

**PEDAGOŠKI
VODIČ : VR ZA
MATEMATIKU**

“

**Jedini izvor
znanja je iskustvo**

”

ALBERT EINSTEIN



SADRŽAJ:

- 04** NEFORMALNI PRISTUP POUČAVANJU MATEMATIKE
- 32** MATEMATIKA I TEŠKOĆE U UČENJU
- 35** INTEGRACIJA VR TEHNOLOGIJE U NEFORMALNI PRISTUP POUČAVANJA MATEMATIKE
- 41** PEDAGOŠKI ASPEKTI VR TEHNOLOGIJE
- 50** PRAKTIČNOST UPORABE KOMBINIRANOG NEFORMALNOG PRISTUPA I VR TEHNOLOŠKIH INOVACIJA U MATEMATICI U RAZREDU

NEFORMALNI PRISTUP POUČAVANJU MATEMATIKE

UVOD; ŠTO JE NEFORMALNI PRISTUP POUČAVANJU MATEMATIKE

Neformalno obrazovanje: uključivanje obrazovne aktivnosti organizirane van formalnog sistema i osmišljen da služi prepoznatljivoj klijenteli i obrazovnim ciljevima

Coombs, Prosser and Ahmed, 1973

Neformalno obrazovanje ima nekoliko svojstvenih karakteristika formalnog obrazovanja, budući da oba dijele predanost učenju i usvajanju znanja. Stoga se ono razvija prema metodičko osmišljenom kurikulumu i znanstveno ispravnim sredstvima. Međutim, mnogo je točaka koje se ne susreću; najočitija je ta da se formalno obrazovanje odvija u školskoj zgradi, dok se neformalno obrazovanje može odvijati u bilo kojem mjestu koje pripada zajednici. Prema tome, neformalno obrazovanje može koristiti klubove, kampove, grupne sastanke ili događaje koje vode mladi u svrhu provođenja obrazovanja, te se na taj način održava u mnoštvu društvenih i zajedničkih okoliša, i u različitim oblicima.

“Demokratsko obrazovanje” kroz iskustveno učenje

Neformalno obrazovanje može biti razvojno korisno na različite načine. Kako tvrde Van Horn, Flanagan i Thomson (1998.), neformalno obrazovanje promovira iskustveno učenje, privilegiju osobnog izbora i širi različite vrste interpersonalnih odnosa. Kroz strukturirani zadatak rada, poput kreativnih zadataka i aktivnosti, mlade ljude se ohrabruje da odlučuju o načinu rada koji preferiraju, a koji će im pružiti uspješno usvajanje znanja. Na taj način postaju fleksibilni da opsežno istražuju svoje mogućnosti i neke od interesa u nastajanju.

Osnova neformalnog obrazovanja naglašava povezanost individualnosti sa zajednicom na način da sve aktivnosti mogu odgovarati potrebama i zahtjevima pojedinaca, ali unutar izazova na koje poziva društvena zajednica (Carver, 1998.). Na taj način, pojedinac i zajednica imaju uzajamnu vezu davanja i primanja

Enfield (2001) također raspravlja da parametar eksperimentalnog učenja njeguje razvoj vještina i znanja, i da neformalne metode obrazovanja "kultiviraju pozitivan razvoj kod mladih bez obzira na metodu, okolnosti, ili porijeklo uključenih mladih ljudi (Russel, 2001.).'


Pod takvim iskustvenim procesom, mladi ljudi stječu prilike da razviju niz tzv. soft skills, uključujući mogućnost da istraže osobne vještine, kompetencije i vrijednosti koje nisu uvijek vidljive unutar obrazovnog okvira formalnih sistema. One uključuju : upravljanje organizacijom, timski rad, upravljanje sukobima, "planiranje, koordiniranje i organizaciju" samopouzdanja i samopoštovanja, praktičnost, odgovornost, vodstvo, izoštravanje sposobnosti da se problemi riješe na praktičan način, disciplinu, međukulturnu svjesnost i mnoge ostale tzv. soft skills koje su u korelaciji sa globalnim obrazovanjem.

Da zaključimo, čini se da neformalno obrazovanje ima pozitivan utjecaj na četiri osnovna stupa isprepletena u životu mladih:

U osobnom razvoju: pomaže mladim ljudima da naglase svoje samopouzdanje i samopoštovanje, da shvate koje su im prednosti i nedostaci te da se na taj način ohrabre da djeluju van svoje zone komfora i da ujedno otkriju raspon svojih mogućnosti, darovitosti i talenta.

U razvoju aktivnog građanstva: njeguje društvene vještine i kompetencije vezane uz građanski odgoj, kao i izražavanje i raumijevanje različitih mišljenja u našem sve različitijem društvu. Ono upoznaje mlade ljude sa važnim društvenim i političkim konceptima i strukturama, kao i sa njihovim dužnostima u aktivnom i demokratskom sudjelovanju.

U poticanju zapošljivosti: Možda je najbolji način da se usvoje horizontalne vještine koje traži tržište rada: kritičko i kreativno mišljenje, inicijativa i rješavanje problema, procjena rizika, donošenje odluka, konstruktivno upravljanje emocijama i otpornost, i:



U oblikovanju humanijeg društva, kako se ljudi zbližavaju, stvara se jaka snaga u oblikovanju ljudskog ponašanja. Ona stvara mogućnost za empatiju koja nam pomaže da svhatimo mentalitet i osjećaje drugih ljudi. Ta mogućnost povećava društvenu osjetljivost pojedinaca, na taj način boreći se protiv stereotipnih ponašanja i ostalih međusobno povezanih fenomena poput zastrašivanja, predrasuda i rasizma.

Općenito, neformalne metode učenja održavaju živu tradiciju u Europi, a od 1990-tih smatraju se glavnom metodologijom Vijeća Europe- zajedno sa svojom nerazdvojivom filozofijom koja se tiče programa za mlade koji se organiziraju uz ekskluzivnu upotrebu europskih fondova.

Učenje matematike u neformalnom obrazovnom okruženju

Sada, studije poput onih Carrahera and Schliemanna (2002.) potvrđuju ideju da neformalna matematika može pružiti osnovu na koju se učenici mogu zaista osloniti da bi sagradili vještije matematičko znanje. Ta dva autora smatraju da neformalne aktivnosti u razredu trebaju dopustiti učeniku da eksperimentira sa pluralnošću matematičkih situacija, alatima i konceptima koji vezu između matematike u svakodnevnom životu i matematike razvijene u školi čine eksplicitnom.

Sa neformalnom matematikom učenik je u centru učenja: on otkriva, upravlja i modelira. Učenje može biti individualno i grupno, kao dio sveopćeg kolektivnog pristupa, u njemu se sudjeluje, naglasak je na učeniku, ono je aktivno i bazirano na iskustvu.

Neformalna matematika stoga može demistificirati matematiku da bi se razumjela od rane mladosti i na taj način poticati STEM područje da bi se doprinjelo ekonomskom razvoju naših zemalja.

ALATI ZA UČENJE U NEFORMALNOM OBRAZOVANJU

Što je alat za učenje?

Kao što ćemo kasnije vidjeti, poprilično je teško shvatiti što ideja “neformalne metode” zaista znači ako se fokusiramo isključivo na njenu definiciju. Bilo bi puno jednostavnije pokušati shvatiti te “neformalne metode” kroz njihove karakteristike, imajući na umu da se mogu klasificirati u četiri podkategorije.

- Komunikacijsko bazirana metoda, bazirana na interakciji, dijalogu i posredovanju
- Metoda bazirana na aktivnostima, na iskustvu, vježbi i eksperimentiranju
- Društveno fokusirana metoda, bazirana na partnerstvu, timskom radu i umrežavanju, i
- Metoda fokusirana na sebe, bazirana na kreativnosti, otkrivanju i odgovornosti

[Izvor: Vijeće Europe: Simpozij o neformalnom obrazovanju: Izvješće (2001)]

Prema tome, ako se nastavnik/učitelj/trener namjerava baviti sa jednom, ili čak i kombinacijom neformalnih metoda koje spadaju u prethodne kategorije da bi olakšao process učenja matematičkog koncepta, najprije bi trebao osmisliti kompletni obrazovni alat koji će u potpunosti biti sastavljen od neformalnih metoda.

Zbog tog razloga, smatramo da je zasad važno objasniti što je to alat za učenje, kako ćemo ga prepoznati i koje kriterije bi trebao zadovoljavati. Stoga nakon teoretskih informacija, zajedno sa tri analitička primjera matematičkih alata (zasebno po jedan za svaku dobnu skupinu) koje se sastoje od neformalnih metoda obrazovanja, nastavnik/učitelj/trener koji se bavi poučavanjem matematičkih ideja, bit će sposoban projektirati i konstruirati svoj vlastiti matematički alat za učenje.

Za početak, obrazovni alat je prije svega "instrument" kojeg možemo povezati sa pristupom i koji se razvija da bi se olakšao proces učenja. Drugim riječima alat predstavlja "medij" koji je sagrađen na osnovi metodološkog i obrazovnog pristupa, sa glavnim ciljem da pomogne "javnosti" da razumije ili da nauči, na taj način upijajući novo znanje.

