et de nombreuses autres compétences non techniques en corrélation avec l'éducation globale.

**Pour conclure, l'éducation non formelle semble avoir une influence bénéfique sur quatre piliers fondamentaux qui sont imbriqués dans la vie des jeunes :**

- **dans le développement personnel** : elle aide les jeunes à mettre en valeur leur confiance en soi et l'estime de soi, de prendre conscience de leurs forces et de leurs faiblesses, et d'être ainsi encouragés à agir en dehors des limites du district de leur zone de confort, ainsi qu'à découvrir l'éventail de leurs capacités, de leurs dons et de leurs talents ;
- **dans le développement d'une citoyenneté active** : elle cultive les compétences sociales et les compétences liées à la citoyenneté, ainsi qu'à l'expression et à la compréhension des différentes opinions dans nos sociétés de plus en plus diversifiées. Elle familiarise les jeunes avec des concepts et des structures sociales et politiques importants, ainsi qu'avec le devoir de participation active et démocratique ;
- **dans le but de favoriser l'employabilité** : c'est peut-être la meilleure façon d'acquérir les compétences horizontales que le marché du travail exige : pensée critique et créative, initiative, résolution de problèmes, évaluation des risques, prise de décisions, gestion constructive des émotions et de la résilience ;
- **dans la formation de sociétés plus humaines** : car elle rapproche les gens, constituant une force puissante dans le façonnage du comportement humain. Il renforce la capacité d'empathie, ce qui aide à comprendre la mentalité et les sentiments des autres. Et cette capacité augmente la sensibilité sociale des individus, luttant ainsi contre les comportements stéréotypés et d'autres phénomènes interdépendants tels que l'intimidation, les préjugés, le racisme.



En général, les méthodes d'apprentissage non formelles maintiennent une tradition vivante en Europe, car depuis les années 1990, elles sont considérées comme la principale méthodologie du Conseil de l'Europe - avec sa philosophie inhérente - en termes de programmes de jeunesse qui sont organisés avec l'utilisation exclusive de fonds européens.

### **L'apprentissage des mathématiques dans des contextes éducatifs non formels**

A l'heure actuelle, des études telles que celles de Carraher et Schliemann (2002) réaffirment l'idée que les mathématiques non formelles peuvent constituer une base sur laquelle les apprenants peuvent réellement s'appuyer pour acquérir des connaissances mathématiques plus sophistiquées. Ces deux auteurs considèrent que les activités non formelles en classe devraient permettre à l'apprenant d'expérimenter une pluralité de situations, d'outils et de concepts mathématiques qui rendent explicites les liens entre les mathématiques de la vie quotidienne et celles développées à l'école.

Avec les mathématiques non formelles, l'apprenant est au cœur de l'apprentissage : il découvre, manipule et modélise. Elles peuvent être basées sur l'apprentissage individuel et collectif dans le cadre d'une approche collective globale, elles sont participatives et centrées sur l'apprenant, elles sont basées sur l'action et l'expérience.

**Les mathématiques non formelles peuvent donc démystifier les mathématiques afin de leur donner de la saveur dès le plus jeune âge et, par conséquent, encourager les STEM (Science, Technologie, Ingénierie et Mathématiques) à contribuer au développement économique de nos pays.**

## OUTILS D'APPRENTISSAGE DANS L'ÉDUCATION NON-FORMELLE

### Qu'est-ce qu'un outil d'apprentissage ?

Comme nous le verrons plus loin, il est assez difficile de comprendre ce que la notion de *méthodes non formelles* implique réellement, en se limitant à sa définition claire. En fait, il serait beaucoup plus facile d'essayer de comprendre ces méthodes à travers leurs caractéristiques, tout en gardant à l'esprit qu'elles peuvent être classées de manière concise en quatre sous-catégories :

- Les méthodes de communication, basées sur l'interaction, le dialogue et la médiation ;
- Les méthodes axées sur l'activité, basées sur l'expérience, la pratique et l'expérimentation ;
- Les méthodes axées sur la société, basées sur le partenariat, le travail d'équipe et le réseautage ;
- Les méthodes autodirigées, basées sur la créativité, la découverte et la responsabilité.


#### Source

*Symposium du Conseil de l'Europe sur l'éducation non formelle : Rapport (2001)*

Par conséquent, si l'éducateur/enseignant/formateur a l'intention d'utiliser une, voire une combinaison de méthodes non formelles qui reposent sur les catégories précédentes, afin de faciliter le processus d'apprentissage d'un concept mathématique, il doit avant tout concevoir un outil éducatif complet qui sera fondamentalement composé de méthodes non formelles.

C'est pourquoi nous considérons qu'il est important pour l'instant d'expliquer ce qu'est un outil d'apprentissage, comment le reconnaître et quels sont les critères auxquels un outil doit répondre.

Ainsi, après avoir fourni ces informations théoriques, ainsi que trois exemples analytiques d'outils mathématiques (un pour chaque groupe d'âge séparément) consistant en des méthodes d'éducation non formelle, l'éducateur/enseignant/formateur qui s'occupe de l'enseignement des notions mathématiques, sera capable de concevoir et de construire ses propres outils pour l'apprentissage.



Pour commencer, un outil éducatif est avant tout un *instrument* que l'on peut associer à une démarche et qui est développé pour faciliter un processus d'apprentissage. En d'autres termes, l'outil constitue un support qui se construit sur la base d'une approche méthodologique et pédagogique, dans le but premier d'aider un public à comprendre ou à apprendre, et donc à acquérir de nouvelles connaissances.

Par conséquent, un outil éducatif a la capacité de transformer des objectifs éducatifs clairement définis en pratique, tout en engageant le groupe cible dans le processus d'apprentissage. L'une de ses caractéristiques les plus importantes est qu'un outil doit être capable *d'être utilisé seul*. Cela signifie que l'outil doit développer un processus éducatif peut-être court, mais complet, qui n'a pas besoin d'autres détails externes supplémentaires pour avoir un sens.

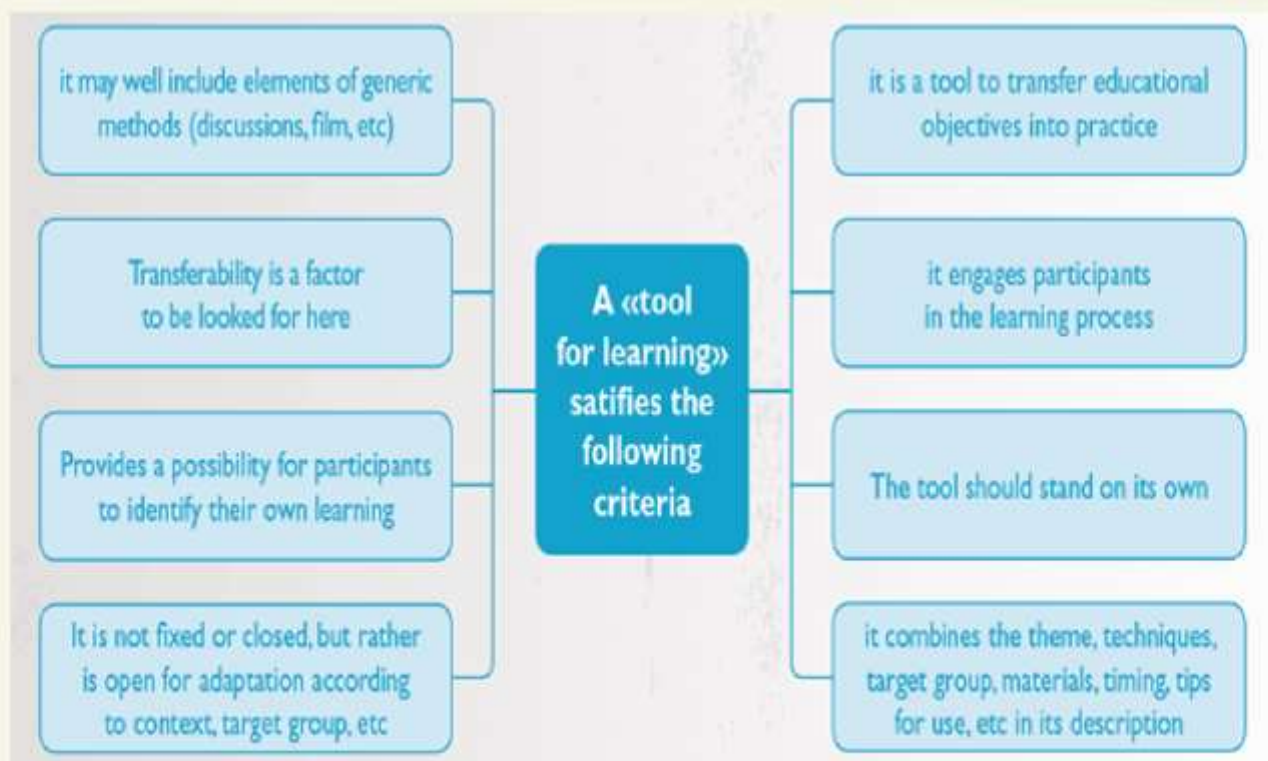
Le fait qu'un outil doit pouvoir *être utilisé seul* n'implique pas nécessairement qu'il ne puisse jamais être modifié ; au contraire, un outil éducatif doit être suffisamment modifiable et *ouvert*, de manière à pouvoir être utilisé dans différents contextes, en donnant toujours la possibilité d'être adapté, combiné et développé, en fonction des conditions réelles et de l'environnement dans lequel il est appliqué. Cette caractéristique inhérente à un outil - qui constitue parallèlement l'un de ses objectifs fondamentaux - est appelée *transférabilité*.

N'oublions pas qu'un outil éducatif combine des méthodes non formelles qui peuvent être des méthodes basées sur la communication, sur l'activité, sur le social et/ou sur l'autonomie. Ainsi, un outil d'apprentissage peut être un exercice de simulation tel qu'un jeu de rôle, un atelier qui favorise la créativité et développe des caractéristiques imaginaires ou fictives, une activité qui se déroule à l'extérieur ou une activité qui invoque des processus et des faits expérientiels découlant de la vie quotidienne. Un outil éducatif peut être un jeu, une vidéo interactive, une histoire, une discussion, une fabrication, un film, une photo ou une image accompagnée d'un texte, ou même une combinaison de certaines (ou de toutes les) choses mentionnées précédemment, toujours données dans un ordre logique et d'une manière qui facilite en fait l'expérience d'apprentissage.



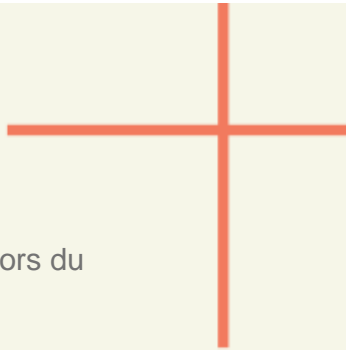
## Principes pour la conception d'un outil d'apprentissage

Comme il ressort du paragraphe précédent, un outil d'apprentissage dans l'éducation non formelle se distingue par des caractéristiques particulières, qui sont soumises à certains critères. Ces *critères* ou *principes* auxquels un outil doit obéir sont présentés dans le schéma suivant :



Source : Colloque du Conseil de l'Europe sur l'éducation non formelle : Rapport (2001)

Selon le diagramme, un bon outil d'apprentissage dans l'éducation non formelle doit combiner les huit critères en même temps. Par conséquent, lorsque l'éducateur/formateur/enseignant a l'intention de créer ses propres outils pédagogiques, il pourrait utiliser le diagramme précédent comme liste de contrôle afin d'être certain que son outil est réussi, dans la mesure où sa construction est basée sur des principes valables et objectifs.



En outre, quelques autres points utiles qui doivent être pris en considération lors du processus constructif d'un outil éducatif sont résumés ci-dessous :

- Un outil doit donner un sens ;
- Un outil doit être facile à utiliser par tout le monde (ou par le groupe cible pour lequel il a été conçu), sans exclure personne du processus d'apprentissage ;
- Un outil doit être écrit dans un langage précis et doit transmettre des messages clairs et vivants ;
- Un outil doit faciliter les processus d'ajout d'informations, de modification et d'adaptation ;
- Un outil doit être dynamique et attrayant, tout en mettant l'accent sur les processus interactifs ;
- Un outil doit être équilibré et doit promouvoir la notion d'équilibre, en servant à la fois l'individualité et la collectivité ;
- Un outil doit provoquer les apprenants à repousser leurs limites, en les forçant à sortir de leur zone de confort, sans pour autant être effrayant ou paraître inaccessible ;
- Un outil doit constituer une invitation à voyager dans tous les espaces possibles par les chemins de l'imagination et de la créativité.
- Un outil doit servir l'idée *d'apprendre en faisant*.

## Aide à l'enseignement : médias and techniques

Au cours de la procédure de construction d'un outil éducatif, l'éducateur/enseignant/formateur doit garder à l'esprit qu'il faut suivre une méthodologie concrète, composée d'étapes claires, qui pourrait probablement obéir au projet suivant :

***Titre / Fourchette d'âge ou groupe cible / Durée / Concepts mathématiques dont traite l'outil / But général / Objectif / Instructions d'utilisation (processus étape par étape) / Matériels et ressources / Médias / Techniques et méthodes / Conseils pour l'éducateur / Résultats et compétences souhaités / Débriefing / Questions pour l'évaluation.***

En conséquence, après s'être assuré des **Concepts Mathématiques** que l'outil traitera et avoir pris des décisions finales sur **le But général** et les **Objectifs** de l'outil, l'éducateur peut être prêt à rédiger **les Instructions d'utilisation**, en donnant de manière analytique **le processus étape par étape**. Avant même de finaliser ce processus, l'éducateur/enseignant/formateur peut définir le **Matériel Didactique** qu'il aura l'intention d'utiliser. Et en disant **Matériel Didactique**, nous entendons le support pédagogique qui est principalement composé de tous les **Médias et Techniques** qui seront inclus dans le processus de conception et de construction d'un outil. A ce stade, il est bon de noter que, souvent, les **Médias** sont donnés de façon mélangée avec une ou plusieurs **Techniques**, c'est-à-dire qu'il n'est pas toujours possible de distinguer les Médias des Techniques correspondantes.

Compte tenu de tout ce qui précède, une liste des médias et techniques les plus fréquemment utilisés est fournie dans le tableau suivant :

TEACHING SUPPORT OR AID:	MEDIA	TECHNIQUE	MIXED MEDIA AND TECHNIQUES
	White board or Paperboard	Use of White Board or Paperboard in order to present, observe and/ or summarize a new knowledge etc.	
	Computer	Use of Computer in order to present data, to complete a task, to conduct research on a topic, to use a specific program etc.	
	E-Video	The projection of an E-Video in order to give information on a topic or a concept. It could be a documentary, a film etc.	
	Video Projector	Use of Video Projector in order to facilitate the process of a video presentation.	
	Book	Use of a Book in order to say a story, to introduce a new concept, to give new knowledge, to provide historical or other features, to cultivate a positive stance towards a topic or a concept, to cultivate imagination, to broaden the field of knowledge, etc.	
	Photos or Pictures with or without Text	Use of photos in order to convey a vivid message, to represent a concept or a task, to give explanatory information, to make the instructions more precise, etc.	
	Graphs, Tables, Diagrams, Maps	Use of Graphs, Tables, Diagrams and Maps in order to depict information, to provide features in a more readable way, to map an order of information.	
	Graphics	Use of Graphics in order to make the presentation of other Media more attractive, to add meaning in a text, etc.	
			Games: To learn easily, to absorb a new concept, to show the applicability of a concept, to cultivate a positive stance towards a concept, etc.
			Stories/Storytelling: To introduce a new concept, to give new knowledge, to provide historical or other features, to cultivate a positive stance towards a topic or a concept, to

			<p>cultivate imagination, to broaden the field of knowledge, etc.</p> <p>Case Study: To provide a new knowledge through giving a concrete example, to add new possible methods of making a research, to learn how a theory is being applied, etc.</p> <p>Simulation Exercise (such as Role-Play): to introduce and absorb a knowledge within a creative way, to put one in a position of another person, to cultivate empathy and compassion, etc.</p> <p>Group Discussions and Presentations: To urge the exchange of opinions and knowledge, to learn how to raise good argumentation, to work on communication skills, to build-up one's own methodology in discovering and presenting something, to learn how to make research related to a specific topic, to learn how to put the things down in well-organized way</p>
--	--	--	---

# UN EXEMPLE D'OUTILS NON FORMELS LIÉS AUX MATHÉMATIQUES QUI POURRAIENT ÊTRE INCORPORÉS DANS LES PROGRAMMES OFFICIELS DE MATHÉMATIQUES

## UN EXEMPLE DU PROJET *INFORMATH* FINANCÉ PAR L'EUROPE

Dans cette section, nous fournissons au lecteur un bon exemple d'outil non formel, à savoir *L'élève guerrier : Une aventure dans le Calcul* qui a été récupéré du projet Erasmus+ *Informath*. Cet outil spécifique constitue un livre-jeu qui aide les étudiants (16-18 ans) à tester leurs capacités d'analyse des fonctions.

### *L'étudiant guerrier : Une aventure dans le Calcul*

#### **Groupe Cible**

La tranche d'âge des élèves est celle des 16-18 ans du secondaire. Les élèves doivent avoir appris le calcul infinitésimal et l'étude des fonctions.

#### **Durée**

La durée du jeu peut aller jusqu'à 30 minutes, selon les capacités des élèves dans le calcul infinitésimal.

#### **Concepts mathématiques**

Le jeu traite des concepts mathématiques de fonctions, de graphes, de la monotonie, de la dérivabilité, du signe de la fonction, de l'extrema et de la concavité.