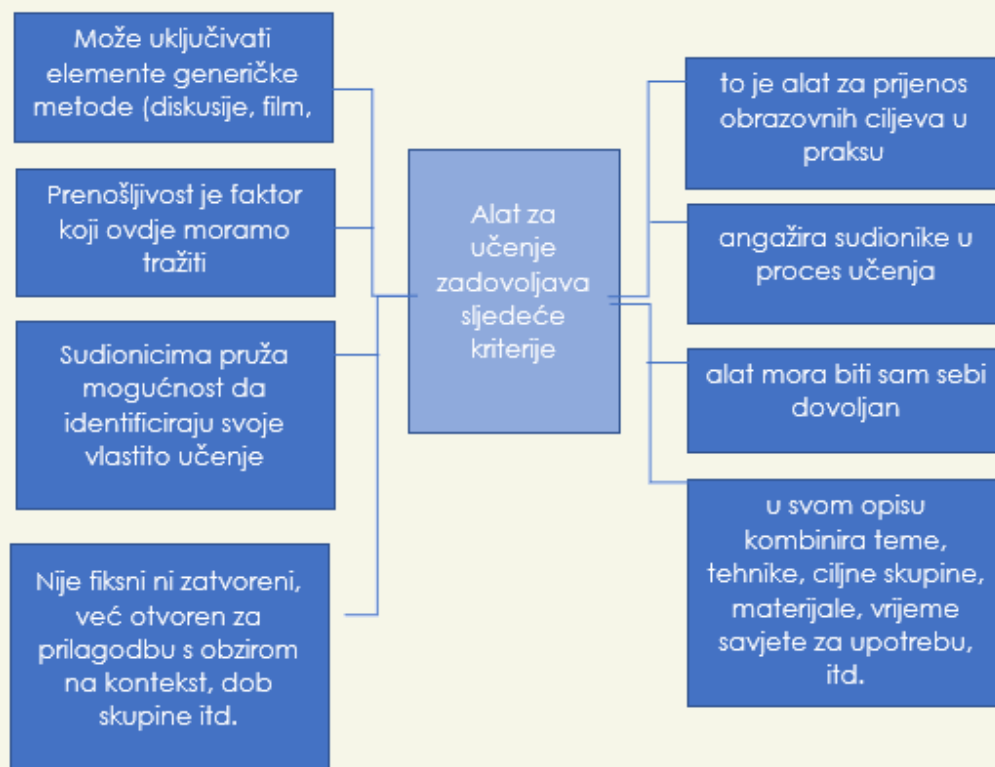
Stoga obrazovni alat ima kapacitet da preobrazi jasno definirane obrazovne cijeve u praksu, u isto vrijeme uključujući ciljnu skupinu u process učenja. Jedna od njegovih važnijih karakteristika je da alat mora biti u mogućnosti biti sam sebi dovoljan. To znači da bi alat trebao razviti možda kratak, ali potpuno dovršen obrazovni proces kojemu ne trebaju nikakvi dodatni vanjski detalji da bi imao smisla.

Činjenica da bi alat trebao biti "sam sebi dovoljan" nužno ne implicira da se nikad ne može promijeniti; štoviše, obrazovni alat bi trebao biti promjenjiv i otvoren na način koji omogućuje korištenje u raznim kontekstima, uvijek pružajući mogućnost adaptacije, kombinacije ili daljneg razvoja, ovisno o stvarnim uvjetima i okolini u kojoj se primjenjuje. Ova prirodna karakteristika alata (koja paralelno tvori jednu od njegovih temeljnih ciljeva- naziva se "prenošljivost").

Nemojmo zaboraviti da obrazovni alat kombinira neformalne metode koje mogu biti komunikacijsko bazirane, bazirane na aktivnosti, društveno fokusirane i/ili usmjerene na sebe. Stoga alat za učenje može biti vježba simulacije poput igranja uloga, radionica koja potiče kreativnost i podiže imaginarne značajke, aktivnost koja se odvija vani, ili aktivnost koja pobuđuje eksperimentalne procese i činjenice koje proizlaze iz svakodnevnog života. Obrazovni alat može biti igra, interaktivni video, priča, diskusija, proizvod, film, fotografija ili slika popraćena tekstom, ili čak kombinacija nekih (ili svih) prethodno navedenih stvari, uvijek danih u logičkom slijedu i na način koji omogućuje iskustvo učenja.

Načela za predodžbu alata za učenje u neformalnom obrazovanju

Kako smo zaključili u prethodnom odlomku, alat za učenje u neformalnom obrazovanju razlikuje se po određenim karakteristikama, koje su podložne određenim kriterijima. Ti “kriteriji” ili “principi” koje alat treba poštivati prikazani su u sljedećem dijagramu:



Izvor: Vijeće Europe- Simpozij o neformalnom obrazovanju: Izvješće (2001)

U skladu sa dijagramom, dobar alat za učenje u neformalnom obrazovanju mora kombinirati svih osam kriterija u isto vrijeme. Sukladno tome kada nastavnik/učitelj/trener namjerava izraditi svoj vlastiti alat za obrazovanje, može koristiti prethodni dijagram kao listu provjere da se osigura da je njegov alat uspješan, i da se njegova izvedba bazira na valjanim i objektivnim principima.

Da dodamo još neke korisne stvari koje se moraju uzeti u obzir tijekom konstruktivnog procesa obrazovnog alata. Sumirane su kako slijedi:

Alat mora dati smisao;

- Alat mora biti svima jednostavan za korištenje (ili ciljnoj skupini za koju je izrađen), bez isključivanja ikoga iz procesa učenja;
- Alat treba biti napisan na preciznom jeziku i treba prenijeti jasne poruke na jasan način;
- Alat treba olakšati procese dodavanja informacija, promjene i adaptacije;
- Alat treba biti dinamičan i privlačan, u isto vrijeme fokusirajući se na interaktivne procese;
- Alat treba biti uravnotežen, promovirati ideju ravnoteže u isto vrijeme služeći i individualnosti i zajedništvu;
- Alat treba navesti učenike na pomicanje vlastitih granica, na izlaženje iz zone komfora bez da se osjećaju preplašeni ili nedostupni ;
- Alat treba sadržavati pozivnicu na putovanje u bilo koji mogući prostor kroz puteve mašte i kreativnosti;
- Alat treba poslužiti ideju “učenja kroz rad”.

Nastavna pomagala; Sredstva i tehnike

Tijekom procedure izrade obrazovnog alata, nastavnik/učitelj/trener treba imati na umu da je potrebno slijediti konkretnu metodologiju, sastavljenu od jasnih koraka koji bi trebali poštovati sljedeći nacrt:

Naziv/ Dob ili Ciljna skupina/Trajanje/Matematički koncepti sa kojima se alat bavi/Opći cilj/Svrha/Uputstva za upotrebu(korak- po- korak)/Materijali i sredstva/Mediji/Tehnike i metode/Savjeti za nastavnika/Željeni ishodi i kompetencije/Izvještaj/Pitanja za evaluaciju

Prema tome, nakon što smo sigurni sa kojim matematičkim konceptima će se alat baviti, i nakon konačne odluke o općim ciljevima i svrsi alata, nastavnik je spreman da napiše uputstva za upotrebu, slijedeći analitički način, korak-po-korak. Prije finaliziranja procesa korak-po-korak, nastavnik/učitelj/trener može definirati Sredstva za nastavu koje namjerava tražiti. A kad kažemo sredstva za nastavu, mislimo na nastavničku podršku koja se primarno sastoji od medija i tehnike koje će biti uključene u procesu stvaranja i dizajniranja alata. U ovoj fazi dobro je napomenuti da se mediji i tehnike često isprepliću te da nije uvijek moguće razlikovati medije od pripadajućih tehnika

PODRŠKA I POMOĆ POUČAVANJU	MEDIJI	TEHNIKE	KOMBINIRANI MEDIJI I TEHNIKE
	Bijela ploča ili karton	Upotreba bijele ploče ili kartona da bi se prezentiralo, promatralo i/ili saželo novo znanje, itd.	
	Računalo	Upotreba računala da bi se prezentirali podaci, završio zadatak, provelo istraživanje na temu, koristio određeni program, itd.	
	E-video	Projekcija e-videa da bi dali informaciju o temi ili konceptu. Može biti dokumentarac, film, itd.	
	Video projektor	Upotreba video projektora da bi se olakšao proces video prezentacije.	
	Knjiga	Upotreba knjige da se ispriča priča, da se uvede novi koncept, da se pruže nova znanja, povijesne ili ostale značajke, da se njeguje pozitivan stav prema temi ili konceptu, da se njeguje mašta i širi raspon znanja	
	Fotografije ili slike sa ili bez teksta	Upotreba fotografija da se prenese jasna poruka, reprezentira koncept ili zadatak, da se da pojašnjenje, da se upute učine preciznijima	

PODRŠKA I POMOĆ POUČAVANJU	MEDIJI	TEHNIKE	KOMBINIRANI MEDIJI I TEHNIKE
	Grafovi, tabele, dijagrami, karte	Upotreba grafova, tabela, dijagrama i karata da se prikaže informacija, da se značajke prikažu na što čitkiji način, da se prikaže redoslijed informacija	
	Slikovni prikazi	Upotreba slikovnih prikaza da se prezentacija ostalih medija učini atraktivnijom, da pružimo značenje tekstu, itd.	
			Igre: da se lakše uči, da se upije novi koncept, da se pokaže primjenjivost koncepta, da se njeguje pozitivan stav prema konceptu, itd.
			<p>Priče/Pričanje priča: da se uvede novi koncept, da se pruži novo znanje, povijesne ili ostale značajke, da se njeguje pozitivan stav prema temi ili konceptu, da se njeguje mašta i širi raspon znanja</p> <p>Studija slučaja: da se steknu nova znanja kroz davanje konkretnih primjera, da se dodaju nove moguće metode istraživanja, da naučimo kako se primjenjuje teorija, itd.</p> <p>Simulacijska vježba (poput Studije slučaja): da se uvede i upije znanje na kreativan način, da se stavimo u poziciju druge osobe, da njegujemo empatiju i suosjećanje, itd.</p> <p>Grupne diskusije i prezentacije: težiti prema razmjeni mišljenja i znanja, naučiti kako voditi dobru argumentaciju, raditi na komunikacijskim vještinama, izgraditi vlastitu metodologiju kod otkrivanja i prezentiranja, naučiti istraživati o određenoj temi, naučiti kako zapisivati stvari na dobro organiziran način</p>

Table: Teaching Support or Aid; Media and Techniques

PRIMJER NEFORMALNIH ALATA VEZANIH UZ MATEMATIKU KOJI SE MOGU UKLJUČITI U SLUŽBENI KURIKULUM MATEMATIKE

PRIMJER IZ EU PROJEKTA 'INFORMATH'

U ovom dijelu, korisniku brošure pružit ćemo dobar primjer neformalnog alata, imenom: „Učenik-ratnik: Avantura s infinitezimalnim računom” koji je preuzet iz Erasmus+ projekta 'Informath'. Taj posebni alat sastoji se od igre-knjižice koja pomaže učenicima (16-18) da testiraju svoje mogućnosti analiziranja funkcija.