#### **Objectifs généraux**

La bande dessinée *L'élève guerrier* est un jeu qui aide les élèves à tester leurs capacités d'analyse des fonctions. Pendant le jeu, les élèves devront analyser une fonction en plusieurs étapes. De nombreuses erreurs courantes et fondamentales sur l'étude des fonctions sont intégrées dans l'histoire. Ainsi, ces erreurs seront peut-être évitées par les élèves, puisqu'ils pourront les visualiser à l'aide d'un graphique et d'une aventure mathématique facile à mémoriser.

## Compétences

Résolution de problèmes, confiance en soi, prise de décision.

## Matériels et ressources

Le jeu de bande dessinée *L'élève guerrier* est un petit livre de 44 pages. Chaque élève qui participe à l'aventure doit avoir à sa disposition un stylo ou un crayon et du papier, afin de répondre aux questions du quiz.

## Procédure étape par étape

### En général, pour ce livre jeu :

Le scénario du livre d'aventures mathématiques se déroule dans deux mondes parallèles : un monde où le lecteur est un élève qui résout un exercice et un monde où le lecteur est un guerrier dans une aventure. Chaque élève qui participe à l'aventure doit lire la bande dessinée et résoudre correctement les énigmes / problèmes. Selon la réponse que l'élève donne à chaque étape, la bande dessinée dirige le lecteur vers une page différente que le combattant gagnera ou perdra. Ainsi, si le lecteur, en tant qu'élève, suit correctement les étapes de la solution, alors le combattant répondra positivement aux épreuves. Si le lecteur, cependant, en tant qu'élève, fait des erreurs, alors le combattant fait face à des problèmes dans l'aventure.

Tout mauvais choix enlève des points d'énergie. L'élève peut perdre après de nombreuses erreurs qui éliminent les points. Les points de vie initiaux de l'élève sont cinq. Tout au long de son aventure, un assistant et coach est un hibou (figure 1).

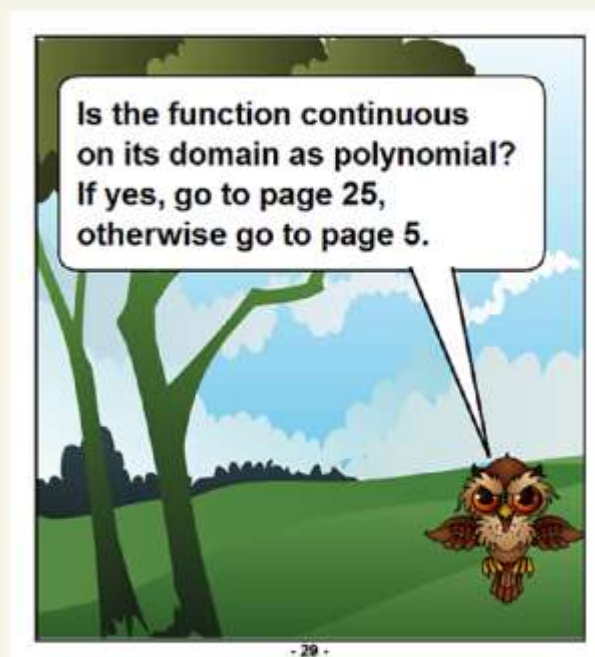


Figure 1. Le hibou donne des directives à l'élève.

La tâche de l'élève lecteur est d'étudier et de tracer une fonction (figure 2).


$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{1 - x}$$

Figure 2. La fonction que l'étudiant aura à étudier.

La tâche du guerrier lecteur est d'affronter l'équipe imaginaire de *Contrapositive*. Ce groupe est composé de *Ninja Osho*, de l'homme des cavernes, du gorille *Iverne* et du grand serpent (figure 3). Tous les quatre vont essayer de l'arrêter. Le guerrier doit être préparé à tout moment.



Figure 3. L'équipe de Contrapositive, l'équipe ennemie.

Si le guerrier réussit à terminer l'aventure sans mettre à zéro les points d'énergie, alors l'élève guerrier gagne.

L'aventure de la bande dessinée se déroule d'une page à l'autre, mais pas selon un itinéraire numéroté séquentiellement (le lecteur ne voit pas facilement la suite de l'histoire à la page suivante).

Le jeu est principalement individuel, mais peut aussi être joué par une équipe de deux élèves.



## A Cas hypothétique de jeu

Supposons le cas suivant : le lecteur est à la page 18 et l'élève doit trouver le domaine de la fonction. Le hibou définit  $A=R-\{-1\}$  comme domaine. Si le lecteur a trouvé le même domaine, alors le lecteur continuera à la page 30, sinon le lecteur continuera à la page 36 (figure 4).

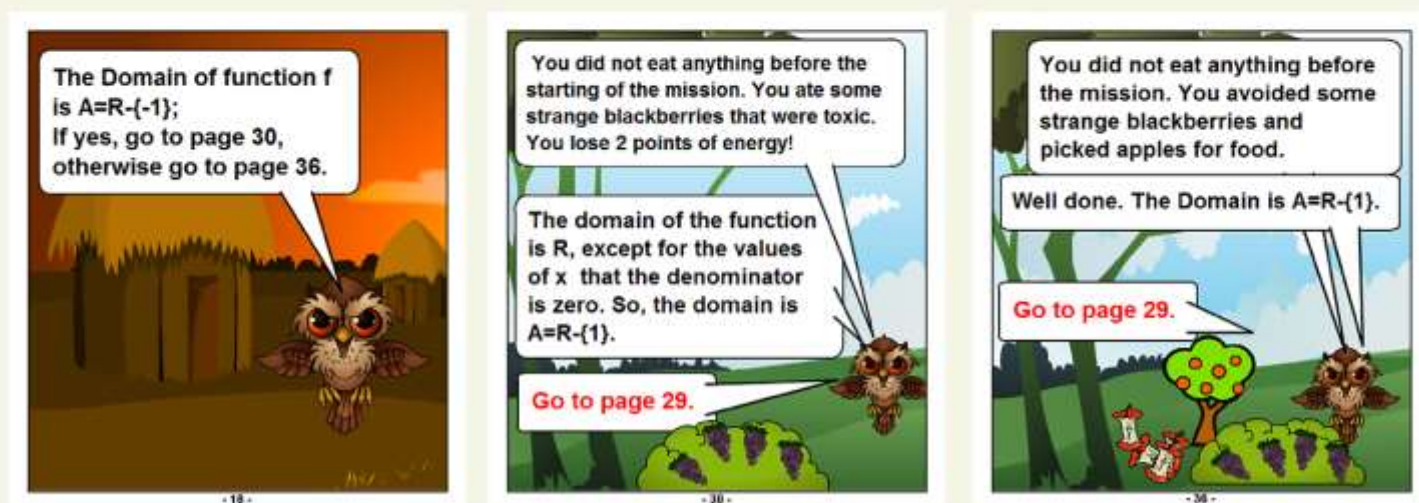


Figure. 4. Un problème, une bonne et une mauvaise progression du jeu.

Ainsi, si l'élève va à la page 30 (mauvais choix), le guerrier fera face à des problèmes, et si l'élève va à la page 36 (bon choix), le guerrier continuera sans dommage.

## Méthodes et techniques d'apprentissage

Le jeu est basé sur une catégorie de livres qui sont appelés des livres de jeux d'aventure. Dans la version de ce livre, le professeur a ajouté un monde parallèle, le monde de l'élève qui avec ses réponses affecte le monde d'un guerrier. Aussi, au lieu de texte simple, l'action est représentée par des images de bande dessinée (en utilisant la plateforme internet *toondoo*).

Les méthodes d'enseignement et les méthodes techniques qui sont appliquées :

- Lecture.
- Recherche de solutions individuelles.
- Jeu
- Évolution individuelle de l'histoire en fonction des choix de l'élève.
- Utilisation de graphiques et de bandes dessinées.
- Récompense pour les bonnes réponses et les explications lorsqu'il y a une mauvaise réponse.
- Zoom sur les erreurs courantes en essayant de les visualiser avec une vision graphique.

## Conseil pour l'éducateur

À l'avenir, il serait bon de soutenir l'histoire de la bande dessinée avec plus de texte, de récit et une meilleure histoire, ce qui peut améliorer l'imagination des élèves. Dans le cadre d'un projet éducatif, l'éducateur peut demander aux élèves de produire une bande dessinée comme *L'élève guerrier*, en utilisant un logiciel de bande dessinée (*toondoo* ou autre).

## Questions pour l'évaluation

Afin d'améliorer ce jeu mathématique, il faut l'évaluer. Les questions qui peuvent être posées aux élèves sont les suivantes :

Aimes-tu l'histoire de *L'élève guerrier* ?

Était-il difficile de parcourir le contenu de la bande dessinée ?

Pensez-vous que cela aide à voir les mathématiques d'un point de vue différent ?

Préférez-vous un exercice typique ou un exercice à travers ce type de bande dessinée ?

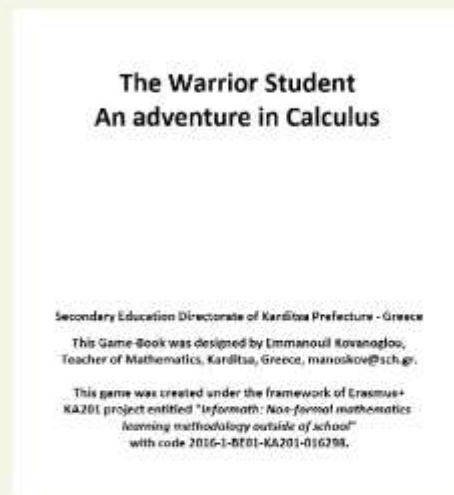
## Ressources

Toutes les images de la bande dessinée ont été réalisées via [www.toondoo.com](http://www.toondoo.com).

Les graphiques ont été réalisés avec *Geogebra*.

La police des titres a été faite via [www.cooltext.com](http://www.cooltext.com).

## Matériel (page du livret)



You are a warrior student and you participate in a mathematical adventure. Your mission is to study, analyze and sketch the curve of the function:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{1 - x}$$

- You will have to deal with the Contrapositive team.  
 - This group consists of Ninja Osho, the Caveman, the Gorilla Iverne and the Big Snake.  
 - The four enemies will try to stop you.  
 - Beware!

- To succeed in your mission, you must follow several stages.  
 - Caution, because any wrong choice reduces the points of energy and you may lose.  
 - Your initial points of energy are five.  
 - We're starting the mission!  
 - Write on the paper the points of energy that you start with.  
 - The paper will also be used for solving and answer to queries.  
 - Go to page 4.

Will you solve the  $x^2 + x - 1 = 0$  or manage the 1-x;  
 If you solve the first go to page 14, otherwise go to page 38.

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{1 - x}$$

Ninja Osho was hidden behind the only bush in the area. You were prepared and he was defeated.

Right! Function  $f$  is continuous as rational.

The next time you will not see me.

Go to page 17.

It was a cloudy night. It was easy for Osho to attack you. You lose one energy point.

Beware! It is true that  $-5 < -1$ , but there is a relative minimum at  $x=0$  the  $f(0)=-1$  and a relative maximum at  $x=2$  the  $f(2)=-5$ .

This battle was mine.

Go to page 26

Big Snake guarded and bite you. You ran away but you lose power.

$$f'(x) = \frac{(2x^2+1)(1-x) - (x^2+x-1)(-1)}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} \text{ or } -\frac{x(x-2)}{(1-x)^2}$$

You lose one point of energy.

Go to page 9.

The Big Snake took the opportunity and hit you with the tail. You lose one energy point.

The table is correct.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	-	
f(x)			

Contrapositive rules!

Go to page 16.

- You must find the sign of derivative.  
 - Does the sign depend on the numerator or denominator?  
 • If you choose the numerator go to page 35.  
 • If you choose the denominator go to page 20.

In general, the sign of  $f'$ ...

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x(x-2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ or } x = 2$$

In general, what will be the the sign of  $f'(x)$ ?

- If the signs are  $-+ -$  go to page 31.
- If the signs are  $+ - +$  go to page 12.

- 11 -

Yverne attacked you!  
You lose one point of energy.

Wrong!  
The sign of  $f'$  is  $-+ -$

Go to page 33.

- 12 -

You made a big feline with Shadow Hand magic.  
Big Snake vanished into thin air.

The table is correct.

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$-$
$f(x)$			

Go to page 15

- 13 -

You forgot to find the domain of the function and so the results will be fictitious and probably wrong.  
You also needlessly waste time on something you were not asked for.

You were completely careless and the Gorilla attacked you with a sign and you lost

You lose one energy point!  
Go to page 18!

- 14 -

It was night but with a bright moonlight.  
So, it was easy to avoid him.

Right! There is relative minimum at  $x=0$  the  $f(0)=-1$  and relative maximum at  $x=2$  the  $f(2)=-5$ .

Next time!

Go to page 26.

- 15 -

You should find the horizontal asymptotes of the function  $f$ .  
I remind you that  $A = R - \{1\}$ .

- If there is at least one horizontal asymptote go to page 19.
- otherwise go to page 34.

- 16 -

- We will find the derivative of  $f$ .
- The function  $f$  is differentiable as rational.
- Find  $F'(x)$ .

- Go to page:

- 10 if  $f'(x) = \frac{-x^2+2x}{1-x}$
- 22 if  $f'(x) = -\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$
- 7 if  $f'(x) = \frac{-3x^2+2}{(1-x)^2}$

- 17 -

The Domain of function  $f$  is  $A=R-\{1\}$ ;  
If yes, go to page 30,  
otherwise go to page 36.

- 18 -

Wrong! There is no horizontal asymptote, because

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-1} = \mp \infty$$

The Caveman chased you for a long time.  
You lose time and energy.

You lose one energy point.  
Go to page 37.

- 19 -

The hits with the bat gave you some pretty good bumps!  
You lose a point of energy.

Wrong! Its whole denominator is square. So, the denominator is always positive on A.

You lose a point of energy.  
Go to page 11.

- 20 -

Right! There is a slant asymptote, the  $y=x-2$ :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 1}{x - x^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - \lambda x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[ \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} + x \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{-x} = -2$$

Took advantage of the echo of the cave and made the enemy loopy.

Go to page 40.

- 21 -

Big Snake guarded. You defended with brimstone that you had in your pouch.

$$f'(x) =$$

$$= \frac{(2x^2+1)(1-x) - (x^2+x-1)(-1)}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} \quad \text{or} \quad -\frac{x(x-2)}{(1-x)^2}$$

The next time you sssshall ssssee.

Go to page 9.

- 22 -

You should find the slant asymptotes of the function  $f$ . I remind you that  $A = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

- If there is at least one slant asymptote go to page 21,
- otherwise go to page 39.

- 23 -

Right! There are vertical asymptotes, because

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} = +\infty$$

The cavewoman went to grab you, but you beat him off with a burning torch! You did it again!

Go to page 23.

- 24 -

Ninja Osho was hidden behind the only bush in the area. You did not see him and he hit you. He almost gave you the final hit.

Wrong! Function  $f$  is continuous as rational.

You lose 1 point of energy.  
Go to page 17.

- 25 -

The table of monotonicity and extrema of  $f$  is:

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	0
$f(x)$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\nearrow$	-5

$f$  min. (0;-1)       $f$  max. (2;5)

Go to next page.

- 26 -

$$f''(x) = \frac{-2}{(1-x)^3}$$

Go to next page.

- 27 -

The table of signs of  $f''$  is:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	-	-

Add the line of concavity.

If the table of concavity is:

$x$	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+	-	-
$f(x)$			

- go to page 13,
- otherwise go to page 8.

- 28 -

Is the function continuous on its domain as polynomial? If yes, go to page 25, otherwise go to page 5.

- 29 -

You did not eat anything before the starting of the mission. You ate some strange blackberries that were toxic. You lose 2 points of energy!

The domain of the function is  $\mathbb{R}$ , except for the values of  $x$  that the denominator is zero. So, the domain is  $A = \mathbb{R} - \{-1\}$ .

Go to page 29.

- 30 -

Yverne was trying to attack you, but you tricked the Gorilla with a banana.

Well done!  
The sign of  $f'$  is  $-|+|-$ .

Yum, yum!  
Go to page 33.

- 31 -

Wrong! There are vertical asymptotes, because

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} = \mp\infty$$

The caveman caught you. This time you were too slow.

You escaped, but you lose a energy point!  
Go to page 23.

- 32 -

The table of signs of  $f'$  is

$x$	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-

Add to the table:

- the line of function's monotonicity and
- the extrema of  $f$ .

If  $f$  has has a local minimum the -5 go to page 6, otherwise go to page 15.

- 33 -

Right! There is no horizontal asymptote, since

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-1} = \mp\infty$$

The Caveman chased you for a long time. You temporarily blinded him with a powerful flashlight! You did it again!

Go to page 37.

- 34 -

The hits with the bat gave you only one very small bump! That's way your friends used to call you a powerfull brain.

Right! Its whole denominator is square. So, the denominator is always positive on  $A$ .

Go to page 11.

- 35 -

You did not eat anything before the mission. You avoided some strange blackberries and picked apples for food.

Well done. The Domain is  $A = \mathbb{R} - \{-1\}$ .

Go to page 29.

- 36 -

You should find the vertical asymptotes of the function  $f$ . I remind you that  $A = \mathbb{R} - \{-1\}$ .

- If there is at least one vertical asymptote go to page 24,
- otherwise go to page 32.

- 37 -

Correctly! First of all, we are dealing with the Domain of the Function, which in this case is only depends on the denominator.

Well done! You were careful and you were avoided sign hit of the Gorilla.

You escaped this time!

Go to page 18.

-38-

Wrong! There is slant asymptote, that is  $y=x-2$ :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 1}{x - x^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - \lambda x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[ \frac{x^2 + x - 1}{x - x^2} + x \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{-x} = -2$$

The enemy caught you because you tried to hide to his cavel!