“Učenik-ratnik: Avantura s infinitezimalnim računom”

Dob – Ciljna skupina

Učenici su srednjoškolci u dobi od 16 do 18 godina.

Učenici moraju biti upoznati sa infinitezimalnim računom i upotrebom funkcija.

Trajanje

Trajanje igre je do 30 minuta, ovisno o mogućnostima učenika.

Matematički koncepti sa kojima se alat bavi

Igra se bavi sa matematičkim konceptima funkcija, rafova, monotonosti, diferencijalnim računom, znakom funkcije, ekstremnim vrijednostima i konkavnosti.

Opći cilj- Svrha

"Učenik-ratnik" strip je igra- knjižica koja pomaže učenicima da testiraju svoje mogućnosti analiziranja funkcija. Tijekom igre, učenici moraju analizirati funkciju. Analiza je podijeljena u nekoliko koraka. Mnoge česte i osnovne pogreške kod učenja funkcija integrirane su u priču. Možda će učenici moći izbjeći te pogreške kada ih vizualiziraju uz slikovni prikaz i ovu lako pamtljivu matematičku avanturu. Pomoću ovog stripa, učenici analiziraju funkciju na zabavan način.

Tzv. soft skills vezane uz igru

Rješavanje problema, samopouzdanje, donošenje odluka.

Materijali i izvori

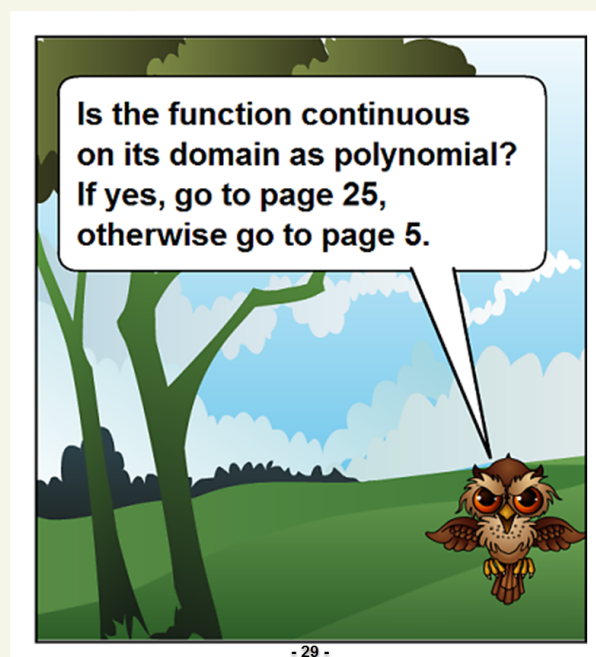
"Učenik-ratnik" strip- igra je knjižica malih dimenzija od 44 stranice. Svaki učenik koji sudjeluje u avanturi trebao bi imati papir i olovku kako bi mogao odgovoriti na pitanja iz kviza i razrješiti dileme.

Proces korak-po-korak

Općenito, za igru-knjižicu:

Scenarij matematičke avaturističke knjižice razvija se u dva paralelna svijeta: svijet gdje je čitač učenik koji rješava zadatak, i svijet gdje je čitač ratnik u avanturi. Svaki učenik koji sudjeluje u avanturi treba pročitati strip i točno riješiti zagonetke/dileme/problem. Ovisno koji odgovor učenik ponudi u kojoj fazi, strip upućuje čitača na različitu stranicu gdje će ratnik dobiti ili izgubiti. Stoga ako čitač-učenik, točno slijedi korake rješenja, tada ratnik pozitivno reagira na testove. Međutim ako čitač-učenik učini pogrešku onda se ratnik suočava s problemima u avanturi.

Svaki krivi izbor skida razinu energije. Nakon mnogih grešaka učenik može izgubiti bodove. Stanje početnih bodova (razine energije) je pet. Kroz avanturu igre, vođa/trener je lik sove. (slika 1)



Slika 1. Sova daje upute učeniku

Priča učenika-čitača je zadatak da prouči i skicira funkciju (slika 2).


$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{1 - x}$$

Slika 2. Funkcija koju će učenik morati proučiti.

Priča čitača-ratnika je da se suoči sa zamišljenim timom kojeg nazivamo Oprečni tim. Ta grupa sastoji se od Ninje Osha, Pećinskog Čovjeka, Gorile Iverna i Velike zmije (slika 3). Sva četvorica pokušat će ga zaustaviti. Ratnik mora cijelo vrijeme biti spreman.



Slika 3. Oprečni tim.

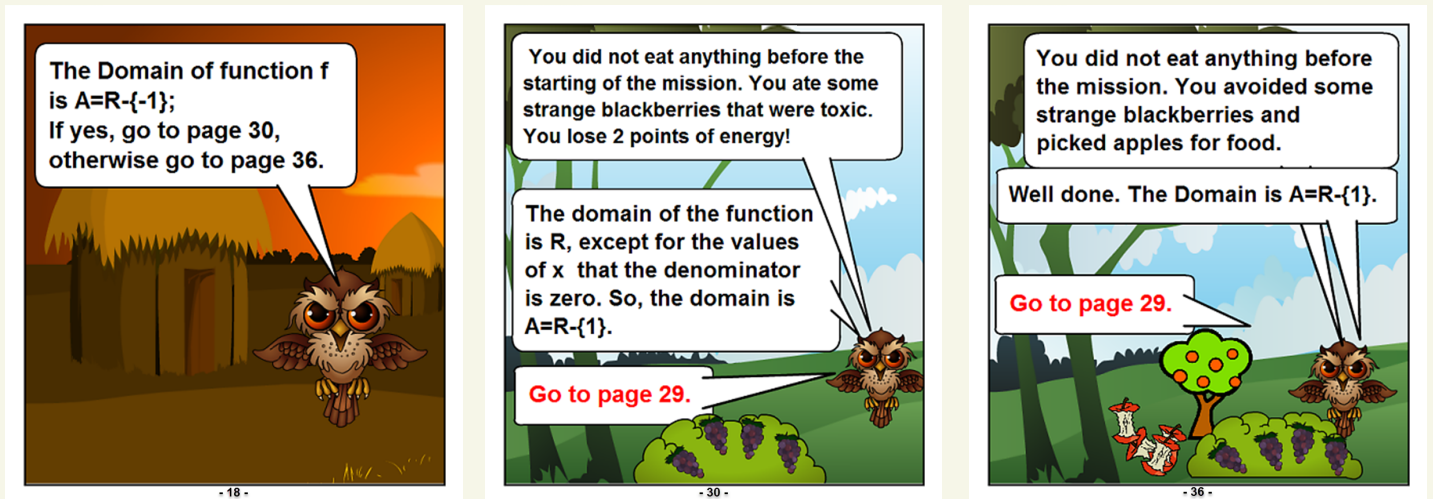
Ako ratnik uspije dovršiti avanturu bez da razinu energije dovede na nulu, učenik ratnik pobjeđuje.

Avantura stripa otkriva se sa jedne strane na drugu, ali ne po redu (čitač neće vidjeti nastavak price na sljedećoj stranici).

Igru uglavnom igra svatko za sebe, ali može se igrati i u timu od dvoje učenika

Hipotetski slučaj

Pretpostavimo sljedeće: čitač je na stranici 18 i učenik mora naći domenu funkcije. Sova definira $A=R-\{-1\}$ kao domenu. Ako je čitač našao istu domenu, nastaviti će na stranici 30, a u suprotnom će nastaviti na stranici 36 (slika 4).



Slika. 4. Dilema, dobar i loš napredak misije.

Dakle, ako učenik ode na stranicu 30 (krivi izbor), ratnik će se suočiti sa prlemima, a ako ode na stranicu 36 (pravi izbor), ratnik će nastaviti neozlijeđen.

Metode i tehnike poučavanja

Igra je bazirana na kategoriji knjiga koje nazivamo avanturističkim. U ovoj verziji ove knjige, učitelj je dodao paralelni svijet, svijet učenika koji sa svojim odgovorima može utjecati na svijet ratnika. Također umjesto čistog teksta, radnja je predstavljena u formi stripa (koristeći internetsku platformu toondoo).

Metode i tehnike poučavanja koje se primjenjuju:

- Čitanje
- Samostalno nalaženje rješenja.
- Igranje igrice.
- Individualni razvoj priče ovisno o izborima učenika.
- Upotreba slikovnog prikaza i stripa.
- Nagrada za točne odgovore i objašnjenje kada je odgovor pogrešan.
- Fokus na česte i osnovne greške sa pokušajem da ih se vizualizira pomoću slikovnog prikaza na lako pamtljiv nači

Savjeti za nastavnike

Ubuduće, bilo bi dobro priču stripa obogatiti s više teksta, pripovijedanja i boljom pričom, čime bi se potaknula mašta učenika. Nastavnik bi kao projekt mogao učenicima zadati da naprave strip poput „Učenika ratnika“ koristeći software za izradu stripova (toondoo ili sl.)

Pitanja i evaluacija

Kako bi se ova matematička igra mogla poboljšati, potrebno je izvršiti evaluaciju.

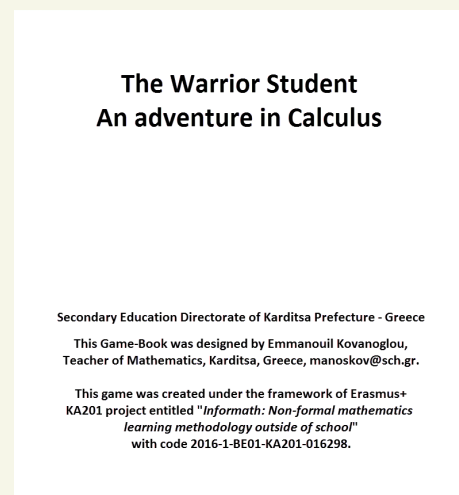
Moguća pitanja koja se mogu postaviti učenicima su:

- Sviđa li vam se priča o učeniku ratniku?
- Je li sadržaj stripa bio teško pregledan?
- Smatrate li da je korisno matematiku promatrati iz drugačije perspektive? I konačno, preferirate li klasične vježbe ili vježbu kroz ovakvu vrstu stripa?

Izvori

- Sve slike u stripu izrađene su uz pomoć www.toondoo.com. Grafovi su izrađeni Geogebrom.
- Font naslova izrađen je uz pomoć www.cooltext.com

Materijal (stranice brošure)



You are a warrior student and you participate in a mathematical adventure. Your mission is to study, analyze and sketch the curve of the function:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{1 - x}$$

- You will have to deal with the Contrapositive team.
- This group consists of Ninja Osho, the Caveman, the Gorilla Iverne and the Big Snake.
- The four enemies will try to stop you.
- Beware!

- To succeed in your mission, you must follow several stages.
- Caution, because any wrong choice reduces the points of energy and you may lose.
- Your initial points of energy are five.
- We're starting the mission!
- Write on the paper the points of energy that you start with.
- The paper will also be used for solving and answer to queries.
- Go to page 4.

Will you solve the $x^2 + x - 1 = 0$ or manage the $1-x$;

If you solve the first go to page 14, otherwise go to page 38.

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{1 - x}$$

Ninja Osho was hidden behind the only bush in the area. You were prepared and he was defeated.

Right! Function f is continuous as rational.

The next time you will not see me.

Go to page 17.

It was a cloudy night. It was easy for Osho to attack you. You lose one energy point.

Beware! It is true that $-5 < -1$, but there is a relative minimum at $x=0$ the $f(0)=-1$ and a relative maximum at $x=2$ the $f(2)=-5$.

This battle was mine.

Go to page 26

Big Snake guarded and bite you. You ran away but you lose power.

$$f'(x) = \frac{(2x^2+1)(1-x) - (x^2+x-1)(-1)}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} \text{ or } -\frac{x(x-2)}{(1-x)^2}$$

You lose one point of energy.

Go to page 9.

The Big Snake took the opportunity and hit you with the tail. You lose one energy point.

The table is correct.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	+		-
f(x)	↖ ↗		↖ ↗

Contrapositive rules!

Go to page 16.

- You must find the sign of derivative.
- Does the sign depend on the numerator or denominator?
- If you choose the numerator go to page 35.
- If you choose the denominator go to page 20.

In general, the sign of f' ...

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x(x-2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ or } x = +2$$

In general, what will be the the sign of $f'(x)$?

- If the signs are -+|- go to page 31.
- If the signs are +|- go to page 12.

- 11 -

Yverne attacked you!
You lose one point of energy.

Wrong!
The sign of f' is -+|-

Go to page 33.

- 12 -

You made a big feline with Shadow Hand magic.
Big Snake vanished into thin air.

The table is correct.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	
$f(x)$			

Go to page 16

- 13 -

You forgot to find the domain of the function and so the results will be fictitious and probably wrong.
You also needlessly waste time on something you were not asked for.

You were completely careless and the Gorilla attacked you with a sign and you lost

You lose one energy point!
Go to page 18!

- 14 -

It was night but with a bright moonlight.
So, it was easy to avoid him.

Right! There is relative minimum at $x=0$ the $f(0)=-1$ and relative maximum at $x=2$ the $f(2)=-5$.

Next time!

Go to page 26.

- 15 -

You should find the horizontal asymptotes of the function f .
I remind you that $A = \mathbb{R} - \{1\}$.

- If there is at least one horizontal asymptote go to page 19,
- otherwise go to page 34.

- 16 -

- We will find the derivative of f .
- The function f is differentiable as rational.
- Find $f'(x)$.

- Go to page:

- 10 if $f'(x) = \frac{-x^2+2x}{1-x}$
- 22 if $f'(x) = -\frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$
- 7 if $f'(x) = \frac{-3x^2+2}{(1-x)^2}$

- 17 -

The Domain of function f is $A=\mathbb{R}-\{-1\}$;
If yes, go to page 30,
otherwise go to page 36.

- 18 -

Wrong! There is no horizontal asymptote, because

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{-1} = \mp\infty$$

The Caveman chased you for a long time.
You lose time and energy.

You lose one energy point.
Go to page 37.

- 19 -

The hits with the bat gave you some pretty good bumps! You lose a point of energy.

Wrong! Its whole denominator is square. So, the denominator is always positive on A.

You lose a point of energy. Go to page 11.

- 20 -

Right! There is a slant asymptote, the $y=-x-2$:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 1}{x - x^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \lambda x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2 + x - 1}{1 - x} + x \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-x} = \frac{-2}{-1} = -2$$

Took advantage of the echo of the cave and made the enemy loopy.

Go to page 40.

- 21 -

Big Snake guarded. You defended with brimstone that you had in your pouch.

$$f'(x) =$$

$$= \frac{(2x^2+1)(1-x) - (x^2+x-1)(-1)}{(1-x)^2}$$

$$= \frac{-x^2+2x}{(1-x)^2} \text{ or } -\frac{x(x-2)}{(1-x)^2}$$

The next time you sssshall ssssee.

Go to page 9.

- 22 -

You should find the slant asymptotes of the function f. I remind you that $A = \mathbb{R} - \{1\}$.

- If there is at least one slant asymptote go to page 21,
- otherwise go to page 39.

- 23 -

Right! There are vertical asymptotes, because

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} = +\infty$$

The caveman went to grab you, but you beat him off with a burning torch! You did it again!

Go to page 23.

- 24 -

Ninja Osho was hidden behind the only bush in the area. You did not see him and he hit you. He almost gave you the final hit.

Wrong! Function f is continuous as rational.

You lose 1 point of energy. Go to page 17.

- 25 -

The table of monotonicity and extrema of f is:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
f'(x)	-	0	+	+	0
f(x)	\searrow	-1	\nearrow	\nearrow	-5

$l. min.$ (0;-1) $l. max.$ (2;5)

Go to next page.

- 26 -

$$f''(x) = \frac{-2}{(1-x)^3}$$

Go to next page.

- 27 -

The table of signs of f' is:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'(x)	+		-

Add the line of concavity.

If the table of concavity is:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f''(x)	+		-
f(x)			

- go to page 13,
- otherwise go to page 8.

- 28 -

Is the function continuous on its domain as polynomial? If yes, go to page 25, otherwise go to page 5.

- 29 -

You did not eat anything before the starting of the mission. You ate some strange blackberries that were toxic. You lose 2 points of energy!

The domain of the function is \mathbb{R} , except for the values of x that the denominator is zero. So, the domain is $A = \mathbb{R} - \{1\}$.

Go to page 29.

- 30 -

Yverne was trying to attack you, but you tricked the Gorilla with a banana.

Well done! The sign of f' is $-|+|$.

Yum, yum!! Go to page 33.

- 31 -

Wrong! There are vertical asymptotes, because

$$\lim_{x \rightarrow 1^{\pm}} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^{\pm}} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} = \mp \infty$$

The caveman caught you. This time you were too slow.

You escaped, but you lose an energy point! Go to page 23.

- 32 -

The table of signs of f' is

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-

Add to the table:

- the line of function's monotonicity and
- the extrema of f .

If f has a local minimum the -5 go to page 6, otherwise go to page 15.

- 33 -

Right! There is no horizontal asymptote, since

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 1}{1 - x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-1} = \mp \infty$$

The Caveman chased you for a long time. You temporarily blinded him with a powerful flashlight! You did it again!

Go to page 37.

- 34 -

The hits with the bat gave you only one very small bump! That's way your friends used to call you a powerful brain.

Right! Its whole denominator is square. So, the denominator is always positive on A .

Go to page 11.

- 35 -

You did not eat anything before the mission. You avoided some strange blackberries and picked apples for food.

Well done. The Domain is $A = \mathbb{R} - \{1\}$.

Go to page 29.

- 36 -

You should find the vertical asymptotes of the function f . I remind you that $A = \mathbb{R} - \{1\}$.

- If there is at least one vertical asymptote go to page 24,
- otherwise go to page 32.

- 37 -

Correctly! First of all, we are dealing with the Domain of the Function, which in this case is only depends on the denominator.

Well done! You were careful and you were avoided sign hit of the Gorilla.

You escaped this time!

Go to page 18.

- 38 -

Wrong! There is slant asymptote, that is $y=-x-2$:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 1}{x - x^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - \lambda x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[\frac{x^2 + x - 1}{x - x^2} + x \right] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{-x} = -2$$

The enemy caught you because you tried to hide to his cave!

You lose an energy point.
Go to page 40.

- 39 -

You've made it!
The only thing left is to make the table of variations and to draw the graph of f:
The table of variations is:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
f'(x)	-	0	+	+	0
f''(x)	+		+	-	-
f(x)		-1		-5	

$+\infty$ *l. min.* $(0, -1)$ $+\infty$ $-\infty$ *l. max.* $(2, 5)$ $-\infty$
sl. asym. $y=-x-2$ *ver. asym.* $x=1$ *sl. asym.* $y=-x-2$

Go to next page.

- 40 -

For the drawing of graph, first we must draw the asymptotes and find the points of intersection with the axes:

Go to next page.

- 41 -

Finally! The graph of function f is

Well done!
Mission accomplished!

- 42 -

PRIMJER IZ EU PROJEKTA „MATHSPACES“

Velik postotak djece počinje učiti matematiku misleći kako je matematika teška. Da bi se takvo mišljenje promjenilo, u posljednjih 10-15 godina diljem Europe javlja se pokret koji otvaranjem muzeja i matematičkih centara nastoji promovirati neformalni pristup matematici, koji dokazano utječe na matematičke vještine mladih, ponajviše na njihovo zanimanje za taj predmet.