You lose an energy point.  
Go to page 40.

-39-

You've made it!  
The only thing left is to make the table of variations and to draw the graph of f:  
The table of variations is:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
f(x)	-	0	+	+	0
f'(x)	+	-	-	+	-
f(x)	-	-1	+	-5	-

$-\infty$  l.min.  $0/0$   $-\infty$  l.max.  $0/0$   $+\infty$   
 sl.asym. ver.asym. sl.asym.

Go to next page.

-40-

For the drawing of graph, first we must draw the asymptotes and find the points of intersection with the axes:

Go to next page.

-41-

Finally! The graph of function f is

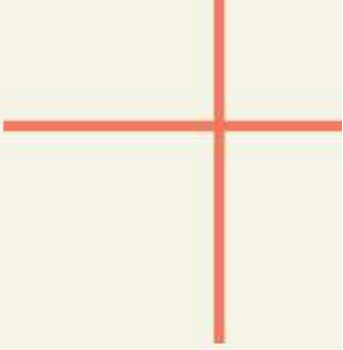
Well done!  
Mission accomplished!

-42-

## UN EXEMPLE TIRÉ DU PROJET MATHSPACES FINANÇÉ PAR L'EUROPE

Un grand pourcentage d'enfants commence les mathématiques avec l'idée que c'est une matière difficile. Pour contrer cela, un mouvement émerge depuis 10-15 ans dans toute l'Europe avec la création de musées, centres ou maisons des mathématiques pour promouvoir une approche non formelle de cette science qui a un effet prouvé sur la compétence des jeunes, et surtout sur leur engagement dans les mathématiques.

Cependant, les espaces dédiés à cette approche des mathématiques ne sont encore que peu nombreux. Cette pénurie est due au manque de connaissance de l'approche et à la difficulté de trouver les ressources et les contenus appropriés.



Les partenaires du projet **MathSpaces** ont donc décidé de créer un projet qui vise à sensibiliser et à mettre en pratique l'augmentation des espaces dédiés à l'approche non formelle des mathématiques en Europe. Pour ce faire, les partenaires ont voulu créer :

1. Une brochure sur l'efficacité de l'approche non-formelle des mathématiques et un guide pratique sur la création d'espaces dédiés à l'approche non-formelle des mathématiques.
2. Une base de données d'outils, de jeux, d'activités et de stations disponibles en Opensource
3. Les 2 premières expositions de mathématiques, scientifiquement et pédagogiquement exactes, en Opensource avec des plans et des tutoriels.

Le livret est disponible en anglais sur le site du projet : <http://mathspaces.eu/>

Le leader du projet **MathReality**, Fermat Science, a participé au développement de ce projet **MathSpaces**.

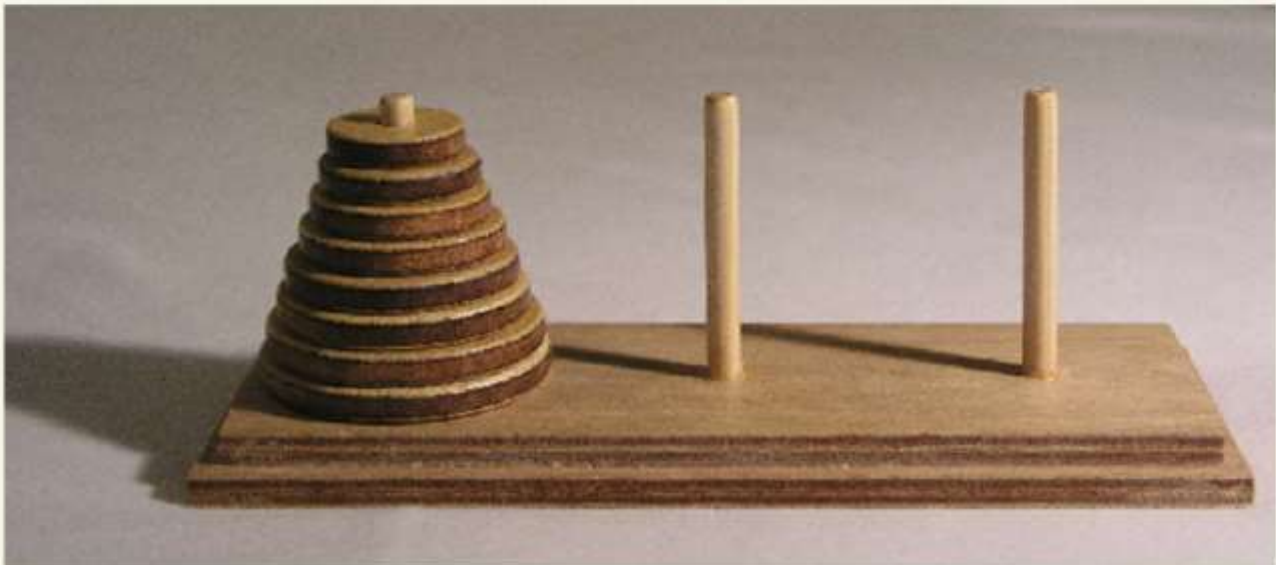




## Casse-tête et mathématiques

### La Tour de Hanoi

C'est un casse-tête inventé par le mathématicien français Edouard Lucas (1842-1891), conçu en 1883. Plusieurs disques de tailles différentes sont empilés sur une tige en ordre décroissant, de sorte que le plus grand se trouve en bas et le plus petit en haut.



Source : [https://en.wikipedia.org/wiki/Tower\\_of\\_Hanoi#/media/File:Tower\\_of\\_Hanoi.jpeg](https://en.wikipedia.org/wiki/Tower_of_Hanoi#/media/File:Tower_of_Hanoi.jpeg)

Le but du jeu est de déplacer cette tour vers l'une des deux autres tiges. Pour ce faire, vous ne pouvez déplacer qu'une seule pièce à la fois, sans jamais mettre un disque plus grand sur un disque plus petit. Les trois tiges doivent être utilisées.

### Combien de déplacements ?

Le nombre de coups minimaux pour réussir ce casse-tête lorsqu'il y a  $n$  disque(s) peut être calculé à l'aide de la formule :  $2^n - 1$ .

Ainsi, deux disques doivent être déplacés trois fois, trois disques doivent être déplacés sept fois, etc.

### Démonstration

La démonstration se fait par récurrence.

-Le résultat est vrai pour  $n = 1$ .

-Supposons le résultat vrai pour  $n$ , montrons qu'il est vrai pour  $(n + 1)$  :

Il faut  $2^n - 1$  déplacements pour  $n$  disques.

Pour 1 disque de plus, donc pour  $(n + 1)$  disques, en utilisant l'hypothèse de récurrence on démontre qu'il faudra  $2(2^n - 1) + 1$  c'est-à-dire  $2^{n+1} - 1$  déplacements.

Conclusion : Le résultat est vrai pour 1 disque ; lorsqu'il est vrai pour  $n$  disques, il est vrai pour  $(n + 1)$  disques. Donc, quelque soit le nombre  $n$  de disques, il faudra  $2^n - 1$  déplacements.

## Pour aller plus loin

Le problème de la Tour d'Hanoi est vu en algorithmique (programmation), où il offre un exemple de la puissance et de la lisibilité des programmes définis récursivement (un autre exemple étant le tri des arbres).

Ce problème peut également être représenté par un graphe abstrait, chaque sommet du graphe représentant un arrangement possible des  $N$  disques sur les trois tours, un bord reliant deux sommets s'il y a un mouvement d'un disque permettant de passer d'un arrangement, représenté par un des sommets, à l'autre.



Source: Thomas Ricaud, Fermat Science

## Le plus court chemin

Dans le projet *MathSpaces*, une des productions est une exposition cohérente et scientifiquement correcte en Open source pour les jeunes de 9 à 15 ans.

Pour cette tranche d'âge, les mathématiques commencent à être plus spécifiques, il ne s'agit plus seulement de jeux et de logique de base, mais pas encore de théories techniques et pointues. L'apprentissage à cet âge est axé sur l'apprentissage des grandes théories et concepts sur lesquels sont fondées les mathématiques modernes.

Le thème choisi par le partenaire est *Le plus court chemin*. L'objectif principal est de présenter aux enfants quelques problèmes *minimaux* pertinents pour la vie quotidienne.

**Dans un espace ouvert, le chemin le plus court reliant deux points est une ligne droite. Mais que se passe-t-il si nous sommes à la surface d'une sphère ?**

**Ou s'il y a un parterre de fleurs au milieu avec le signe "Ne pas marcher sur la pelouse" ?**

**Ou si nous devons relier trois points ou plus ?**

**Cette exposition traite de ces situations et d'autres situations similaires.**

Vous trouverez ci-dessous les modules en construction pour le projet **MathSpaces** :

### **Module 1 Géodésie**

En géométrie différentielle, une géodésique est une généralisation de la notion de *ligne droite* dans des *espaces courbes*. Le terme *géodésique* vient de la géodésie, la science qui consiste à mesurer la taille et la forme de la Terre ; dans le sens original, une géodésique est le chemin le plus court entre deux points de la surface de la Terre, à savoir un segment de grand cercle.

Le terme a été généralisé pour inclure des mesures dans des espaces mathématiques beaucoup plus généraux ; par exemple, dans la théorie des graphes, on pourrait considérer une géodésique entre deux sommets/nœuds d'un graphe

Comment ? On peut proposer aux élèves un globe sur lequel ils peuvent expérimenter le plus court chemin entre les différentes villes.

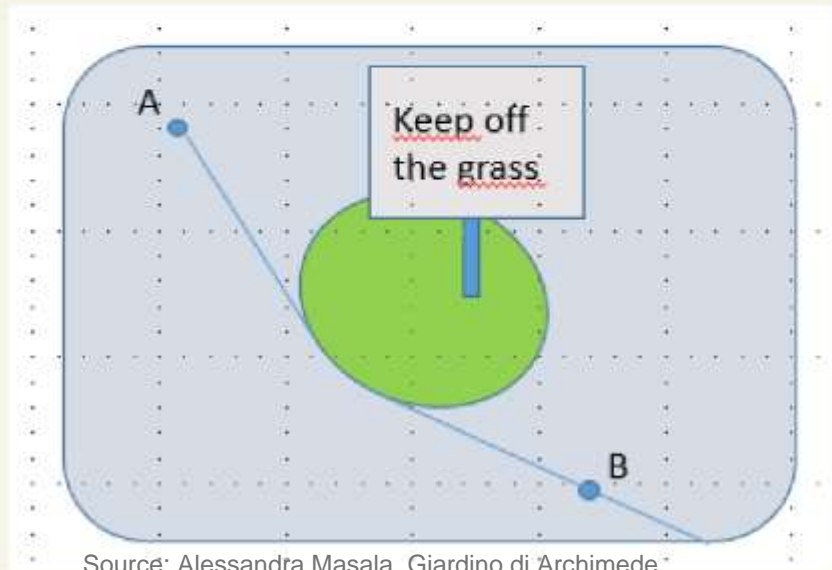
Mais on peut aussi ajouter un écran avec le programme Mappa Mundi (<https://mappaemundi.campus.ciencias.ulisboa.pt>) qui montre des cartes de la Terre en différentes projections, l'élève peut dessiner géodésiques entre deux points quelconques.



## Module 2 Un parc avec des fleurs

Le meilleur chemin est la tangente.

Comment ? Un ruban est fixé en A et mesure le trajet entre A et B.

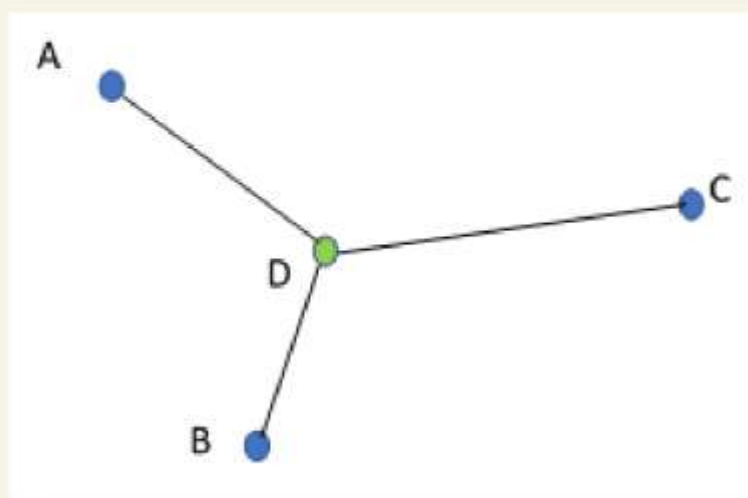


## Module 3 Liens entre les villes

Comment relier trois villes avec un système de routes de longueur minimale ?

Etant donné les trois villes A, B et C, trouver un point D tel que la somme des trois distances  $AD + BD + CD$  soit minimale.

Comment ? Deux plaques de plexiglas parallèles sont reliées par de petits tubes. L'objet est plongé dans une solution de savon, et le résultat est tel que montré



## DO IT YOURSELF- CRÉEZ VOS PROPRES OUTILS POUR L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES NON FORMELLES

Comme un lecteur attentif aurait pu le constater, les informations contenues dans l'exemple de la partie précédente 1.3 sont données dans un ordre logique, afin de faciliter à la fois la matérialisation pratique de l'outil et l'absorption de nouvelles connaissances. Pour cette raison, il a été décidé que les trois exemples devraient être restructurés et reconstruits dans des sous-sections (titres) prédéterminées, avec des étapes et des sections plus claires, comme indiqué ci-dessus. Une telle structuration de l'information sous les titres susmentionnés pourrait être particulièrement utile pour l'éducateur qui a l'intention de créer son propre outil d'apprentissage des mathématiques non formelles. En conséquence, ce paragraphe donnera plus de détails sur le processus qu'il faut suivre pour créer ses propres outils.

### Etape 1 : Choix du groupe cible

En premier lieu, le créateur d'un outil d'apprentissage en mathématiques non formelles doit décider du groupe cible auquel l'outil s'adressera. Par *groupe cible*, nous entendons la tranche d'âge pour laquelle l'outil sera adapté, toujours en accord avec les objectifs éducatifs et le programme scolaire tels qu'ils ont été fixés. En d'autres termes, nous devons toujours nous assurer que le matériel que nous avons l'intention de produire pour une certaine tranche d'âge est cohérent avec les programmes scolaires des systèmes éducatifs respectifs.

### Etape 2 : Choix du concept mathématique

La deuxième étape pour le créateur d'un tel outil d'apprentissage est de décider du concept mathématique à travailler. Il faut choisir un concept qui correspond au groupe cible sélectionné à l'étape précédente. Une autre question à prendre en considération est la question d'interdisciplinarité.

Il faut se demander si tous les concepts ont déjà été enseignés au groupe cible spécifique, et s'ils devront être révisés.

### Etape 3 : Choix des objectifs généraux

Comme on l'a déjà mentionné, un outil doit être capable de transformer les objectifs éducatifs en pratique. Par conséquent, pour que l'outil soit efficace, les objectifs éducatifs fixés doivent être réalistes dans leur concrétisation et clairement définis dans leur formulation. En conséquence, le créateur et le destinataire de l'outil doivent avoir à l'esprit ce que sera le résultat exact et souhaitable après l'achèvement de l'exercice.

## Etape 4 : Choix de la durée

Le créateur doit décider dès la phase initiale si son outil devra être utilisé sur une durée courte ou longue, de manière à y intégrer une quantité raisonnable de tâches. Rappelez-vous qu'un outil réussi ne sous-estime ni ne surestime le paramètre de *durée*. De plus, comme l'une des caractéristiques inhérentes à un outil est la *transférabilité*, dans certains cas il peut être préférable d'indiquer une plage de temps, comme par exemple lorsque l'outil intègre un jeu (voir le jeu du Nim).

## Etape 5 : Choix des médias et techniques

Dans le sous-chapitre intitulé " Aide à l'enseignement ; médias et techniques ", un enseignant peut parcourir le tableau 2.2 et faire une sélection de médias, de techniques, ou même choisir un élément de la troisième colonne, qui indique une combinaison de médias et de techniques. Votre sélection dépendra inévitablement d'au moins quatre paramètres :

**1) Le matériel et les ressources pédagogiques dont vous disposez actuellement.** Si vous ne disposez pas de ce matériel, vous pouvez le rechercher sur le net, ce qui vous donnera des idées nouvelles ou même consulter des livres et une bibliographie universitaire pertinents. En tout cas, vous pourriez utiliser le matériel déjà existant qui est donné dans le cadre de projets sur les sciences, et le modifier par la suite en fonction de vos besoins et de vos demandes, en suivant simplement les instructions fournies par la présente section ;

**2) Le contexte environnement-social/éducatif dans lequel l'outil sera appliqué ;**

**3) Les infrastructures éducatives** (salles informatiques, espaces ouverts, équipements) et l'accès potentiel aux nouvelles technologies et au réseau ;

**4) Ce qui correspondrait le mieux au concept mathématique que vous avez choisi,** à votre groupe cible, ainsi qu'à votre but/objectif fondamental. De quelque manière que ce soit, votre outil pourrait intégrer une combinaison de plusieurs méthodes d'apprentissage non formelles.

## Etape 6 : Ecriture des instructions

Pendant la rédaction des instructions, rappelez-vous qu'un outil d'apprentissage doit constituer un processus éducatif complet. Par conséquent, lorsque vous écrivez les instructions d'un outil, assurez-vous qu'elles suivent un ordre logique, afin d'éviter d'éventuelles lacunes cognitives au cours du processus.