Ipak, još uvijek nema mnogo mjesta koja promoviraju ovakav pristup matematici. Rezultat je to nedostatka znanja o ovom pristupu i teškoćama pri pronalaženju prikladnih resursa i sadržaja

Zboga toga su partneri u projektu „MathSpaces“ odlučili pokrenuti projekt čiji je cilj podizanje svijesti i prakse, te povećanje broja centara posvećenih neformalnom pristupu matematici u Europskoj uniji. Kako bi to postigli, partneri su odlučili napraviti:

1. Brošuru o učinkovitosti neformalnog pristupa matematici i praktični Vodič za otvaranje centara posvećenih neformalnom pristupu matematici.
2. Bazu alata, igara, aktivnosti i središta dostupnu na Opensource (softwareu otvorenog koda)
3. Prve 2 matematičke izložbe, znanstveno i pedagoški potkrijepljene, također u softveru otvorenog koda, s crtežima i pripremama.

Brošura je dostupna na engleskom jeziku na web stranici projekta:
<http://mathspaces.eu>

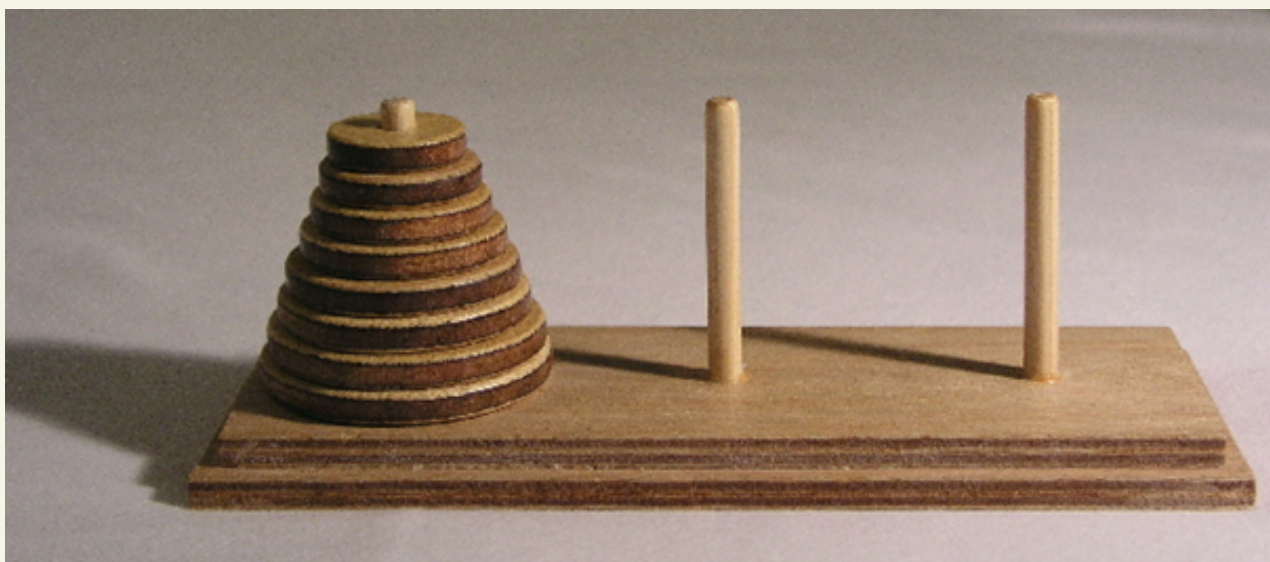
Nositelji projekta MathReality, Fermat Science, sudjelovali su i u razvoju projekta MathSpaces. Što se ostalih alata tiče, trenutno su odgođeni zbog određenih prepreka, no neki neformalni alati koji su već razvijeni mogu se ovdje analizirati kao primjeri.



Mozgalice i matematika

Hanojski toranj

Ovu mozgalicu izumio je francuski matematičar Edouard Lucas (1842-1891), 1883. godine. Nekoliko diskova različitih veličina postavljeno je na štap, od najvećeg na dnu do najmanjeg na vrhu.



Izvor: https://en.wikipedia.org/wiki/Tower_of_Hanoi#/media/File:Tower_of_Hanoi.jpeg

Cilj ove igre je premjestiti snop diskova s prvog na jedan od druga dva štapa. Da bi to učinili smijete pomicati jedan po jedan disk, te veći disk nikada ne smije biti iznad manjeg. Treba upotrijebiti sva tri štapa.

Koliko koraka?

Broj koraka potrebnih da se izvrši ovaj zadatak može se izračunati uz pomoć formule $2^n - 1$. Dakle, dva diska potrebno je premjestiti tri puta, tri diska potrebno je premjestiti sedam puta itd.

Demonstracija - matematika

Demonstracija je vrlo jednostavna uz pomoć rekurzivne relacije.

- Rezultat vrijedi za $n=1$.
- Pretpostavite koji rezultat vrijedi za n i dokažite da vrijedi za $n + 1$:

Dakle, imamo $2^n - 1$ koraka za n diskova.

Za jedan disk više, znači za $n + 1$ diskova, biti će potrebno $2(2^n - 1)$ koraka; $2(2^n - 1) + 1 = 2^{n+1} - 2 + 1$ koraka, dakle $2^{n+1} - 1$ koraka.

Znači, rezultat vrijedi za 1 disk; kad vrijedi za n diskova, vrijedi i za $n + 1$ diskova. Rekurzivna relacija je jasno prikazana: za n diskova, potrebno je $2^n - 1$ koraka.

Još - matematike

Problemu hanojskih tornjeva može se pristupiti algoritamski, gdje je to primjer snage i čitljivosti programa definiranih rekurzijom.

Hanojski tornjevi mogu se prikazati i apstraktnim grafom, tako da svaki vrh grafa predstavlja mogući raspored n diskova na tri tornja, a brid grafa povezuje dva vrha ako postoji pomicanje diska.



Izvor: Thomas Ricaud, Fermat Science

Najkraći put

U projektu MathSpaces, intelektualni output br.5 primjeren je uzrastu 9 do 15 godina.

U toj skupini matematika počinje biti više specifična, ne radi se više samo o igrama i osnovnoj logici, a istovremeno još nije „tehnička“. Učenje u toj dobi usmjereno je na usvajanje velikih teorija i koncepata na kojima se temelji moderna matematika.

Tema koju su partneri odabrali je Najkraći put. Glavni cilj je da se djeci približe osnovni problemi relevantni u svakodnevnom životu.

U otvorenom prostoru, najkraći put koji povezuje dvije točke je ravni pravac. No, što se događa ako smo na površini kugle?

Ili ako se na sredini nalazi gredica cvijeća sa znakom „Ne gazi“?

Ili ako moramo povezati tri ili više točaka?

Ovaj primjer bavi se ovakvim i sličnim situacijama.

Niže možete pronaći module koji su nastali za MathSpaces projekt:

Modul 1 Geodetske krivulje

U diferencijalnoj geometriji geodetske krivulje su generalizacija ideje „ravnog pravca“ primjenjene na „krivulje“. Pojam geodetske krivulje dolazi iz geodezije, nauke o mjerenju veličine i oblika Zemlje; u izvornom smislu to je najkraći put između dvije točke na površini Zemlje.

Ovaj termin općenito se upotrebljava i za mjerenja u općenitom matematičkom smislu; npr. u teoriji grafa može se razmatrati geodetska krivulja između dva vrha grafa.

Što?

Učenicima možemo prikazati globus gdje turist može tražiti najkraći put između određenih gradova. A možemo upotrijebiti i program Mappa Mundi koji prikazuje kartu svijeta iz različitih kuteva, te učenici mogu crtati geodetske krivulje među bilo koje dvije točke



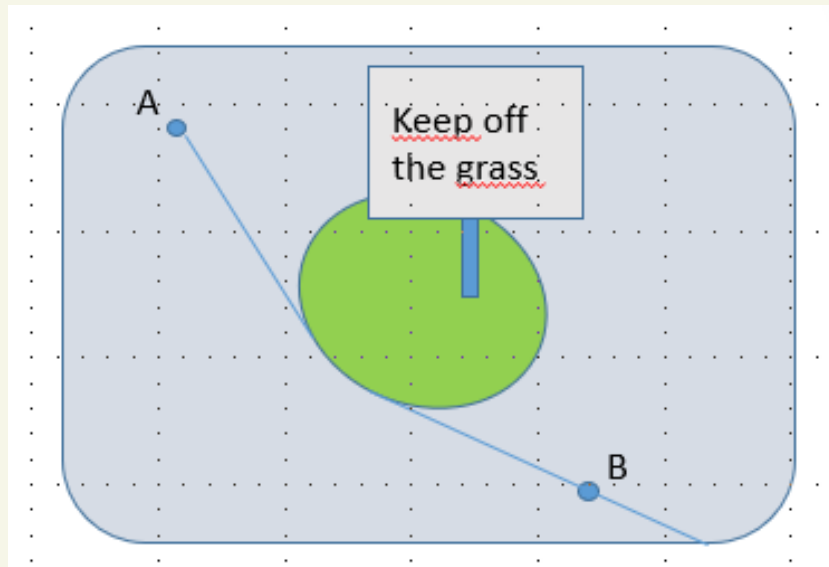
<https://mappaemundi.campus.ciencias.ulisboa.pt>

Modul 2 Kvadrat s gredicom

Najkraća staza je tangenta gredice.

Što?

Metar pričvršćen u točki A mjeri stazu između točke A i B.



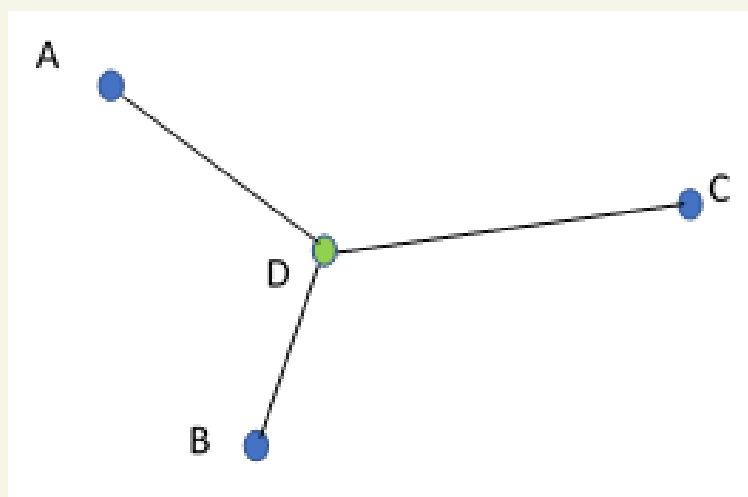
Izvor: Alessandra Masala, Giardino di Archimede

Modul 3 Povezivanje gradova

Kako povezati tri grada sustavom cesti minimalne dužine? Uzmemo tri grada A, B i C, kako bi dobili točku D, tako da je zbroj udaljenosti $AD + BD + CD$ minimalna.

Što?

Dvije paralelne pleksiglas ploče spojene su malim cijevima. Predmet se umoci u otopinu sapuna i rezultat je na slici.



Izvor: Alessandra Masala, Giardino di Archimede

URADI SAM – KREIRAJTE VLASTITE ALATE ZA POUČAVANJE NEFORMALNE MATEMATIKE:

Pažljivi čitatelj mogao je primjetiti da su informacije iz primjera prethodnog dijela 1.3 izložene logičkim redom, kako bi se omogućilo i praktično stvaranje alata i usvajanje znanja. Iz tog razloga odlučeno je da se sva tri primjera restrukturiraju i ponovo izlože pod unaprijed određenim podnaslovima, uz jasnije korake i poglavlja, kao što je prije i navedeno. Takvo strukturiranje informacija pod spomenutim podnaslovima može biti korisno nastavniku koji namjerava kreirati vlastite alate za poučavanje neformalne matematike. Stoga će ovo poglavlje ponuditi više detalja o postupku kojeg treba slijediti kako bi se kreirali vlastiti alati.

1. korak: Odaberite ciljnu skupinu

Kao prvo, onaj tko želi kreirati alat za poučavanje neformalne matematike morao bi odlučiti za koju ciljnu skupinu će alat biti namjenjen. Kad kažemo „ciljna skupina“, mislimo za koju dobnu skupinu će alat biti prigodan, uvijek u skladu i s obrazovnim ciljevima i kurikulumom kojeg je škola postavila. Drugim riječima, uvijek moramo biti sigurni da materijal kojeg namjeravamo stvoriti za određenu dobnu skupinu bude u skladu sa školskim kurikulumom određenih obrazovnih sustava.

2. korak: Odaberite matematički pojam kojim će se alat baviti

Drugi korak za one koji žele kreirati novi alat za poučavanje neformalne matematike je odlučiti na kojem matematičkom konceptu bi željeli raditi. Trebali bi odabrati koncept koji odgovara ciljnoj skupini odabranoj u prethodnom koraku te odlučiti do koje mjere ga žele produbiti. Također, treba razmotriti hoće li taj koncept biti povezan s određenim drugim međusobno povezanim konceptima. Treba razmisliti jesu li takvi međusobno povezani koncepti već bili poučavani u toj određenoj ciljnoj skupini, te treba li ih ponoviti.

3. korak: Odaberite opći cilj - svrhu vašeg alata

Kao što je već spomenuto, alatom moramo biti u mogućnosti provesti obrazovne ciljeve u praksu. Stoga, kako bi alat bio uspješan, postavljeni obrazovni ciljevi moraju biti realistični što se tiče mogućnosti njihovog ostvarivanja i jasno definirani što se tiče formuliranja. Zato i onaj koji stvara alat i onaj kojem je alat namjenjen moraju jasno razumjeti koji je točan, željeni rezultat rješavanja vježbe.

4. korak: Odaberite vrijeme trajanja

Već u početnoj fazi treba odlučiti hoće li alat trajati duže ili kraće vrijeme, kako bi se razumna količina zadataka mogla u njega uklopiti. Sjetite se da uspješan alat ni ne podcjenjuje ni ne preuveličava parametar „vremena trajanja“. Povrh toga, jedna od svojstvenih karakteristika alata je „prenosivost“, u nekim slučajevima bolje je odrediti vremenski okvir, kao npr. kada alat uključuje igru (vidi Nim_game – 15+).

5.korak: Odaberite sredstva i tehnike

U poglavlju „Nastavna pomagala; Sredstva i tehnike“ nastavnik se može poslužiti Tablicom 2.2 i odabrati sredstva, tehnike, ili odabrati nešto iz trećeg stupca, koji označava kombinaciju sredstava i tehnika. Vaš odabir neizbježno će ovisiti o barem četiri parametra:

1. obrazovnim materijalima i izvorima koje trenutno imate na raspolaganju. U slučaju da nemate materijala, možete ih potražiti na internetu, te tako dobiti nove ideje, ili se poslužiti odgovarajućom stručnom literaturom. U svakom slučaju možete se poslužiti već postojećim materijalima koji su nastali u sklopu provedenih projekata u STEM području, te ih prilagoditi vlastitim potrebama tako što ćete jednostavno slijediti upute iz ovog poglavlja; Morate svakako uzeti u obzir sljedeće:
2. okolinu – društveni/obrazovni kontekst uporabe alata;
3. obrazovnu infrastrukturu (učionice s računalima, otvorene prostore, opremu) i potencijalni pristup novim tehnologijama i internetu;
4. što će se bolje uklopiti i u matematički koncept kojeg ste odabrali, i u ciljnu skupinu, i što će služiti osnovnoj svrsi/cilju. Vaš alat može uključivati i kombinaciju više vrsta neformalnih metoda poučavanja.

6. korak: Napišite upute

Prilikom pisanja uputa sjetite se da alat za poučavanje mora stvoriti kompletan obrazovni proces, te biti „samodostatan“.Stoga prilikom bilježenja uputa za uporabu alata pazite da su upute izložene logičkim slijedom kako bi spriječili nerazumijevanje tijekom obrazovnog procesa; ovo znači da treba nadograđivati od samih osnova konkretnih matematičkih koncepata do složenijih elemenata koje određena ideja može podrazumijevati. Osim toga, treba se služiti jasnim jezikom i tako prenijeti jasne poruke.

7. korak: Zabilježite očekivane ishode i kompetencije

U ovom koraku potrebno je zabilježiti nešto kao sadržaj 2. koraka. Npr. ako je opća svrha-cilj bio da „učenici moraju naučiti izvoditi brze i jednostavne računske radnje koje se temelje na principima zbrajanja, oduzimanja i množenja“, očekivani ishod koji treba zabilježiti bio bi: „po završetku ove aktivnosti učenici su upoznati s procesima zbrajanja/oduzimanja i/ili množenja, te mogu sami izvoditi jednostavne matematičke operacije, brzo i točno.

8. korak: Smislite metodu ispitivanja i pitanja za postupak vrednovanja

Kako bi metodologija bila sveobuhvatna, bilo bi dobro uključiti Odlomak o ispitivanju s popratnim pitanjima za vrednovanje i za nastavnike i za ciljne skupine, te tako ocijeniti i sam nastavni proces. Neki primjeri pitanja za nastavnikovo vrednovanje alata navedeni su u nastavku:

Koje vještine je ciljna skupina stekla ovim alatom? Kako ćete primijeniti vještine stečene ovim procesom? S kojim izazovima ste se susreli prilikom primjene određenog alata, što se tiče i ciljne skupine i nastavnog procesa? Na koje načine ciljevi programa udovoljavaju vašim potrebama? Koje postupke koje ste do sada upotrebljavali ćete prestati upotrebljavati zbog novih alata? Koje nove postupke ćete početi primjenjivati zbog novih alata? Kakav je rezultat/utjecaj na sudjelovanje ciljne skupine što se tiče (I) interesa kojeg su pokazali za određeni nastavni postupak, (II) njihove uključenosti u matematičke koncepte u pitanju; (III) dodatnih ciljeva koje je nastavnik postavio.

9.korak: Odaberite naslov

Iako se prilikom čitanja prvo susrećemo s naslovom, prilikom kreiranja alata to je odluka koja se donosi na kraju, nakon završetka cijelog procesa dizajniranja i kreiranja alata. U svakom slučaju, pokušajte odabrati zvučan, maštovit i lako pamtljiv naslov!

MATEMATIKA I POTEŠKOĆE U UČENJU

Matematika je vrlo konkretan i egzaktni predmet. Upitate li dijete koliko je 7 plus 3, odgovor ne može biti otprilike, mora biti precizan da bi bio točan. Ili ste u pravu ili u krivu. Učenici obično ne dobiju bodove ako su skoro točno riješili zadatak. Zbog toga matematika, više nego drugi predmeti, uzrokuje anksioznost jer postoji strah od netočnog odgovora, strah od negativnog vrednovanja.

Budući da je to „kumulativan predmet“ (Brian Butterworth), znanje se stvara tako što se nove spoznaje nadovezuju na one prethodno usvojene. Ako preskočite neki sadržaj, teže ćete usvojiti sadržaj koji slijedi. Sustavno napredovanje u učenju matematike vrlo je izazovan proces za učenike sa specifičnim teškoćama učenja.

Specifične teškoće učenja (STU) tako se nazivaju jer nisu posljedica oštećenja vida, sluha, motoričkog invaliditeta, niti mentalne retardacije ili emotivnih poremećaja, a ni kulturoloških, ekonomskih ili drugih zapreka okoline. One mogu utjecati na kognitivni razvoj jedne ili više vještina, kao što su govor, čitanje, pisanje, rješavanje matematičkih zadataka, planiranje i koordinaciju motoričkih zadataka.