De plus, n'oubliez pas qu'un outil doit être donné dans un langage précis, donc être capable de transmettre des messages clairs et vifs

### **Etape 7 : Noter les résultats et les compétences souhaitables**

Dans cette étape, le créateur est censé écrire quelque chose de similaire au contenu de l'étape 2. Par exemple, si l'objectif général de l'outil spécifique était :

« les élèves doivent apprendre à effectuer des calculs rapides et simples basés sur les notions d'addition, de soustraction et de multiplication », le résultat souhaité qui devrait être écrit ici serait : « Après l'achèvement de l'activité, les élèves devraient s'être familiarisés avec les processus d'addition/soustraction et/ou de multiplication, ce qui leur permettra d'effectuer des opérations mathématiques simples, rapidement et avec précision. »

### **Etape 8 : Réflexion des questions pour l'évaluation**

Pour que l'ensemble de la méthodologie soit complet, il serait bon d'incorporer une section de débriefing accompagnée de quelques questions d'évaluation, tant pour l'éducateur que pour les groupes cibles, ce qui permettra également d'évaluer le processus éducatif lui-même. Quelques exemples de questions pour l'évaluation de l'outil par l'éducateur sont donnés ci-dessous :

Quelles sont les compétences acquises par le groupe cible dans le cadre de cet outil ? Comment allez-vous appliquer les compétences que le groupe cible a acquises au cours de ce processus ? Quels défis avez-vous rencontrés lors de l'application de l'outil spécifique, tant en ce qui concerne le groupe cible que le processus éducatif ? De quelle manière les objectifs du programme répondent-ils à vos besoins ? Quelles sont les pratiques que vous avez utilisées jusqu'à présent et qui seront abandonnées à la suite de cet outil ? Quelles nouvelles pratiques allez-vous mettre en œuvre grâce à cet outil ? Quel a été le résultat/impact de la participation du groupe cible en termes de (i) l'intérêt qu'il a manifesté pour le processus éducatif spécifique ; (ii) son engagement avec les concepts mathématiques incorporés ; (iii) les objectifs supplémentaires fixés par l'éducateur.

### **Etape 9 : Choisir le titre**

Bien que le titre soit la première chose que nous rencontrons en lisant un nouvel outil d'apprentissage, le créateur prend la décision finale sur ce que devrait être le titre de l'outil, peu après avoir terminé tout le processus de conception et de création de l'outil. De quelque façon que ce soit, essayez de choisir un titre accrocheur, attrayant et imaginaire !

# MATHEMATIQUES ET TROUBLES D'APPRENTISSAGE

Les mathématiques sont un sujet très concret et exact. Si vous demandez à un enfant de vous dire combien font 7 plus 3, la réponse ne peut pas être approximative. Vous avez soit raison, soit tort. Et généralement, les enfants n'ont pas de point pour avoir presque raison. Donc, plus que tout autre objet, les mathématiques causent de l'anxiété à cause de la peur de se tromper, de la peur d'une évaluation négative.

Comme il s'agit d'un *sujet cumulatif* (Brian Butterworth), les connaissances sont construites de manière à ce que la nouvelle information soit fondée et liée à la précédente. Si vous sautez certains contenus, le suivant est moins accessible. Faire des progrès soutenus dans l'apprentissage des mathématiques est un processus très difficile pour les personnes ayant des troubles d'apprentissage spécifiques.

Les troubles spécifiques d'apprentissage sont nommés ainsi parce qu'ils ne sont pas la conséquence d'un handicap visuel, auditif ou moteur, ni d'un retard mental, d'une perturbation émotionnelle ou d'un désavantage environnemental, culturel ou économique. Ils peuvent affecter le développement cognitif d'une ou plusieurs capacités telles que parler, lire, écrire, faire des mathématiques, planifier et coordonner des tâches motrices.

## LES TROUBLES SPECIFIQUES DE L'APPRENTISSAGE N'ONT PAS UNE CAUSE DÉTERMINÉE PAR :

- Handicaps physiques
- Handicap mental ou retard de développement
- Problèmes psychologiques ou sensoriels
- Facteurs socioculturels
- 

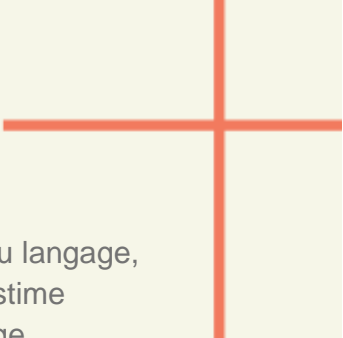
### UNE LISTE DE CES TROUBLES

- Dyslexie – Difficultés pour lire et épeler.
- Dysgraphie – Difficultés pour écrire et pour la motricité fine.
- Dyscalculie – Difficultés avec l'arithmétique et les mathématiques.
- Dysphasie – Difficultés à produire et à comprendre la langue parlée.
- 

### UN AUTRE TROUBLE :

- Dyspraxie - Difficulté de coordination de la motricité globale et fine qui est classée
- comme un trouble de coordination du développement et non comme un trouble d'apprentissage spécifique mais qui a une influence sur le processus d'apprentissage des élèves.





Même si de nombreux apprenants sont touchés par les troubles spécifiques du langage, l'estimation de leur nombre diffère. L'Association européenne de la dyslexie estime qu'entre 5 et 12 % de la population a au moins un trouble spécifique du langage.

Nous avons déjà mentionné que pour la plupart des gens (y compris les enseignants, les éducateurs et les décideurs), les mathématiques sont une matière un peu compliquée qui ne peut être enseignée que de manière formelle. Beaucoup d'entre nous ont dû se battre avec la reine des sciences et le raisonnement de nombreux concepts abstraits, mais pour les élèves atteints d'un trouble spécifique de l'apprentissage, certaines tâches sont très difficiles à surmonter.

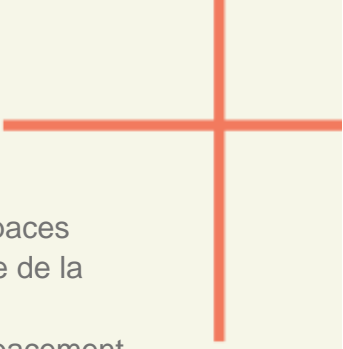
#### **QUELQUES GRANDS DEFIS EN MATHEMATIQUES POUR CES ELEVES**

- donner un sens aux nombres et à leur fonctionnement
- comprendre les symboles et se souvenir du vocabulaire comprendre les formes
- une mémoire à long terme et à court terme qui est nécessaire pour automatiser les procédures mathématiques en calcul
- l'utilisation d'outils de dessin en raison d'une mauvaise motricité fine
  
- les difficultés de lecture et d'organisation rendent plus difficile la résolution de problèmes et de tâches à plusieurs étapes
  
- se souvenir des tables de multiplication, qui nécessite d'essayer plusieurs approches pour trouver la plus appropriée

Pour rendre les mathématiques plus " dys-friendly ", il faut commencer par communiquer avec l'élève : apprendre à savoir ce qu'il aime, comment il aborde les tâches et ce qui le décourage pendant le processus.

#### **VOICI QUELQUES CONSEILS POUR LES ENSEIGNANTS QUI POURRAIENT ÊTRE BÉNÉFIQUES POUR TOUS LES ÉLÈVES ATTEINTS DE CES TROUBLES :**

- utiliser des objets réels qui peuvent être manipulés pour expliquer la géométrie
- conseiller aux élèves de lire les problèmes à haute voix et les aider à décomposer les tâches en petites étapes
- commencer une leçon par un aperçu de ce qui va être appris aujourd'hui et terminer par un petit rappel des informations les plus importantes
  
- augmenter la compréhension en expliquant le vocabulaire et les symboles rappelés dans une forme de dictionnaire mathématique
- minimiser autant que possible l'aspect abstrait des mathématiques en reliant les tâches à des exemples réels et à l'applicabilité

- 
- utiliser des livres et des photocopies avec de gros caractères et de grands espaces entre les lignes et les paragraphes (un interligne de 1,5 est préférable). La taille de la police doit être de 12 à 14 points.
  - il est recommandé d'utiliser une police de caractères sans empattement, à espacement régulier, comme *Arial* et *Comic Sans*.

Autres : *Verdana*, *Tahoma*, *Century Gothic* et *Trebuchet*

Rappelez-vous qu'une taille unique ne convient pas à tous et que vous devriez la tester avec vos élèves pour voir ce qui fonctionne le mieux pour eux.

L'utilisation de la technologie de la réalité virtuelle (RV) offre une grande opportunité de renforcer les compétences de visualisation qui sont essentielles à l'apprentissage des mathématiques. L'algèbre repose sur un système comprimé de symboles écrits avec un vocabulaire spécifique, et elle nécessite d'automatiser les tâches de calcul ; tandis que la géométrie repose sur la compréhension de la forme, de la symétrie, des tailles et des quantités relatives...

# INTEGRER LA RV DANS L'APPROCHE NON-FORMELLE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES

## LES INNOVATIONS TECHNOLOGIQUES MODERNES ACTUELLEMENT UTILISÉES POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES NON FORMELLES

L'Organisation des Nations Unies pour l'éducation, la science et la culture (UNESCO), une division des Nations Unies, a fait de l'intégration des TICE (Technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement) dans l'éducation dans le cadre de ses efforts pour assurer l'équité et l'accès à l'éducation. Ce qui suit, tiré directement d'une publication de l'UNESCO sur les TICE éducatives, explique la position de l'organisation sur cette initiative.

*L'UNESCO adopte une approche holistique et globale pour promouvoir les TIC dans l'éducation. L'accès, l'inclusion et la qualité sont parmi les principaux défis qu'elle peut relever. La plate-forme intersectorielle de l'Organisation pour les TIC dans l'éducation se concentre sur ces questions grâce au travail conjoint de trois de ses secteurs : Communication et information, éducation et science.*

En Europe, les TICE (Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement) sont depuis quelques années intégrées et encouragées au sein des établissements scolaires. Ils favorisent l'éducation non formelle notamment pour les mathématiques.

### DES ÉCRANS DANS LA SALLE DE CLASSE : ORDINATEUR, TABLETTE, SMARTPHONE OU TABLEAU BLANC NUMÉRIQUE

Les écrans en général font partie de l'environnement familier de l'élève, c'est un élément sécurisant qui va lui donner confiance et l'inciter à prendre des initiatives. Il s'engagera donc dans une participation active et motivée. Prenons l'exemple du tableau blanc numérique.



Un écran blanc interactif tactile est connecté à un ordinateur et à un projecteur vidéo. L'interaction se fait avec un stylo électronique ou par simple contact, l'écran transmet l'information à l'ordinateur. Différents logiciels et accessoires existent pour voir et manipuler les notions de différents domaines de l'éducation.

Certains des avantages de l'utilisation du tableau blanc numérique, sont de :

- Donner la possibilité à l'enseignant d'enregistrer la leçon, en particulier les étapes les plus complexes, et de la partager ensuite avec les élèves, afin qu'ils puissent y revenir au moment voulu ;
- Promouvoir la participation des élèves et l'interactivité en classe ;
- Augmenter la motivation. Par son côté amusant, moderne et nouveau (au début), il aide les jeunes à maintenir leur intérêt et leur attention, ce qui est particulièrement important pour les élèves souffrant de TDAH (trouble déficitaire de l'attention avec hyperactivité) ;
- Permettre de représenter certaines entités abstraites (par exemple en géométrie) pour faciliter et consolider l'assimilation des concepts mathématiques.

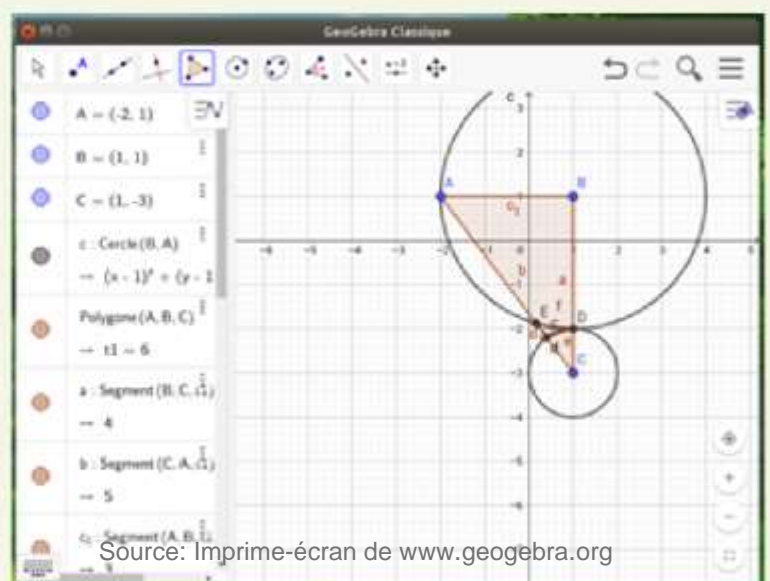
### DES LOGICIELS ET APPLIS POUR UN MEILLEUR APPRENTISSAGE

De nos jours, il existe divers logiciels éducatifs gratuits pour comprendre les mathématiques de manière non formelle. On considère qu'en mobilisant les connaissances pour résoudre les problèmes rencontrés, les élèves vont consolider leurs compétences et leurs capacités intellectuelles. La pratique du jeu permet de gagner du temps dans la compréhension, de rendre plus durables les compétences essentielles en mathématiques et de leur permettre de développer plusieurs stratégies.

Non seulement la technologie elle-même est plus " amusante " que la simple technique papier-crayon, mais le contenu du logiciel permettra à ces élèves de revoir les concepts d'un point de vue différent.

### Quelques exemples

**GeoGebra** est un logiciel de mathématiques dynamique pour tous les niveaux d'éducation qui combine la géométrie, l'algèbre, le tableur, le graphisme, les statistiques et le calcul infinitésimal en un seul logiciel facile à utiliser.



Source: Imprime-écran de [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)

**Scratch** est un logiciel de programmation visuelle. Ce type de programmation a l'avantage d'éviter les éventuelles erreurs de syntaxe, mais il reste cependant un langage de programmation puissant qui permet d'utiliser tous les concepts de l'algorithmique comme les variables, les boucles, les instructions conditionnelles, les sous-programmes, etc..



Source : Imprime-écran de <https://scratch.mit.edu/>

**Le Roi des Maths** est un jeu de maths amusant. En vous mettant dans la peau d'un fermier, vous créez votre personnage tout en répondant aux questions de mathématiques et en améliorant votre score total.



Source : Imprime-écran de <http://www.jeux.org/jeu/le-roi-des-maths.html>

## L'UTILISATION DE L'INTERNET ET DES RÉSEAUX SOCIAUX POUR ABORDER DE NOUVEAUX CONCEPTS

Internet offre de multiples moyens de soutien à l'enseignement des mathématiques, permettant de diversifier la manière d'enseigner les notions et donc de multiplier les possibilités d'apprentissage et d'assimilation.

## Quelques exemples

En utilisant des itinéraires mathématiques dans la ville : **MathCityMap**

*MathCityMap* fournit aux enseignants un logiciel qui facilite la création de rallyes pour faire des mathématiques. Une application téléchargeable permet aux élèves de géolocaliser les énigmes et de répondre aux questions posées tout au long du cours. Une validation immédiate de leur réponse leur permet de recommencer ou de poursuivre leur parcours. Les énigmes proposées sont souvent réduites à une question de taille (longueur, surface, volume) mais d'autres champs sont également possibles.

Utilisation d'un support vidéo (YouTube) pour les cours : **Vidéos Scientifiz**

Sur Internet, et plus particulièrement sur YouTube, il existe de nombreuses vidéos qui parlent des mathématiques de manière non formelle. En France, il existe un exemple de projet scolaire : la chaîne YouTube Scientifiz.



Source : [https://www.youtube.com/channel/UCIUbSRKVVOpWI\\_xB3soLU1g/](https://www.youtube.com/channel/UCIUbSRKVVOpWI_xB3soLU1g/)

Des vidéos, écrites et filmées par les élèves, parlent de mathématiques et de magie, de codes secrets, de mathématiciens tels que Fermat, Pythagore...

D'autres youtubeurs qui vulgarisent les concepts mathématiques peuvent également compléter le cours traditionnel :

NUMBERPHILE (ANGLAIS) <https://www.youtube.com/user/numberphile>

MICMATHS (FRANÇAIS) <https://www.youtube.com/user/Micmaths>

Partage de photos via Twitter et l'hashtag : **#mathsenvie**

## UNE NOUVELLE APPROCHE : LA REALITE AUGMENTEE

Des étudiants du sud de la France se sont réunis en 2018 pour travailler sur la conception du jeu de mathématiques Jumathsji. Ils ont créé une affiche de jeu qui utilise la réalité augmentée. C'est à dire que cette affiche (qui peut être mise en ligne ou affichée partout) pourra parler. Elle offrira la possibilité de découvrir via un smartphone une démonstration du jeu, lire ou entendre une petite biographie pour cinq mathématiciens : Hypatie d'Alexandrie, Maria Agnesi, Euclide, Hipparque et enfin Cédric Villani. Les questions sont mathématiques et écrites par les élèves. Elles portent sur différents domaines.



Source : Pierre Henry, Casarotto Collège de Bazas

Comment cela fonctionne-t-il ? En scannant le **QR CODE** présent sur l'affiche, des problèmes sous forme de jeux prennent vie : la vallée des nombres, la plaine de 2D, les espaces 3D, une montagne de problèmes. Il y a même une partie Maths anglaises.

### NOUVELLES PERSPECTIVES ET POSSIBILITÉS QUE LA TECHNOLOGIE DE LA RV POURRAIT APPORTER AUX SCÉNARIOS MATHÉMATIQUES NON FORMELS

La technologie de la RV peut apporter beaucoup à l'apprentissage des mathématiques. En effet, comme il a été analysé dans le chapitre 1, l'approche non formelle est bénéfique pour l'éducation des élèves en général, et en particulier pour l'enseignement des mathématiques.

### Une autre approche des mathématiques

Les enseignants utilisent souvent des photos et des vidéos pour présenter un nouveau concept avec une approche non formelle. Les élèves regardent ces éléments, mais le plus souvent ils sont dans une position passive. D'autre part, la RV permet aux élèves de plonger directement dans la leçon ! Voici quelques exemples qui changent la manière d'offrir des leçons de mathématiques :

En géométrie, les enseignants utilisent la chasse aux formes pour donner vie à cette discipline : les élèves doivent trouver toutes les formes géométriques dans leur environnement. Ils sont souvent limités dans le nombre de formes à trouver. Avec la RV, les élèves peuvent voyager autour du monde pour chercher des formes ou circuler dans un monde géométrique virtuel.

Pour travailler la logique mathématique, les Escape Game se développent de plus en plus en classe mais leur installation, la mise en place d'un décor, d'une atmosphère reste encore compliquée. Imaginez des puzzles en RV à la manière d'un Escape Game. Les élèves seraient beaucoup plus motivés, et le choix des énigmes est immense.

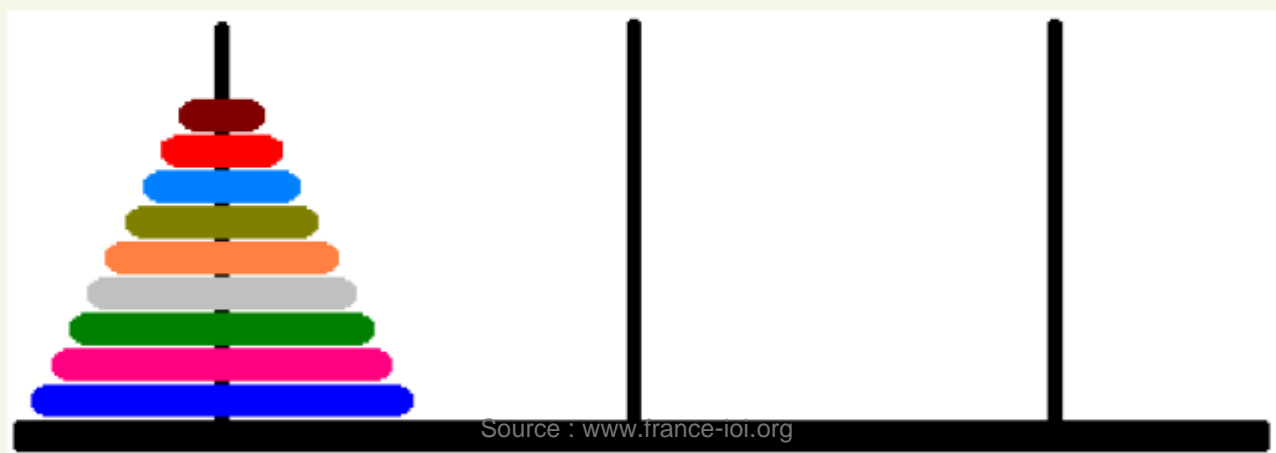
En résolvant un problème mathématique, les élèves savent souvent calculer, mais ont du mal à comprendre comment trouver le résultat ou décider d'une opération. On attribue souvent cette situation à un manque de vocabulaire mathématique. En faisant l'expérience du problème en RV, l'élève peut mieux le comprendre. Par exemple, lorsque l'énoncé d'un problème traitant d'un volume d'eau, par exemple d'une baignoire à remplir, l'élève peut tester dans des récipients de remplissage et trouver la solution en manipulant ; chose impossible à mettre en place en classe pour la plupart des problèmes.

### La Tour de Hanoï

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, la Tour de Hanoi est un puzzle mathématique qui permet l'approche de concepts mathématiques non formels. Ce puzzle peut motiver les élèves à travailler sur ces notions mathématiques, mais ils restent souvent bloqués pour la résolution manuelle. En effet, lorsque le nombre de disques est important, il faut beaucoup de concentration et de temps pour le terminer.

Imaginez ce puzzle en RV ! Les élèves pourraient le tester, comme dans la vie réelle, mais ils pourraient faire beaucoup plus comme :

- Demander de l'aide et avoir des indices
- Faire apparaître les notions mathématiques directement devant eux
- Changer la couleur des disques pour une meilleure compréhension
- Ecouter la légende autour de ce puzzle





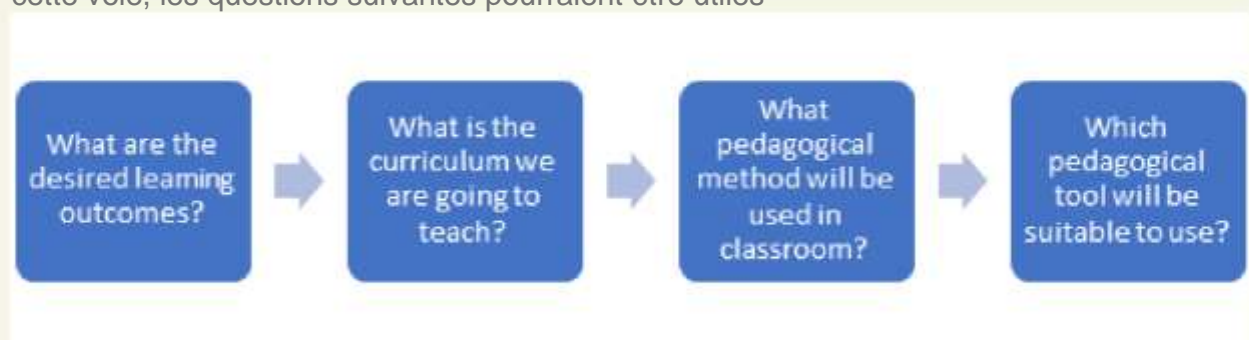
## ASPECT PEDAGOGIQUE DE LA REALITE VIRTUELLE

### QU'EST-CE QUI REND PÉDAGOGIQUE UN OUTIL MATHÉMATIQUE EN RV ; PROPRIÉTÉS ET CRITÈRES

Au cours des dernières années, nous avons tous été témoins d'un changement intéressant dans les outils que les enseignants utilisent en classe et pour réussir les objectifs pédagogiques de la matière qu'ils enseignent. Motivés par les nombreuses preuves qui démontrent l'efficacité de l'apprentissage actif par rapport à l'enseignement magistral traditionnel dans les classes de STIM[1], de nombreux enseignants cherchent divers moyens de modifier leur pratique en classe, afin d'y intégrer l'apprentissage actif.

Cette transformation est visible dans la croissance continue de l'industrie de la technologie de l'éducation. À l'échelle mondiale, plus de 37,8 milliards de dollars ont été investis dans les entreprises de technologie de l'éducation entre 1997 et 2017, et un pourcentage frappant de 62 % de cette somme a été investi au cours des trois dernières années seulement, entre 2015 et 2017[2].

Une bonne conception pédagogique, traditionnelle ou numérique, doit permettre d'harmoniser le programme d'études que nous enseignons, les méthodes d'enseignement que nous utilisons, l'environnement d'apprentissage que nous choisissons et les procédures d'évaluation que nous adoptons (Biggs, 1999). Le rôle des enseignants, en tant que concepteurs experts (Laurillard, 2013 ; Selwyn, 2016), consiste principalement à établir des tâches d'apprentissage, des environnements favorables à l'apprentissage et des formes de relations sociales en classe. Pour suivre cette voie, les questions suivantes pourraient être utiles



[1] Freeman, S, Eddy, SL, McDonough, M, Smith, MK, Okoroafor, N, Jordt, H, Wenderoth, MP. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. Proceedings of the National Academy of Sciences, 111(23), 8410–8415.

[2] Metaari Research Report: The 2017 Global Learning Technology Investment Patterns

## Alors, à quels critères l'outil de RV devrait-il répondre pour être qualifié de pédagogique ?


En 2002, le partenariat pour les compétences du XXI<sup>e</sup> siècle, une coalition entre le monde des affaires, les dirigeants du secteur de l'éducation et les décideurs, a créé le cadre de l'apprentissage du XXI<sup>e</sup> siècle. Ce cadre présente une vision holistique des pratiques modernes d'enseignement et d'apprentissage. Dans le contexte de l'enseignement des connaissances de base, les élèves doivent apprendre dans les « 4C ». Ces compétences sont considérées comme essentielles pour que les étudiants s'épanouissent dans le travail et dans la vie.



Le principe des 4C pour les compétences du XXI<sup>e</sup> siècle

Les outils numériques peuvent favoriser ces compétences chez les élèves et comme la RV est considérée comme ayant un fort potentiel pour fournir un apprentissage par l'expérience, nous essaierons d'évaluer son efficacité pédagogique :

- **La pensée critique** fait référence aux capacités des élèves à analyser, interpréter, évaluer, prendre des décisions et résoudre des problèmes. Il peut être développé en classe par le biais d'une enquête guidée et d'un apprentissage par projet ou par problème. Ainsi, par exemple, pendant la leçon sur l'amplitude des angles, les élèves peuvent utiliser l'outil de RV pour analyser différents angles de construction tout en visitant la ville de Florence et comparer l'utilisation des mathématiques en architecture dans le passé et dans le présent.
- **Une communication** claire se concentre sur l'expression claire des pensées et des opinions aux autres. Un apprentissage plus approfondi implique généralement le partage de ce qui a été appris et l'interaction avec les autres membres de la communauté. Leadbeater (2008) souligne que *l'apprentissage se fait mieux avec les gens plutôt que pour eux ou à leur intention*. Il est plus efficace lorsque les apprenants sont des participants plutôt que de simples bénéficiaires. Par conséquent, les activités de classe qui utilisent les outils de RV devraient être basées sur des scénarios réalistes et fiables avec des éléments de communication active entre les élèves.

- 
- Un apprentissage **collaboratif** innovant met les élèves au défi d'exprimer et de défendre leurs positions, d'échanger des points de vue différents, d'interroger les autres et demander des éclaircissements. Il faut un respect mutuel, des compromis, la recherche d'un consensus et une responsabilité partagée. Il peut être réalisé dans des équipes d'apprentissage par projet où les pairs, en comparant les résultats, peuvent envisager de nouvelles utilisations des connaissances et développer de nouvelles idées pour une application future. Par exemple, les activités de leçon qui utilisent les outils de RV peuvent être réalisées en paires ou en petits groupes.
  - La **créativité** comprend des capacités telles que le brainstorming, le raffinement des idées, le fait d'être réceptif aux idées des autres et de rendre les idées tangibles et utiles aux autres. Le savoir n'est pas statique, ce qui permet un mélange d'acquisitions et de pratiques sur l'apprentissage par projet axé sur des défis mondiaux qui peuvent donner aux élèves les moyens de participer activement au processus d'apprentissage. Par exemple, une classe pourrait travailler ensemble pour faire un brainstorming sur la probabilité mathématique d'un événement pour relever les défis environnementaux tout en regardant une vidéo à 360 degrés sur l'impact des combustibles fossiles sur la planète.

Vous pouvez voir dans ces exemples que la réalité virtuelle, lorsqu'elle est utilisée de façon stratégique, peut vraiment améliorer la façon dont les apprenants sont à mesure d'appliquer les connaissances recueillies en classe à des problèmes du monde réel et participer à des projets qui exigent un engagement et une collaboration soutenus (Barron et Darling-Hammond 2008)

#### **CONCLUSIONS SUR LE NIVEAU D'UTILISATION ET LES RÉSULTATS SCOLAIRES OBTENUS GRÂCE À L'INCORPORATION DES OUTILS DE RV.**

Dans les chapitres précédents, nous avons vu comment certaines avancées technologiques maintiennent la pertinence de l'éducation et de ses outils, la réalité virtuelle étant celle qui fait son chemin dans le courant dominant alors que le matériel devient plus abordable pour la réalité scolaire. Dans cette section, certaines études qui montrent l'impact de la RV dans l'éducation sont examinées :

#### **Explorer l'utilisation des technologies de RV dans les cours de mathématiques**

En 2017, une école du comté de Hedmark (Norvège) a mené une étude pilote de six semaines impliquant quatre classes différentes de 3e et 4e années (34 élèves ont formé le groupe expérimental) en mathématiques, en se concentrant sur la multiplication. L'objectif de l'étude était de déterminer si les compétences de base des élèves en mathématiques s'amélioreraient grâce à l'utilisation de la réalité virtuelle dans le cadre de l'activité d'apprentissage. Le processus a été suivi par le Practice-Based Education Research Center (SEPU) du Innlandet University College. Les élèves ont fait un test de cartographie en mathématiques avant et après le projet.

Une classe de mathématiques de 5e année dans une autre école (31 élèves formaient le groupe témoin) qui n'utilisait pas la technologie de RV et qui a fait les mêmes tests de cartographie pour comparaison.

Pendant la période de 6 semaines, dans le cadre de deux leçons d'enseignement, les élèves ont utilisé le matériel Oculus GearVR et ont travaillé sur des tâches impliquant des opérations arithmétiques de base. Les élèves pouvaient gagner des points pour les bonnes réponses.

Les enseignants ont reçu une plateforme pour se connecter et suivre la progression des élèves. Cela a permis de recueillir des données sur la progression de chaque élève au fil du temps, plutôt que de se contenter de les noter.

Les créateurs de RV Education pensent que le fait de considérer l'élève comme quelqu'un qui évolue, non seulement juge de sa performance, mais est également important pour l'éducation du futur[1].

School	Gender	N	Total Cohen's d	Effect Cohen's d
Control group/school	Boys	13	.04	
	Girls	18	.27	
Intervention group/school (VR)	Boys	12	.53	0,49
	Girls	23	.23	-0,04

Source : [www.vrededucation.no/pdf/vr-maths-report-NO.pdf](http://www.vrededucation.no/pdf/vr-maths-report-NO.pdf)

Ce tableau montre une comparaison du développement des garçons et des filles dans les deux groupes. Une taille d'effet de 0,49 en six semaines est considérée comme un effet/amélioration majeur. Par contre, les filles n'ont pas montré d'amélioration notable. Pendant le test, elles ont éprouvé des nausées en utilisant les lunettes de RV, donc elles les ont moins utilisées que les garçons. Cette expérience apporte des informations intéressantes sur les performances de la RV en matière d'apprentissage, mais en raison du petit nombre des élèves et de la courte période de l'expérimentation, on ne peut pas tirer des conclusions définitives à propos des différences entre groupes de filles et de garçons en cette matière. Il y a là un champ d'expérience à explorer.

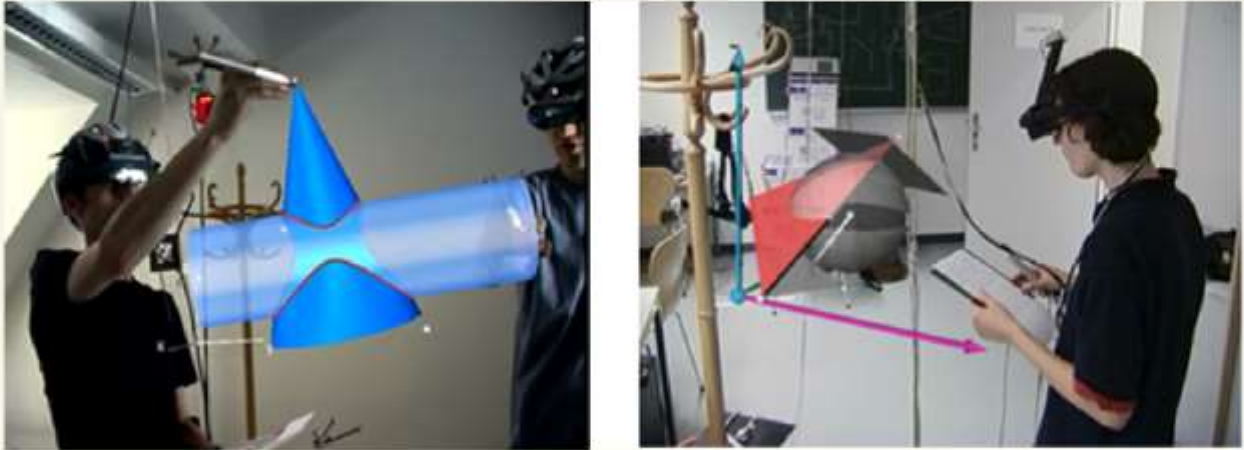
### **Construct3D : application pour l'enseignement des mathématiques et de la géométrie au lycée**

En décembre 2008, l'Université de Technologie de Vienne en Autriche a terminé un projet de recherche appelé **Construct3D** qui est un outil de construction en 3D dans un environnement virtuel immersif pour développer les capacités spatiales.

L'objectif de l'outil était de créer un instrument simple et intuitif avec une interface utilisateur conviviale. Les chercheurs ont intégré le système collaboratif de réalité augmentée **Studierstube**, qui permet aux étudiants de voir partiellement et d'interagir avec le monde réel.

[1] [https://www.youtube.com/watch?v=o6XlZ\\_Afk9A](https://www.youtube.com/watch?v=o6XlZ_Afk9A)

Il comprend un système d'aide audio pour donner un feedback et une fonction pour fournir une interaction avec le professeur. Les principaux domaines d'application de l'enseignement des mathématiques et de la géométrie sont l'analyse vectorielle, la géométrie descriptive et la géométrie en général. L'outil fournit aux élèves une image presque tangible d'objets et de scènes tridimensionnelles complexes.