STU - NEMAJU UZROK ODREĐEN:

- Tjelesnim invaliditetom
- Mentalnim invaliditetom ili zastojećima u razvoju
- Psihološkim ili senzornim problemima
- Socio-kulturološkim faktorima

EVO POPISA STU:

- Disleksija – otežano čitanje i slovkanje
- Disgrafija – otežano pisanje i vještine fine motorike
- Diskalkulija – otežano usvajanje aritmetike i matematike
- Disfazija – otežani razvoj govora i jezika

DODATNO:

- Dispraksija – otežana koordinacija, klasificirana je kao Razvojni koordinacijski poremećaj a ne STU, ali utječe na proces učenja

Iako mnogo učenika ima specifične teškoće učenja, procjena njihovog broja razlikuje se. Europska udruga za disleksiju procjenjuje da između 5 i 12 posto populacije ima barem jednu specifičnu teškoću učenja.

Već smo spomenuli da je za većinu ljudi (uključujući nastavnike, obrazovne djelatnike i one koji donose odluke), matematika ponešto kompliciran predmet koji se može poučavati samo na formalan način. Mnogi od nas mučili su se s ovom kraljicom znanosti i razumijevanjem mnogih apstraktnih pojmova, ali učenicima sa STU neke od ovih prepreka vrlo je teško zaobići.


NAJVEĆI IZAZOVI U MATEMATICI ZA UČENIKE SA STU

- razumijevanje brojeva i načina na koji funkcioniraju
- razumijevanje simbola i pamćenje vokabulara
- razumijevanje oblika: simetrije, relativne veličine, njihove količine i kako njima rukovati
- loše dugoročno i kratkoročno pamćenje potrebno za automatizaciju matematičkih postupaka
- uporaba alata za crtanje zbog loših motoričkih vještina
- čitanje i poteškoće u organizaciji otežavaju rješavanje problema i zadataka u više koraka
- pamćenje tablice množenja zahtijeva iskušavanje različitih pristupa kako bi se pronašao onaj koji najviše odgovara

Približavanje matematike učenicima s teškoćama počinje komunikacijom s njima: potrebno je saznati što oni vole, kako pristupaju zadacima i što ih pritom obeshrabruje.

EVO NEKOLIKO SAVJETA ZA NASTAVNIKE KOJI BI MOGLI BITI KORISNI ZA SVE UČENIKE SA STU:

- koristiti predmete iz stvarnog svijeta prilikom objašnjavanja geometrije
- savjetovati učenike da na glas pročitaju zadatke i pomoći im da ih podijele na manje korake
- započeti sat nacrtom onog što će se učiti i završiti kratkim ponavljanjem najvažnijih informacija
- poboljšati razumijevanje objašnjavanjem vokabulara i simbola u obliku matematičkog rječnika
- na najmanju mjeru svesti apstraktni aspekt matematike povezujući zadatke s primjerima iz stvarnog života i njihovom primjenom

- 
- Upotrebljavati knjige i fotokopije s velikim fontom i proredom (preporuča se prored 1.5). Veličina fonta bi trebala biti između 12 – 14.
 - Preporuča se upotrebljavati jednostavne, pravilne fontove poput Arial i Comic Sans, ili poput Verdana, Tahoma, Century Gothic and Trebuchet fontova. Upamtite da jedna veličina ne odgovara svima, te bi trebali isprobati koja najbolje odgovara vašim učenicima.

Uporaba VR tehnologije nudi dobre mogućnosti jačanja vještina vizualizacije koje su nužne pri učenju matematike. Algebra se oslanja na sažet sustav pisanih simbola sa specifičnim vokabularom, te zahtijeva automatizaciju zadatka računanja; dok se geometrija oslanja na razumijevanje oblika, simetrije, relativnih veličina i količina, kako njima rukovati i kako ih precizno prenijeti na papir.

INTEGRACIJA VR TEHNOLOGIJE U NEFORMALNI PRISTUP POUČAVANJA MATEMATIKE

SUVREMENE TEHNOLOŠKE INOVACIJE KOJE SE TRENUTNO KORISTE U NEFORMALNOM POUČAVANJU MATEMATIKE

Organizacija Ujedinjenih naroda za obrazovanje, znanost i kulturu (UNESCO), specijalizirana organizacija u sustavu Ujedinjenih naroda, omogućila je integriranje IKT-a (informacijsko-komunikacijske tehnologije) u dio vezan za obrazovanje da bi osigurala pravičnost i pristup obrazovanju. Sljedeći dio, preuzet direktno sa UNESCO-ve publikacije o obrazovnom IKT-u, objašnjava poziciju organizacije prema toj inicijativi.

UNESCO ima holistički i sveobuhvatni pristup prema promoviranju IKT-a u nastavi. Pristup, inkluzija i kvaliteta su među glavnim izazovima kojima se obrađuju. Intersektoralna platforma organizacije za IKT u obrazovanju fokusira se na te probleme kroz zajednički rad triju svojih sektora: Komunikacija i informacije, Obrazovanje, i Znanost.] U Europi, upotreba IKT-a se već nekoliko godina integrira i potiče u školama. Promovira neformalno obrazovanje, posebno u poučavanju matematike.

EKRANI U UČIONICI: RAČUNALO, TABLET, PAMETNI TELEFON ILI PAMETNA PLOČA

Općenito uzevši, ekrani su učenicima dio svakodnevice ; element koji ohrabruje, daje samopouzdanje i potiče ih da preuzmu inicijativu. Učenici se aktivno uključuju i motivirani su za sudjelovanje. Uzmimo na primjer pametnu ploču.



Izvor: Thomas Ricaud, Fermat Science

Interaktivni bijeli ekran osjetljiv na dodir povezan je sa računalom i projektorom. Interakcija se vrši pomoću elektronske olovke ili običnim dodiranjem, a ekran šalje informaciju na računalo. Razni softwari i dodaci postoje da se uvide i povežu različita područja obrazovanja.

Neke prednosti korištenja pametne ploče :

- daje mogućnost nastavniku da snimi nastavni sat, posebno kompleksnije korake i poslije diskutira sa učenicima, a kasnije se u bilo kojem trenutku mogu vratiti na taj dio
- promovira sudjelovanje učenika na nastavi i aktivnost na satu
- nadvladava motivaciju. Zabavna je, moderna, i nova (barem na početku), te stoga pomaže mladim ljudima da zadrže interes i motivaciju, što je od posebne važnosti za učenike sa ADHD-om (Poremećaj hiperaktivnosti i deficita pažnje)
- na njoj se mogu predstaviti neki apstraktni entiteti (npr. u geometriji), da bi se olakšala i utvrdila asimilacija matematičkih koncepata

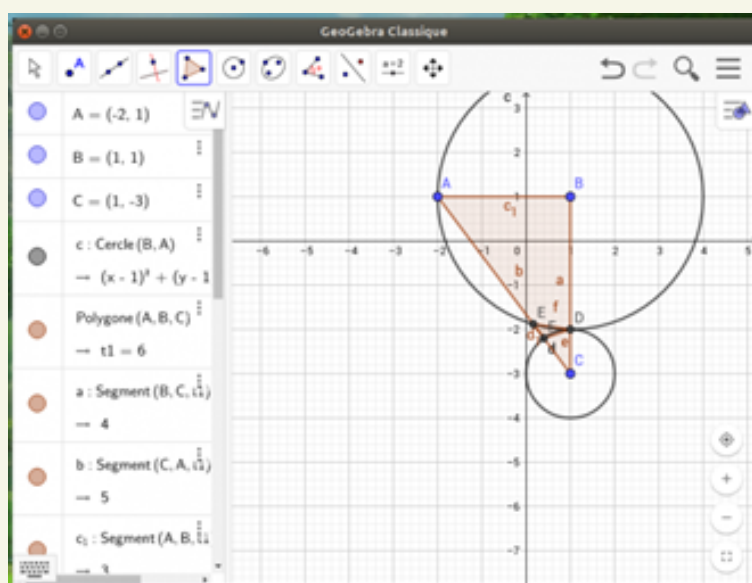
SOFTWARE I APLIKACIJA KOJA OMOGUĆAVA UČENJE MATEMATIKE

U današnje vrijeme postoje različiti besplatni softwari za bolje razumijevanje matematike u neformalnom smislu. Smatra se da će učenici, mobiliziranjem znanja za rješavanje problema sa kojima se susrećemo, konsolidirati svoje vještine i intelektualne sposobnosti. Praksa igre štedi vrijeme kod razumijevanja, čini osnovne vještine u matematici trajnijima i omogućuje razvijanje nekoliko strategija.

Ne samo da je sama tehnologija “zabavnija” od obične olovke i papira, nego već sam koncept softwarea omogućava učenicima da razmotre koncepte iz drugog kuta gledanja.

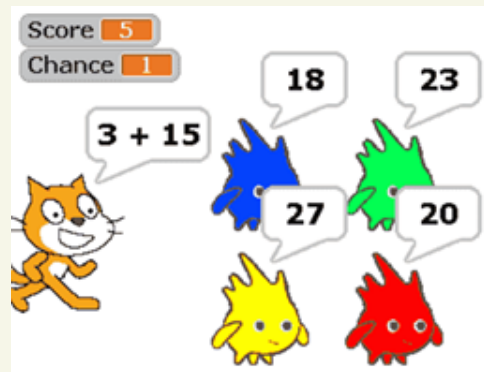
Neki primjeri

GeoGebra je dinamički matematički software za sve stupnjeve obrazovanja koji kombinira geometriju, algebra, proračunske tablice, graphex, statistiku, i infitezimalni račun u jedan software koji je jednostavan za korištenje.