Source : <https://www.ims.tuwien.ac.at/projects/construct3d>

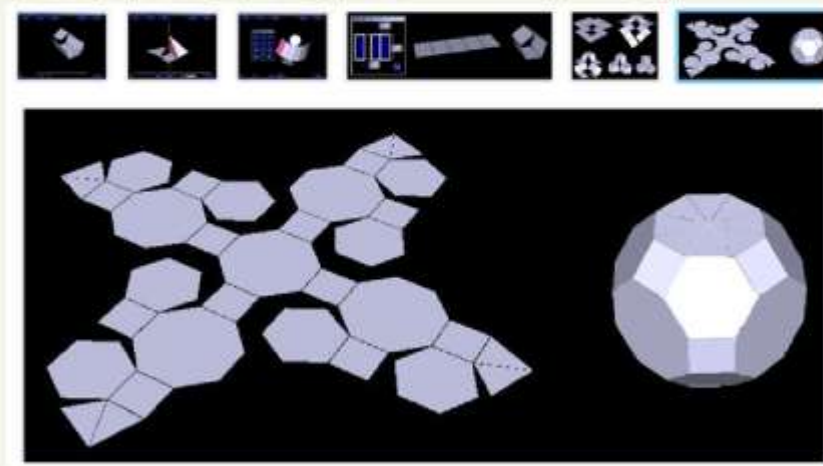
Au cours de la recherche, une étude pilote informelle a été menée auprès de 14 étudiants à Vienne, âgés de 22 à 34 ans, afin d'évaluer l'efficacité de l'outil. Leur tâche consistait à résoudre un exemple de construction à partir de l'analyse vectorielle telle que pensée en dixième année en Autriche avec l'aide d'un tuteur. Après l'expérience, ils ont dû remplir un bref questionnaire sur l'expérience globale et l'outil.

Les élèves étaient très satisfaits de leur expérience, voulaient utiliser à nouveau la technologie de la RV et ont trouvé que c'était un excellent outil pour explorer les mathématiques dans un cadre ludique. Plusieurs ont souligné que la visualisation de formes en 3D était beaucoup plus facile avec la RV qu'avec les écrans d'ordinateur, mais qu'ils avaient besoin du soutien du tuteur pour surmonter certaines difficultés techniques et physiques. Néanmoins, ils ont tous imaginé une utilisation différente de Construct3D pour résoudre des problèmes simples dans l'enseignement des mathématiques et de la géométrie.

### **Le projet DALEST (Developing an Active Learning Environment for the learning of Stereometry)**

Le projet DALEST a été cofinancé par l'Europe dans le cadre du programme **Socrates**, **MINERVA**, Sélection 2005. Le travail a été réalisé dans le cadre d'une collaboration internationale entre cinq universités : l'Université de Chypre, l'Université de Southampton, l'Université de Lisbonne, l'Université de Sofia, l'Université d'Athènes, N.K.M Netmasters et l'Association des professeurs de mathématiques de Chypre.

Les applications développées visaient à aider les élèves à concevoir et à créer des objets mathématiques par le biais de scénarios pédagogiques adaptés à l'enseignement de la stéréométrie et à développer la pensée spatiale dans les écoles primaires et secondaires. Il y avait différents niveaux et les élèves devaient résoudre certains problèmes mathématiques en mesurant, coupant, (dé)pliant et manipulant les formes pour créer des objets mathématiques.



Source : <http://pavel.it.fmi.uni-sofia.bg/elica/dalest/on.html>

Les étudiants qui ont testé les applications et manipulé différents types de réseaux sont passés du mode 2D au mode 3D. Tous les étudiants ont exprimé leur satisfaction après leur expérience et en même temps, n'ont pas négligé le travail traditionnel de création de modèles avec du papier et des ciseaux. L'impression générale après avoir testé l'outil était qu'il offrait plus d'espace pour expérimenter et jouer avec différentes idées, ce que les étudiants ont trouvé passionnant. (Les outils sont disponibles sur le site Web du projet : **DALEST PROJECT**).

En conclusion, sur la base des exemples fournis ci-dessus, nous pouvons dire que même si il n'y a pas beaucoup d'exemples formellement documentés d'utilisation de la technologie de la RV dans l'enseignement des mathématiques, les témoignages de chercheurs et d'étudiants qui ont utilisé cette technologie sont très prometteurs et ce domaine mérite d'être exploré. Avec les opinions optimistes sur l'utilisation de la technologie vient un résultat précieux, qui souligne le fait que la RV devrait être un complément à l'enseignement des mathématiques et jamais une substitution.

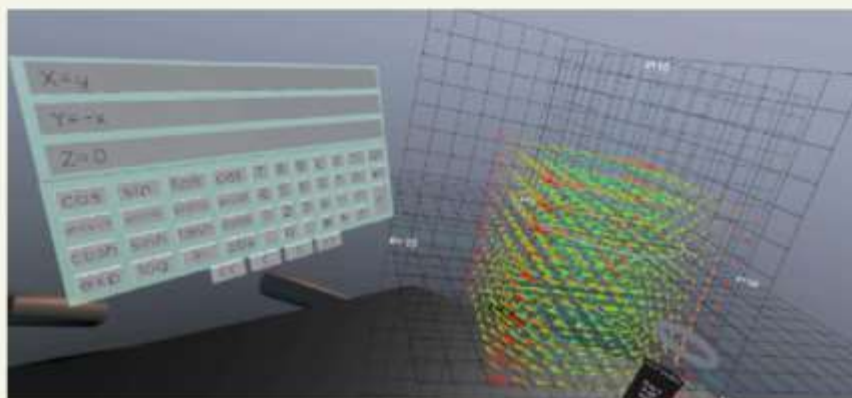
Le développement du contenu de la RV en est à ses débuts et le potentiel d'application de l'idée d'expérience immersive dans l'éducation attire chaque année de plus en plus de parties prenantes. Voici quelques-unes des propositions existantes des outils de RV en mathématique ;

## CalcFlow

**Calcflow** est un logiciel libre et gratuit développé par Nanome Inc. Il nécessite l'utilisation d'un casque de réalité virtuelle Oculus ou Vive. Pour les utilisateurs inexpérimentés, les développeurs ont créé toute une série de tutoriels vidéo sur YouTube.

**Objectif pédagogique** : Il permet d'étudier et de visualiser le calcul vectoriel dans un environnement interactif. Il peut être utilisé pour la modélisation mathématique, la manipulation de Graphiques 3D tout en éditant des paramètres en cours de route, la création de votre propre fonction paramétrée et champ vectoriel.

**Groupe cible** : il est destiné aux élèves plus âgés des dernières classes du lycée et peut être appliqué également dans l'enseignement supérieur



Source : <https://vrroom.buzz/vr-news/trends/get-ready-love-math-vr-calculator>

## VR Math

**VR Math** fait partie de **VARP Edu**, qui est une plate-forme éducative pour diverses matières. C'est une application qui aide les étudiants à comprendre et les éducateurs à enseigner la géométrie 3D. **VR Math** est un service basé sur une licence et un abonnement. Le contenu lui-même est accessible par une combinaison de téléphone et de simples casques de RV en carton ou en 360 sur un écran tactile. Pour le moment (mai 2019), il est encore en version bêta.



Source : <http://kornelmeszaros.com/vr-math/>

**Objectif pédagogique :** Il est principalement axé sur la géométrie et le développement de la conscience et de la compréhension spatiales des élèves. Il présente une série de caractéristiques intéressantes, notamment la possibilité d'accéder au contenu en tant qu'étudiant à son propre rythme et de promouvoir l'auto-apprentissage.

**Groupe cible :** élèves du secondaire et du primaire

## CalculusVR

Cette application gratuite est un projet dirigé par le Dr Nicholas Long du Département de mathématiques et de statistiques de l'Université d'État Stephen F. Austin.

**Calculus** permet à l'utilisateur de visualiser les concepts du calcul infinitésimal à plusieurs variables dans un environnement de réalité virtuelle. Pour l'utiliser, tout ce dont vous avez besoin est un casque d'écoute Google Cardboard et d'un téléphone.



Source : <https://longnesfa.wordpress.com/calculus-in-virtual-reality-project/>

**Objectif pédagogique :** Le contenu couvre différents modules comme : 2D et 3D Coordonnées et Graphique, Courbes et Surfaces, Fonctions à valeur vectorielle d'une variable, Fonctions multivariables. L'utilisateur peut spécifier ses propres objets pour la visualisation et suivre des leçons sur la géométrie et le calcul des fonctions multivariables et des surfaces correspondantes.

**Groupe cible :** Etudiants universitaires

## MashUp Math

**MashUp Math** est une initiative de groupe de jeunes éducateurs qui croient que les élèves peuvent apprendre les mathématiques différemment et qu'une approche unique est tout simplement inefficace. Sur leur site Web [www.mashupmath.com](http://www.mashupmath.com), on trouve de nombreuses ressources gratuites comme des vidéos, des feuilles de travail et des puzzles mathématiques. Leur chaîne YouTube (en anglais) a été mise à jour pour la dernière fois en 2017 mais elle comporte plus de 100 courtes vidéos qui expliquent les différents défis mathématiques de manière explicite en mettant l'accent sur les manipulations et l'approche non formelle





Source : <https://www.virtualiteach.com/single-post/2018/06/04/Maths-in-VR>

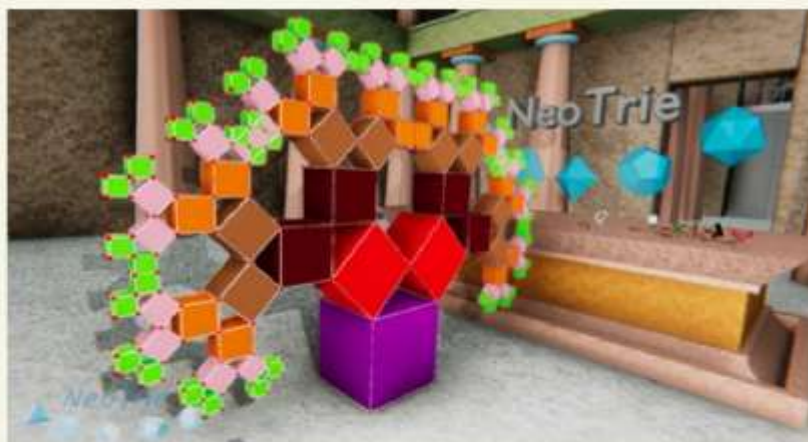
**Objectif pédagogique** : Enseigner les mathématiques de manière accessible et ludique.

**Les ressources couvrent des sujets comme** : l'algèbre, la géométrie, les mathématiques de l'école primaire et du collège. **MashUp Math** a commencé à expérimenter avec 360 vidéos pour mettre en scène des problèmes algébriques. C'est une idée simple qui pourrait être facilement reproduite en classe avec une caméra 360.

**Groupe cible** : les élèves de 8 à 15 ans

### Géométrie 3D en réalité virtuelle par NeoTrieVR

Il s'agit d'un projet dirigé par José L. Rodríguez de l'Universidad de Almería. Il est en cours de développement en collaboration avec **Virtual Door**. L'objectif du logiciel est de permettre aux utilisateurs de créer, manipuler et interagir avec des objets géométriques 3D et des modèles 3D en général, de plusieurs types.



Source : <http://virtualdor.com/NeoTrie-VR/>

**Objectifs pédagogiques [1]** : Examiner les aspects visibles de la géométrie plane à travers les yeux d'une troisième dimension ; introduire la géométrie et la modélisation 3D destinées à l'impression 3D ; développer l'artisanat et les compétences visuelles 3D ; stimuler les capacités de raisonnement déductif et inductif ; mettre en évidence le travail coopératif et l'interdépendance positive et motiver les élèves au moyen de jeux récréatifs, collaboratifs et compétitifs.

**Groupe cible** : Le projet étant en phase de développement, le groupe cible exact n'est pas encore précisé.

[1] <http://virtualdor.com/NeoTrie-VR-Edu/>

# ASPECTS PRATIQUES DE L'UTILISATION COMBINÉE DE L'APPROCHE NON-FORMELLE ET DE L'INNOVATION TECHNOLOGIQUE DE LA RÉALITÉ VIRTUELLE

## POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

### LE PROCESSUS DE CONVERSION D'UN OUTIL MATHÉMATIQUE EN UNE SOLUTION EN RV ET SA MISE EN ŒUVRE DANS UN SCÉNARIO DE LEÇON

#### Introduction

Lorsque nous utilisons un modèle mathématique, nous simplifions une situation du monde réel, en faisant une abstraction : ce faisant, nous pouvons expliquer, décrire et prédire les aspects du monde réel par le biais de représentations, c'est-à-dire d'interprétations de la réalité, telles que des diagrammes, des graphiques, des expressions symboliques. Le problème est que les élèves considèrent souvent ces représentations comme le produit final, et ils ne sont pas capables de les percevoir comme un outil pour comprendre la réalité. Cette perspective peut-elle être modifiée en utilisant la modélisation de la RV ?

Il y a deux façons de résoudre des problèmes mathématiques en utilisant la modélisation

- **Apprendre à modéliser** : on demande aux élèves de construire un modèle de la réalité ; pour ce faire, chaque élément du modèle lui-même doit être profondément compris. Ce n'est pas facile, et on peut considérer que c'est le but d'un processus éducatif, plutôt qu'une façon d'enseigner de nouveaux concepts.
- **Apprendre avec des modèles** : cette approche encourage les élèves à résoudre des problèmes en utilisant des modèles existants : ils apprennent en changeant les paramètres et en voyant la relation entre tous les objets du modèle. Pour utiliser cette approche, nous devons créer des modèles, des activités et du matériel de manipulation spécifiques pour chaque domaine des mathématiques. Ces modèles peuvent être facilement créés par la Réalité Virtuelle.

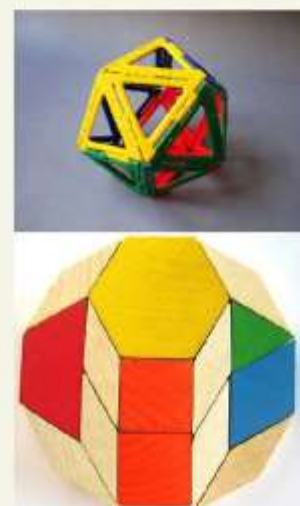
Cette section aidera les éducateurs à sélectionner les sujets et les concepts mathématiques appropriés à enseigner par des applications de Réalité Virtuelle dans un scénario non formel.

## Etape 1 – Comment choisir les concepts mathématiques

Si les enseignants veulent que les élèves apprennent les mathématiques par la pratique, ils doivent choisir des sujets dans lesquels leurs élèves sont appelés à interagir. Afin de planifier un scénario de leçon non formelle réussi, les enseignants devraient utiliser des outils qui peuvent permettre à leurs élèves de jouer un rôle actif dans l'apprentissage. Cela peut être fait en utilisant du matériel de manipulation.

### *L'importance de la manipulation*

Un des principaux concepts qu'un enseignant de mathématiques devrait connaître est la manipulation : ce sont des modèles concrets qui font intervenir des concepts mathématiques, c'est-à-dire des objets réels ou virtuels qui peuvent être utilisés et déplacés par les élèves, tels que des tuiles d'algèbre, des morceaux de fraction, des blocs de motifs, des solides géométriques, des blocs de base 10.



Sources:

Blocs Base 10 (gauche)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Base\\_ten\\_blocks#/media/File:Dienes\\_blocks\\_used\\_by\\_a\\_8\\_year-old\\_student.png](https://en.wikipedia.org/wiki/Base_ten_blocks#/media/File:Dienes_blocks_used_by_a_8_year-old_student.png);

Un polydron icosadron (en haut à droite) -

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polydron\\_09489.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polydron_09489.jpg); tuiles (en bas à droite). -

[https://en.wikipedia.org/wiki/Pattern\\_Blocks#/media/File:Wooden\\_pattern\\_blocks\\_dodecagon.JPG](https://en.wikipedia.org/wiki/Pattern_Blocks#/media/File:Wooden_pattern_blocks_dodecagon.JPG)

D'un point de vue historique, depuis le siècle dernier, certaines études (Driscoll 1983, Sowell 1989, Suydam 1986) ont déjà montré que des matériels de manipulation appropriés peuvent être bénéfiques pour les élèves de n'importe quel niveau et de n'importe quelle aptitude, chaque fois qu'ils sont utilisés pour expliquer et clarifier un concept ; par exemple, Suydam et Higgins (1976) avaient prouvé que les leçons avec des matériels de manipulation peuvent améliorer les compétences et les aptitudes mathématiques beaucoup plus que les leçons dans lesquelles des matériels de manipulation ne sont pas utilisés : cela suggère que chaque élève devrait avoir la possibilité d'interagir avec des matériels de manipulation.

Leur utilisation ne doit pas se limiter à la démonstration de l'enseignante ou de l'enseignant, car ils sont significatifs et efficaces chaque fois qu'ils sont utilisés pour faire participer les élèves à des activités interactives.

## Etape 2 – Quels sont les sujets et les concepts mathématiques appropriés ?

L'utilisation de la Réalité Virtuelle a un grand potentiel dans l'enseignement des mathématiques et de la géométrie : elle permet de trouver des moyens innovants pour enseigner les mathématiques, en donnant la possibilité d'étudier des problèmes plus difficiles et plus complets, qui étaient hors de portée des élèves dans les premiers temps.

Certains des sujets les plus appropriés à être enseignés par des environnements de RV, étudiés dans la plupart des écoles du monde entier, sont :

- les compétences et/ou concepts mathématiques de base, tels que les quatre opérations de base, les fractions, le calcul mental (pour l'enseignement primaire) ;
- la trigonométrie, algèbre vectorielle, géométrie 3D, visualisation de graphiques et dessin de courbes, et autres applications et problèmes tridimensionnels (pour l'enseignement secondaire)
- l'analyse (fonctions complexes), algèbre linéaire, calcul différentiel et géométrie différentielle, géométrie projective (pour l'enseignement supérieur/le lycée).

Dans le premier chapitre, par exemple, nous avons vu des exemples d'outils pédagogiques utilisant des mathématiques non formelles. On a vu que la forme peut être très différente. Certains de ces outils peuvent être convertis, et donc augmentés, en utilisant la Réalité Virtuelle.

Prenons comme exemple la manipulation via un puzzle qui illustre le théorème de Pythagore, et analysons sa conversion possible en une solution pratique de RV. Le théorème de Pythagore est une propriété qui permet de calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle lorsque les longueurs des deux autres côtés sont connues.

Forme mathématique :

Dans tout triangle rectangle ABC, il s'applique que  $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$

Le but est de manipuler des pièces de bois dans un jeu de puzzle, pour illustrer le théorème de Pythagore.



### Etape 3 – Comment intégrer le sujet ainsi que le concept mathématique dans un scénario non formel

La réalité virtuelle doit être utilisée pour adapter le contenu mathématique traditionnel et peut le rendre tangible, visible et compréhensible. Les informations reçues par la vision sont collectées de manière passive : le toucher est un processus actif et bidirectionnel (Sourin & Wei 2009) ; il doit aider les apprenants à comprendre des concepts et des systèmes complexes, abstraits et non intuitifs, en manipulant des paramètres pertinents et en adoptant différents points de vue en temps réel ; il doit également améliorer l'apprentissage en rendant l'expérience ludique : les environnements d'apprentissage en graphisme 3D sont attrayants, interactifs et flexibles. Les étudiants qui connaissent bien les jeux vidéo sont très motivés pour jouer à des jeux interactifs : cela les stimule pour construire activement les connaissances par la pratique.

L'outil présenté à l'étape 2 est un bon exemple d'intégration d'un concept mathématique, en l'occurrence le théorème de Pythagore, dans un scénario non formel, dans la mesure où il offre de nombreuses possibilités d'apprentissage : en géométrie (par exemple les caractéristiques de la forme, le vocabulaire, le pavage), en histoire des mathématiques (avec l'histoire de la Grèce antique, etc.). En outre, il est lié au programme des écoles en Europe. Les objectifs éducatifs sont importants. Cet outil pédagogique fonctionne très bien actuellement dans les classes de mathématiques. En effet, l'approche non formelle de ce théorème permet une meilleure compréhension.

La transposition en RV du "Puzzle de Pythagore" peut augmenter considérablement les possibilités pédagogiques par rapport aux outils existants. C'est l'une des raisons pour lesquelles l'objectif doit être clairement défini au préalable. Dans ce cas, voulons-nous que l'élève connaisse par cœur le théorème de Pythagore ? Ou est-ce une première approche de l'histoire des mathématiques ? Ou est-ce les deux ? Cet objectif pédagogique doit être rendu explicite et clair dès le départ. Il est également jugé nécessaire de définir dès le début toutes les activités qui pourraient éventuellement découler des objectifs pédagogiques.

Par exemple, pour notre exemple de la manipulation de la preuve du théorème de Pythagore, en plus de la manipulation virtuelle qui apporterait les mêmes bénéfices que dans la réalité, l'élève pourrait :

- effectuer d'autres manipulations qui montrent ce théorème ;
- prouver le théorème mathématiquement et trouver son expression ;
- accéder à une vidéo amusante qui démontre le théorème de Pythagore (exemple <https://www.youtube.com/watch?v=YompsDIEdtc>) ;
- construire un arbre de Pythagore (voir l'image ci-dessous) ;



- se donner du temps et défier ses amis ;
- en savoir plus sur Pythagore (le pythagorisme) en écoutant par exemple une bande sonore qui raconte son histoire ou une vidéo (<https://www.youtube.com/watch?v=qmoxwZCiWEM&feature=youtu.be>) ;
- voir/étudier une bibliographie contenant des travaux sur ce théorème ou ce mathématicien ;
- et même rencontrer le mathématicien et lui poser des questions sur son temps et son théorème !

#### Etape 4 - Comment introduire des technologies innovantes et des applications de mathématiques de la RV déjà existantes dans un scénario non formel ?

Par la suite, il faut choisir si le spectateur (l'élève) sera au cœur de l'action ou s'il sera placé selon d'autres points de vue. Interagira-t-il avec son environnement ou non ? Y aura-t-il des vidéos à 360° ou de la modélisation 3D ?

D'une manière ou d'une autre, les systèmes d'apprentissage de la RV et des graphiques 3D devraient être intégrés dans un scénario non formel à la manière d'un jeu.

Selon Breuer (2011), afin d'obtenir les meilleurs résultats, les applications mathématiques de RV doivent satisfaire ces caractéristiques :

- **Interactivité** : apprendre en faisant et en expérimentant ;
- **Multimédia** : visualisation/préparation du contenu et du feedback en utilisant des modèles 3D, de l'audio, etc ;
- **Implication** : le jeu doit être totalement engageant pour éviter que le joueur ne soit distrait ;

- **Défi** : difficulté croissante, le jeu doit toujours mettre à l'épreuve les compétences individuelles pour maintenir la motivation des joueurs ;
- **Récompense** : les récompenses et le feedback de la progression devraient pousser l'auto-efficacité et la motivation ;
- **Expérience sociale** : fournir des canaux de communication pour mettre les joueurs en contact.

### Etape 5 – Médias, techniques et contexte environnemental qui pourraient renforcer le processus éducatif

Maintenant, si nous sommes les créateurs/constructeurs de l'outil de RV, nous devons prendre des décisions finales concernant le contexte environnemental de notre outil. Les éléments de décoration, le son (paroles, musique) et la spatialisation permettent de donner vie au scénario.

Qu'est-ce qui sera le plus pertinent pour les objectifs pédagogiques de notre exemple : choisissons-nous de recréer la Grèce antique de Pythagore, un monde ludique ou un monde "géométrique" ? La musique doit-elle être classique pour une meilleure concentration, rythmée pour souligner la motivation ou actuelle pour rendre les tâches répétitives moins contraignantes et aider l'élève à être plus efficace dans la résolution des problèmes ? Y aura-t-il une voix " off " ou l'interaction se fera-t-elle par l'écriture ?

Une idée est de créer divers environnements distincts pour chacun des exercices/tâches donnés dans **Le Puzzle de Pythagore**.

Dans le cas où nous ne visons pas la création d'un outil/application virtuel(le) en partant de rien, nous pourrions alternativement travailler en nous concentrant sur des solutions prêtes à l'emploi pour du matériel de manipulation virtuel, spécifiquement développé pour les sujets-concepts que nous voulons enseigner : il existe quelques outils logiciels disponibles dans le commerce utilisables pour l'apprentissage et l'enseignement, tels que :

**Mathcad** (<https://www.ptc.com/en/>) ;  
**Maple** (<https://www.maplesoft.com>) ;  
**Mathematica** (<http://www.wolfram.com/mathematica/>) ;  
**MATLAB** (<https://uk.mathworks.com/products/matlab.html>) ;  
**Geometer's Sketchpad** (<http://www.dynamicgeometry.com/>).

Ces outils donnent aux élèves la possibilité de voir des images, mais sans avoir l'expérience de s'immerger dans la scène 3D : ce manque d'implication peut se traduire par une expérience d'apprentissage de moindre qualité, mais il peut néanmoins être un outil complémentaire valable à utiliser afin de renforcer les compétences mathématiques des élèves.

## Etape 6 – Créer l'expérience

Une fois que l'architecture de la future application a été définie, il ne reste plus qu'à créer les différents éléments qui composeront **Le Puzzle de Pythagore en Réalité Virtuelle** ou tout autre scénario pratique jugé apte à être converti en outil de RV.

### UN GUIDE PRATIQUE SUR LA FAÇON DE CRÉER UN CALENDRIER DES PROGRÈS

Pour utiliser la RV en classe, il faut au moins deux choses : un smartphone qui peut télécharger/exécuter des applications ou des fichiers vidéo, et un casque de RV. Les téléphones Android avec leurs capteurs gyroscope et magnétomètre rendent un smartphone compatible pour la RV. La plupart des appareils de milieu et haut de gamme sont équipés d'un gyroscope et d'un magnétomètre, ce qui en fait des compagnons parfaits pour la RV. Vous pouvez utiliser des applications gratuites ou payantes ou même des films réalisés avec 360 °caméras. Même si ces films n'offrent pas la même expérience 3D que les applications de RV, ils sont toujours incroyablement interactifs et immersifs lorsqu'elles sont visionnées à travers les casques de RV.

Les observations présentées ci-dessous sont faites en tenant compte d'une classe d'environ 30 élèves et d'une durée de cours de 50 minutes. La leçon/le plan/le projet d'enseignement reflète la manière dont l'activité d'enseignement sera faite afin d'atteindre les objectifs. La leçon est réalisée dans une séquence d'étapes, ce qui lui donne une certaine structure. Cette structure n'est pas obligatoire ni rigide. Le type de leçon est déterminé en fonction de l'objectif général de la leçon. Les principaux types de leçons sont les suivants :

**La leçon mixte / combinée** – vise à atteindre à peu près la même ampleur que plusieurs tâches d'enseignement (communication, systématisation, fixation, vérification), étant le type de leçon le plus courant rencontré dans la pratique didactique, surtout au niveau de l'école générale.

**La leçon de communication/appropriation de nouvelles connaissances** – a pour objectif fondamental l'acquisition de nouvelles connaissances et le développement de capacités et d'attitudes intellectuelles. Ainsi, avec ces nouvelles acquisitions, les autres étapes correspondant au type mixte (différent de la communication/appropriation de nouvelles connaissances) sont présentes, mais avec une importance bien moindre, selon l'âge des élèves.



## La leçon du développement des compétences et des capacités

(Spécifique aux mathématiques) - cherche à familiariser les élèves avec les différentes méthodes de travail intellectuel, à les habituer à organiser et à mener un travail indépendant, à mettre en pratique les connaissances.

Les trois types de leçons présentées ont à peu près la même structure générale, mais leur différence réside dans l'importance de leurs étapes - présentation du contenu vs. fixation de la connaissance.

La structure et la durée d'une leçon mixte/ combinée :

	Lesson stages	Duration	VR
1	Organizational moment	3 min	
2	Updating/checking the previously acquired knowledge and skills, checking the homework	10 min	
3	Preparing for the new topic	3 min	
4	Announcement of the new topic and lesson objectives	3 min	
5	Optimal presentation of the content and directing learning by various ways depending on its nature; Training students in solving various tasks, gradually introduced, depending on the level of difficulty, on the psychological components involved in the learning process; differentiated and individualised activities, reported to the psychological particularities regarding age and individual.	15 min	Yes
6	Fixation of knowledge through repetition, systematization of knowledge and skills, through applications involving transfer of skills and abilities in contexts different from those created during the stage of orienting the learning process.	10 min	Yes
7	Ensuring retention and transfer by specifying the homework, accompanied by the explanations needed to continue learning and to ensure the operation with new knowledge and skills in new conditions/ contexts	4 min	
8	Appreciations and recommendations	2 min	

Les applications RV et les films 3D étant plus attrayants et interactifs peuvent être utilisés lors de la présentation du nouveau contenu pour observer et explorer les liens entre la théorie mathématique et la réalité environnante. Il y a (ou on peut les concevoir) des applications interactives à utiliser au moment de la fixation de la connaissance par des exercices et la résolution de problèmes.

### D'autres types de leçons sont :

**La leçon de fixation de la connaissance et de développement des compétences et des capacités** - vise, en particulier, la consolidation des connaissances acquises et le comblement des lacunes des élèves ; ce type de leçon devient efficace s'ils redimensionnent le contenu autour d'idées ayant une valeur cognitive pertinente, de sorte que les élèves deviennent capables d'établir des connexions qui leur permettent des applications plus complexes et plus opérationnelles.

La structure générale et la durée de ce type de leçon sont indiquées dans le tableau suivant :

	Lesson stages	Duration	VR
1	Organizational moment	3 min	
2	Announcement of the topic and objectives by presenting the revision plan, established and communicated to the students in the previous lesson	5 min	
3	Orienting the learning process by directing the revision/consolidation process: systematization, deepening knowledge and/or skills, establishing new correlation between them; transfer in new instructional contexts based on solving various tasks with progressive degrees of difficulty; synthesis, individual or group work; differentiated and individualised activities.	30 min	Yes
4	Ensuring retention and transfer by specifying the homework, accompanied by the explanations needed to continue learning and to ensure the operation with new knowledge and skills in new conditions/contexts	10 min	
5	Appreciations and recommendations	2 min	

**La leçon de vérification et d'appréciation des résultats scolaires** - vise principalement à établir le niveau de formation des élèves, mais aussi l'encadrement de leurs connaissances dans de nouveaux cadres de référence ayant un rôle dans les futurs parcours d'apprentissage.

La structure générale et la durée de ce type de cours sont les suivantes :

	Lesson stages	Duration	VR
1	Organizational moment	3 min	
2	Announcing the assessment objectives/competences to be evaluated – the proposed topic for the evaluation and how the evaluation <u>process</u> will be carried out ; in the case of a large content evaluation, the topic will be established and announced in advance.	5 min	
3	Performance Assessment – This step is correlated with the specifics of the method (generally written, oral or practical evaluation) and the evaluation tools; the students are informed about the scales/and/or the assessment criteria.	30 min	Yes
4	Ensuring the inverse connection by checking the results <u>directly/individually</u> ; highlighting the typical mistakes, accompanied by additional explanations in order to clarify them.	10 min	Yes
5	Appreciations and recommendations	2 min	

En ce qui concerne l'évaluation, les applications de RV peuvent être conçues pour contenir des tests de différents types : objectifs (à double choix, à choix multiples ou appariés) ou semi-objectifs (avec des réponses courtes ou des réponses complémentaires).

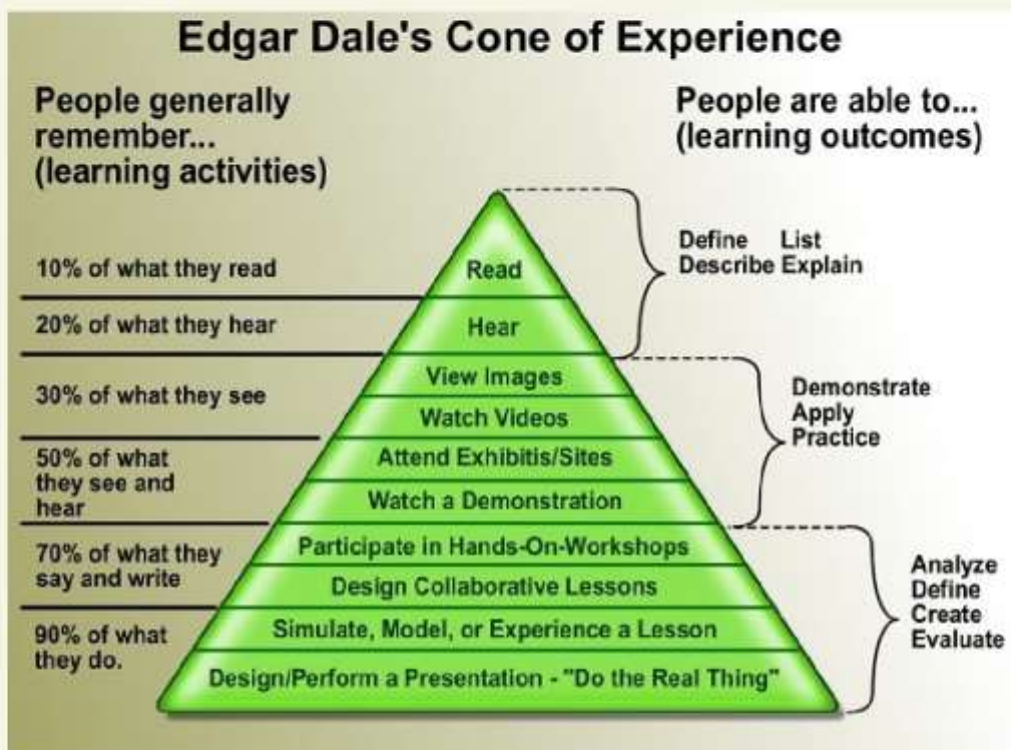
Parmi leurs avantages, il y a le fait que l'élève reçoit la bonne réponse sur-le-champ. Un autre avantage est la possibilité de conserver/enregistrer les réponses des élèves et de les mettre à la disposition de l'enseignant dans une base de données. Certains des inconvénients des éléments objectifs/semi-objectifs sont qu'ils ne permettent pas d'évaluer des objectifs d'apprentissage complexes tels que l'originalité et la créativité des élèves, leurs capacités à organiser et à intégrer leurs idées, l'interprétation et l'application des informations qu'ils ont acquises.

Comme on peut le voir, la réalisation d'un projet de leçon dépend d'un certain nombre de variables telles que la nature du contenu, les objectifs poursuivis, le niveau de formation des élèves et le type de stratégies d'enseignement utilisées.

## UN GUIDE PRATIQUE SUR LA MANIÈRE D'INTÉGRER CES LEÇONS ET LA RÉALITÉ VIRTUELLE AUX PROGRAMMES D'ÉTUDES ACTUELS DANS LES PAYS PARTENAIRES...

### INTRODUCTION ET PRÉSENTATION DE LA RÉALITÉ VIRTUELLE DANS LES COURS DE MATHÉMATIQUES

Les recherches ont montré que nous ne nous souvenons que de 10 % de ce que nous voyons, mais de 90 % de ce que nous vivons (Image 1).



Source : Image 1 <https://www.td.org/Publications/Blogs/Science-of-Learning-blog/2015/03/Debunk-This-People-Remember-10-Percent-of-What-They-Read>

La technologie ne remplacera jamais l'enseignant, mais elle peut aider à développer les aptitudes et les compétences des élèves nécessaires à la vie au XXI<sup>e</sup> siècle - communication, créativité, collaboration et pensée critique.

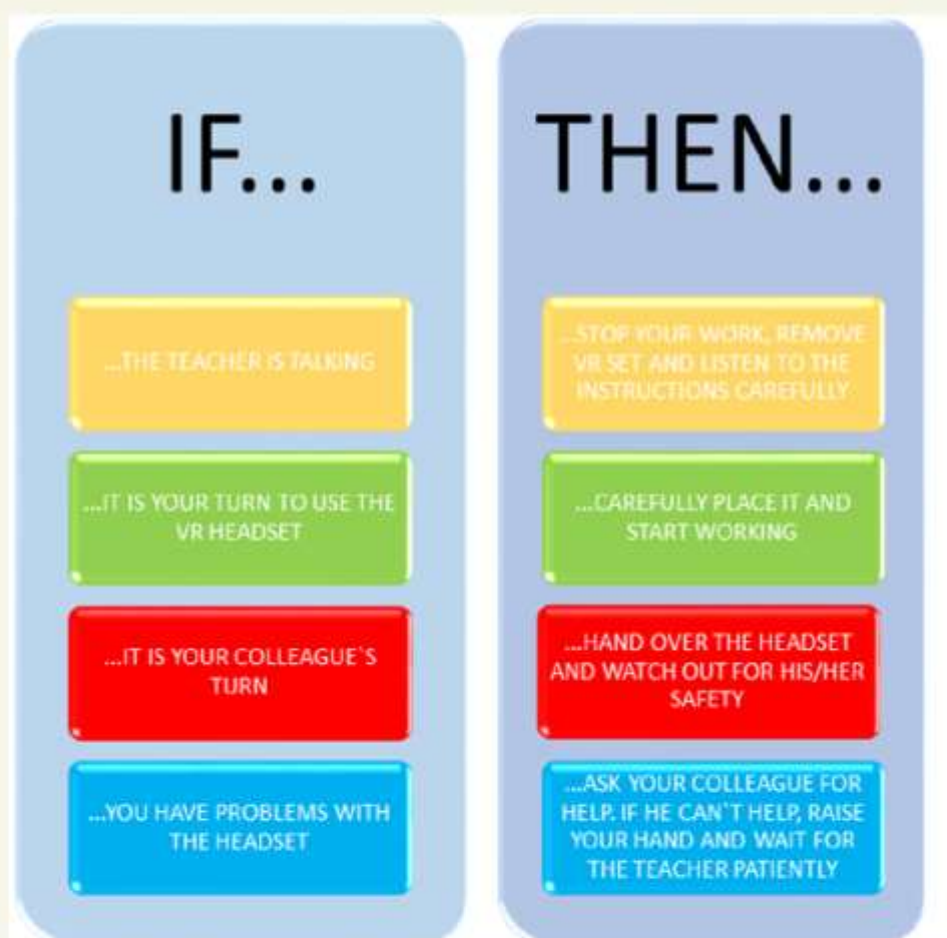
La réalité virtuelle dans l'apprentissage transforme les contenus ennuyeux et les rend intéressants, de sorte que même les élèves les moins actifs s'engagent. La création de scénarios pour l'apprentissage en utilisant la réalité virtuelle fournit un environnement d'apprentissage contrôlé, donc les expériences virtuelles créées par la réalité virtuelle permettent aux élèves de vivre des scénarios sans être exposés à certains risques. Ainsi, la technologie de la RV permet aux enseignants d'amener leurs élèves à profiter de l'expérience et à apprendre en toute sécurité.

La réalité virtuelle offre aux élèves la possibilité de faire des erreurs et d'apprendre de ces erreurs sans conséquences, leur donnant une chance d'essayer à nouveau et de réussir - de pratiquer et de consolider.

Avant la première utilisation de la technologie de RV par les élèves dans une classe, il est recommandé de prendre du temps et de discuter de l'utilisation de cette technologie en classe, de décrire l'expérience et de demander quelles sont leurs attentes. Il est de la responsabilité des enseignants de créer la bonne atmosphère dans la classe et de fixer les objectifs qui sont censés être atteints. Après la première expérience de RV des élèves, l'enseignant devrait discuter de cette expérience avec eux, leur demander ce qu'ils ont vu, discuter de leurs sentiments, des impacts et des résultats.

L'utilisation de la réalité virtuelle dans la classe apportera probablement de la joie et de l'excitation aux élèves. Elle peut affecter la perception de l'apprentissage des élèves. Par conséquent, les enseignants doivent établir des règles claires et donner des instructions détaillées pour l'apprentissage en environnement virtuel et les élèves doivent être conscients des règles de conduite.

L'enseignant doit insister sur l'importance d'une bonne communication entre les élèves ainsi qu'entre les élèves et les enseignants pendant l'utilisation de la RV.



En introduisant le sujet et en appliquant la RV, l'enseignant doit attirer l'attention des élèves sur le contenu lui-même, afin qu'ils ne manquent aucun détail important pour l'apprentissage. Les adolescents sont enclins à faire des expériences émotionnelles et peuvent se laisser emporter lorsqu'ils utilisent la RV. C'est pourquoi l'enseignant doit souligner l'importance des résultats dans le monde réel et virtuel. Sans un niveau élevé de concentration, les élèves pourraient passer à côté de détails qui pourraient être importants dans leur expérience d'apprentissage de la RV.

## Règles et sécurité lors de l'utilisation de la RV en classe

Afin d'obtenir une efficacité maximale d'une leçon lors de l'utilisation de la nouvelle technologie, il est nécessaire de définir à l'avance les méthodes de travail et les règles de conduite à l'intérieur et à l'extérieur de la classe. Avant d'appliquer la technologie elle-même, les élèves doivent être initiés aux mesures de sécurité, qui peuvent être résumées dans les points suivants. Il est nécessaire de minimiser tous les facteurs de perturbation externe pour la salle de classe où la RV est utilisée.

Des avertissements clairs sur les portes devraient empêcher d'autres personnes d'entrer et de perturber le travail. Il est également important de permettre aux élèves de travailler en silence. Lorsque l'on utilise des casques d'écoute pour la réalité virtuelle, il est impossible pour les élèves de voir leur environnement. Par conséquent, tout bruit ou perturbation doit être réduit au minimum. Tout obstacle physique doit être éliminé. Les règles de conduite et de communication pendant le travail doivent être clairement visibles.

- Écouter attentivement l'enseignant
- Enlever les obstacles physiques avant d'utiliser le RV
- Toujours travailler en binôme - jamais seul
- Maintenir l'appareil propre

## Débriefing et évaluation : Comment l'éducateur pourrait-il discuter de ce processus éducatif novateur avec les élèves

Les enseignants peuvent utiliser différents types et méthodes d'évaluation pour vérifier si les résultats d'une leçon ont été atteints. Quelques modèles de méthodes d'évaluation pouvant être utilisées sont présentés ci-dessous

### 1. Méthodes d'évaluation

- Analyse des portfolios
- Observation des performances des élèves dans les activités, les TP et la recherche
- Examen oral
- Analyse les rapports des élèves, des affiches, es cartes mentales et des recherches
- Évaluation d'une discussion à laquelle participe un élève
- Examen écrit

## 2. Evaluation de la leçon

Évaluation des énoncés sur une échelle de 1 à 5, 1 étant pas du tout, et 5 étant complètement oui.

1. I like the way of work in this lesson.	1	2	3	4	5
2. This lesson was interesting.	1	2	3	4	5
3. It is clear what I was supposed to learn in this lesson.	1	2	3	4	5
4. The subject matter was clearly explained.	1	2	3	4	5
5. I have learned the subject matter.	1	2	3	4	5
6. I think I actively participated in this lesson.	1	2	3	4	5
7. I was more active in this lesson than usually.	1	2	3	4	5
8. By being active I contributed to the quality of the lesson.	1	2	3	4	5
9. I was motivated for work in this lesson.	1	2	3	4	5
10. I prefer using VR in lessons.	1	2	3	4	5
11. Name two things you liked in this lesson.					
12. Name two things you didn't like in this lesson.					

## 3. Evaluation du travail d'équipe

ELEMENTS	YES	PARTLY	NO
1. We have completed the task successfully.			
2. Each member of the team has contributed to the fullest.			
3. All members of the team have participated in completing the task.			
4. We have accepted each other's opinions.			
5. I like this way of learning.			
6. I can explain what I have learned after this lesson.			

# Bibliographie

- Buldioski, G., Grimaldi, C., Mitter, S., Titley, G., & Wagner, G. (2002). Training Essentials. T-Kits (Vol. 6). Strasbourg: Council of Europe Publishing. Retrieved from [http://youth-partnership-eu.coe.int/youth-partnership/documents/Publications/T\\_kits/6/tkit6.pdf](http://youth-partnership-eu.coe.int/youth-partnership/documents/Publications/T_kits/6/tkit6.pdf)
- Carver, Rebecca L. (1996). Theory for practice: A framework for thinking about experiential education. *The Journal of Experiential Education*, 19:8-13.
- Carver, Rebecca L. (1998). Experiential education for youth development. Youth Development Focus, 4-H Center for Youth Development, University of California, Davis, fall.
- Catterall J., Chapleau R., and Iwanaga J. (1999). Involvement in the arts and human development: General involvement and intensive involvement in music and theatre arts. In E. B. Fiske (ed.) *Champions of Change* (pp. 1-18). Washington, DC: Arts Education Partnership. Chisholm, L. (2001). Towards a revitalisation of non-formal learning for a changing Europe. Report of the Council of Europe Youth Directorate Symposium on Non-Formal Education. Strasbourg, 13 – 15 October 2000.
- Dewey, John. (1916). "Democracy and education: an introduction to the philosophy of education." New York: The Macmillan Company. Enfield, Richard. (2001). Connections between 4-H and John Dewey's philosophy of education. Youth Development Focus, 4-H Center for Youth Development, University of California, Davis, winter.
- Enfield, Richard. (2000). SLO Scientists: Families having fun with Science Clubs. In Braverman, Marc T., Ramona M. Carlos, and Sally M. Stanley, Eds. *Advances in Youth Development Programming: Reviews and Case Studies from the University of California*. Oakland, CA: University of California Agriculture and Natural Resources.
- Gillert, A., Haji-Kella, M., Jesus Cascao Guedes, M. de, Raykova, A., Schachinger, C., & Taylor, M. (2000). *Intercultural Learning*. T-Kits (Vol. 4). Strasbourg: Council of Europe Publishing. Retrieved from [http://youth-partnership-eu.coe.int/youthpartnership/documents/Publications/T\\_kit\\_s/4/tkit4.pdf](http://youth-partnership-eu.coe.int/youthpartnership/documents/Publications/T_kit_s/4/tkit4.pdf)
- Johnson C. M. and Memmott J. E. (2006). Examination of relationships between participation in school music programs of differing quality and standardized test results. *Journal of Research in Music Education*, 54, pp. 293-307.
- Russell, Stephen T., and Glen H. Elder, Jr. (1997). "Academic Success in Rural America: Family Background and Community Integration." *Childhood*, 4:169-181.
- Van Horn, Beth E., Constance A. Flanagan, and Joan S. Thomson. (1998). The First Fifty Years of the 4-H Program (Part 1). *Journal of Extension*, 36(3): <http://www.joe.org/joe/1998december/comm2.html>. Siurala, Lasse (2008). The variety and differences amongst the concepts of nonformal education. Vilnius, 16.04.2008.
- Walker, Joyce. (1998). "Youth Development Education: Supports and Opportunities for Young People." The Center. University of Minnesota Center for 4-H Youth Development. Winter:10-13.
- Bell, J. T., & Fogler, S. H. (1995). The investigation and application of virtual reality as an educational tool. *Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference*, Anaheim, CA; Breuer, J. (2011). Spielend lernen? Eine Bestandsaufnahme zum (Digital) Game-Based Learning. Landesanstalt für Medien NRW; Clements, D. H., & McMillen, S. (1996). Rethinking Concrete Manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(5), pp. 77 and 270-279;
- Dorward, J., & Heal, R. (1999). National Library of Virtual Manipulatives for Elementary and Middle Level Mathematics. *Proceedings of WebNet99 World Conference on the WWW and Internet*, pp. 1510-1512. Honolulu, Hawaii Association for the Advancement of Computing in Education;
- Driscoll, Mark J. (1983). *Research within Reach: Elementary School Mathematics and Reading*. St. Louis: CEMREL;
- Durlach, N., Allen, G., Darken, R., Garnett, R. L., Loomis, J., Templeman, J., & von Wiegand, T. E. (2000). Virtual environments and the enhancement of spatial behavior: Towards a comprehensive research agenda. *Presence -Teleoperators and Virtual Environments*, 9(6), 593-615;
- Fennema, E. H. (1972). Models and mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 19, 635-640. Retrieved 28 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/41188128>
- Hiebert, J., & Weare, D. (1992). Links between teaching and learning placevalue with understanding in first grade. *Journal for research in Mathematics Education*, 23, 98-122. Retrieved March 28, 2019 from <https://www.jstor.org/stable/749496> ;
- Lesh, R. A. (1979). *Applied ProblemSolving in Early Mathematics Learning*. Northwestern University;
- Moyer, P. S., Bolyard, J.J., & Spikell, M.A. (2002). What are virtualmanipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377. Retrieved 21 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/41197834>; NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for schoolmathematics*. Reston, VA, p. 17;
- Post, T. (1981). The Role of Manipulative Materials in the Learning of MathematicalConcepts. In *Selected Issues in Mathematics Education*. Berkeley, CA:National Society for the Study of Education and National Council of Teachers of Mathematics, McCutchan Publishing Corporation;
- Rizzo, A. A., Buckwalter, J. G., Neumann, U., Kesselman, C., Thiebaut, M., Larson, P., & Van Rooyen, A. (1998). The virtual reality mental rotation spatial skills project. *CyberPsychology andBehavior*, 1(2), 113-120; Sourin, A., Lei, W., (2009). Visual immersive haptic mathematics, *Virtual Reality* (2009) 13, pp. 221–234;
- Sowell, Evelyn J. (1989). Effects of Manipulative Materials in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20:498-505. Retrieved March 25, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/749423>;
- Suydam, M. N. (1986). Research Report: Manipulative Materials and Achievement. *ArithmeticTeacher*, 33, pp 10, 32. Retrieved 25 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/41192833> ;
- Suydam, M. N., & Higgins, J. L. (1976). Review and Synthesis of Studies of Activity-Based Approaches to Mathematics Teaching. Final Report, NIEContract No. 400-75-0063;
- Taxén, G., Naeve, A. (2001). *CyberMath: A System for Exploring Open Issues inVR-based Education*, Center for User Oriented ITDesign, Royal Institute of Technology, Stockholm; Winn, W., & Bricken, W. (1992). Designing virtual worlds for use in mathematics education: The example of experiential algebra. *EducationalTechnology*, 32(12), 12-19. Retrieved 22 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/44425562>
- <https://www.weareteachers.com/virtual-reality-classroom/>[https://www.researchgate.net/publication/325248053\\_Learning\\_in\\_a\\_virtual\\_environment\\_implementation\\_and\\_evaluation\\_of\\_a\\_VR\\_math-game](https://www.researchgate.net/publication/325248053_Learning_in_a_virtual_environment_implementation_and_evaluation_of_a_VR_math-game)[http://www.isj-db.ro/static/files/curriculum/Informatica\\_TIC/Anexa\\_2\\_Tipuri\\_de\\_lecii\\_FINAL.docx](http://www.isj-db.ro/static/files/curriculum/Informatica_TIC/Anexa_2_Tipuri_de_lecii_FINAL.docx)[http://www.isjcs.ro/Definitivat/GHID\\_DEF\\_pentru%20site.pdf](http://www.isjcs.ro/Definitivat/GHID_DEF_pentru%20site.pdf)
- [http://dppd.ulbsibiu.ro/ro/cadre\\_didactice/adriana\\_nicu/cursuri/Pedagogie%202\\_curs\\_8\\_Testul%20docimologic.pdf](http://dppd.ulbsibiu.ro/ro/cadre_didactice/adriana_nicu/cursuri/Pedagogie%202_curs_8_Testul%20docimologic.pdf)Sources of sub section 4.3 [www.cfeduex.com](http://www.cfeduex.com)
- <https://www.virtualiteach.com/single-post/2018/06/04/Maths-in-VR><https://nearpod.com/blog/virtual-reality-math/>
- <http://blog.scientix.eu/2018/05/the-use-of-immersive-virtual-reality-in-the-mathematics-classroom/>
- <https://www.veative.com/deployment/classroom-usage><https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1131313.pdf><https://www.cfeduex.com/setting-a-conducive-atmosphere-in-class-through-vr-learning-etiquette/>
- <https://www.cfeduex.com/emphasizing-the-benefits-of-virtual-reality-in-universities-and-its-students/>
- <https://observatory.tec.mx/edu-trends-augmented-and-virtual-reality/>
- <https://www.pinterest.com/https://loomen.carnet.hr/>
- <https://www.google.com/search?q=confucius+quotes+i+hear+i+forget&tbm=isch&source=univ&client=fir&sa=X&ved=2ahUKEwi6g6vhiZbiAhUqtIsKHfQgD64QsAR6BAGJEAE&biw=1366&bih=645#imgrc=m18cStENO6xstM>





# Erasmus+

Le projet Math Reality a été financé avec le soutien de la Commission européenne.

Cette publication n'engage que son auteur et la Commission ne peut être tenue responsable de l'usage qui pourrait être fait des informations qui y sont contenues.

Project code : 2018-1-FR01-KA201-048197



**Math  
Reality**