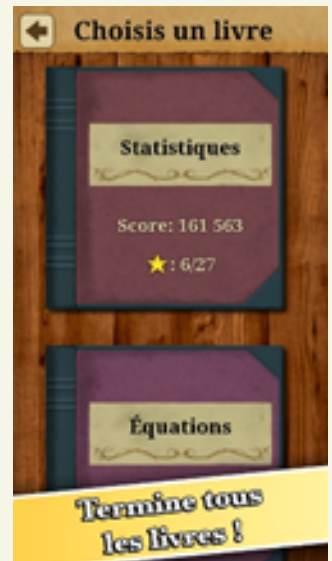
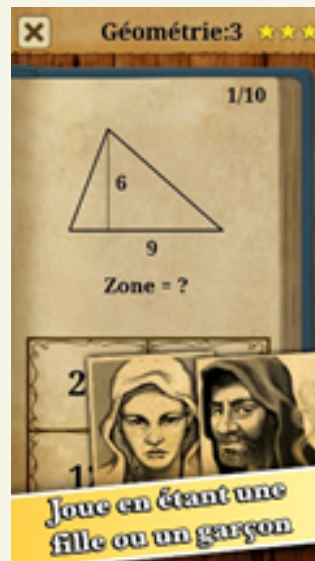
Izvor: screenshot from www.geogebra.org

Scratch je vizualni programski software. Ovaj tip programiranja ima za svoju prednost to što se mogu izbrisati moguće sintaktičke greške, ali i dalje ostaje jak programski jezik koji omogućava korištenje svih koncepata algoritama poput varijabli, petlji, potprograma, itd.



Izvor: screenshots from <https://scratch.mit.edu/>

Le Roi des Maths je zabavna matematička igra. Označavajući sebe kao farmera, Kreiraš vlastiti lik dok odgovaraš na matematička pitanja i poboljšavaš svoj ukupni rezultat.



Izvor: screenshots from <http://www.jeux.org/jeu/le-roi-des-maths.html>

UPOTREBA INTERNETA I DRUŠTVENIH MREŽA U PRISTUPU NOVIM KONCEPTIMA

Internet nudi mnogobrojna sredstvapo podrške kod poučavanja matematike, omogućavajući raznovrsnost pri poučavanju ideja i na taj način povećava mogućnosti učenja i usvajanja gradiva.

Neki primjeri

Korištenje matematičkih trasa u gradu: **MathCityMap**

MathCityMap učiteljima nudi software koji olakšava kreiranje trasa za rješavanje matematike. Aplikacija za preuzimanje omogućava učenicima da na kartu smjeste zagonetke i odgovore na pitanja kroz cijeli tečaj. Trenutna potvrda njihovim odgovorima im omogućava da započnu ponovno ili da nastave svoj put. Predložene zagonetke često se svode na veličinu ((dužina, površina, volumen), ali moguća su i ostala područja.

Upotreba video podrške (YouTube) za tečajeve: Videos Scienticfiz (francuski)

Internet, a naročito YouTube, obiluje video zapisima o matematici na neformalan način. U Francuskoj postoji primjer jednog školskog projekta: YouTube kanal Scienticfiz.



Izvor: https://www.youtube.com/channel/UCIUbSRKVVOpWI_xB3soLU1g/

Video zapisi koje su pisali i snimali učenici, govore o matematici i magiji, tajnim šiframa, matematičarima poput Fermata i Pitagore, itd.

Ostali youtuberi koji populariziraju matematičke koncepte mogu također završiti i tradicionalne tečajeve:

NUMBERPHILE (ENGLESKI) <https://www.youtube.com/user/numberphile>

MICMATHS (FRANCUSKI) <https://www.youtube.com/user/Micmaths>

Dijeljenje fotografija na Twitteru i preko hashtaga: #mathsenvie

NOVI SUVREMENI PRISTUP: PROŠIRENA STVARNOST

Učenici s juga Francuske okupili su se 2018. da bi radili na dizajnu Jumathsji Mathematics Game. Napravili su poster igre koji koristi proširenu stvarnost, što znači da taj poster (koji se može postaviti online ili bilogdje izložiti) može govoriti, na pametnom telefonu se može otkriti prikaz igre, možemo čitati ili slušati kratku biografiju pet matematičara: Hypatia iz Aleksandrije, Maria Agnesi, Euklid, Hipparchus i Cedric Villani. Pitanja su matematička, pisali su ih učenici, i odnose se na različita područja.



Izvor: Pierre Henry, Casarotto Collège de Bazas

Kako to funkcioniра? Skenirajući QR kod na posteru, infitezimalni račun, geometrija i ostali matematički problemi postaju igra: dolina brojeva, 2D ravnica, 3D prostori, planina problema. (Postoji i dio na engleskom jeziku.)

NOVI POGLEDI I MOGUĆNOSTI KOJE BI VR TEHNOLOGIJA MOGLA UNIJETI U MATEMATIČKE NEFORMALNE SCENARIJE

VR tehnologija može puno doprinjeti učenju matematike. Kao što je analizirano u prvom poglavlju, neformalni pristup je jako koristan za učeničko obrazovanje općenito, a pogotovo u učenju matematike.

Drugačiji pristup matematici

Nastavnici često koriste fotografije i video da bi uveli novi koncept na neformalan način. Učenici proučavaju te elemente, ali najčešće su u pasivnoj poziciji. S druge strane, VR omogućuje učenicima da direktno urone u lekciju! Ovdje možete naći neke primjere kako možemo promijeniti način poučavanja na satovima matematike.

U geometriji, nastavnici koriste metodu lova da povežu geometriju sa stvarnim životom. Učenici moraju u svojoj okolini naći geometrijske oblike, a često njihova okolina nudi limitirane oblike. Pomoću VR-a, učenici mogu putovati svijetom u potrazi za raznim oblicima ili kružiti u virtualnom geometrijskom svijetu.

Kod rada sa matematičkom logikom, Escape Rooms se sve više i više razvijaju u razredu, ali njihova instalacija, postavke i slaganje atmosphere i dalje su dosta komplicirane. Zamislite VR slagalice u stilu Escape Room-a. Učenici bi bili motiviraniji, a izbor zagonetki je ogroman.

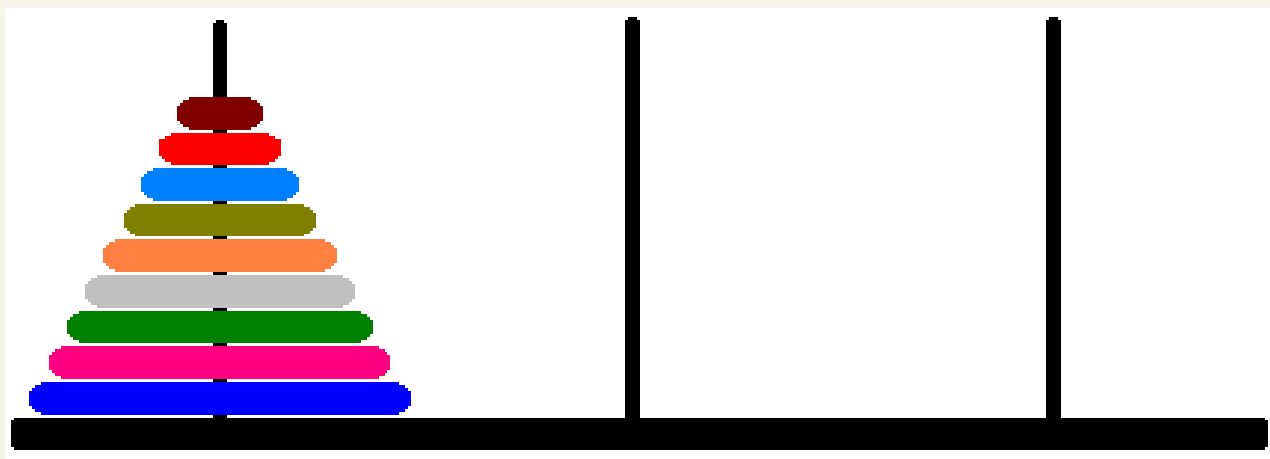
Kod rješavanja matematičkih problema, učenici često znaju računati, ali imaju probleme oko razumijevanja kako da nađu točan rezultat ili odlučivanja oko računске operacije. Ti problemi često se pripisuju nedostatku matematičkog vokabulara. Iskušavanjem tih problema u VR-u, učenici ih mogu bolje razumjeti. Uzmimo na primjer izračunavanje volumena - treba napuniti kadu vodom. Učenik u VR-u može to istestirati i naći rješenje, što bi možda inače bilo nemoguće provesti.

Slagalica Hanoi Toranj

Kao što je vidljivo iz poglavlja 1.3.2.1., Hanoi toranj je matematička slagalica koja omogućava neformalni pristup matematičkim konceptima. Ta slagalica može motivirati učenike da rade na tim matematičkim idejama, ali često ostaju zakinuti za manualno rješenje. Kada je broj diskova velik, potrebno je puno koncentracije da se slagalica završi.

Zamislite tu slagalicu u VR-u! Učenici ju mogu testirati, kao i u stvarnosti, ali mogu učiniti i puno više poput:

- pitati za pomoć i dobiti trag
- ostvariti da se matematičke ideje pojave direktno ispred njih
- promijeniti boju diska za bolje razumijevanje
- poslušati legende o nastanku slagalice



Izvor: www.france-ioi.org

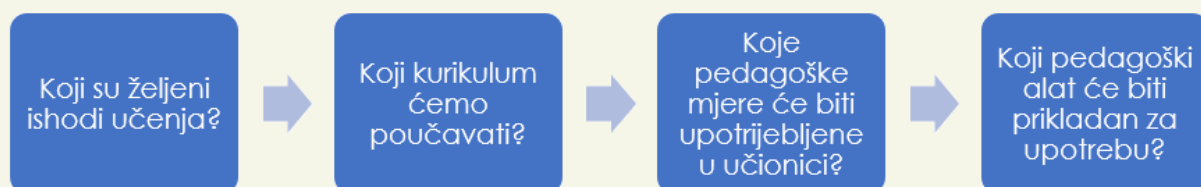
PEDAGOŠKI ASPEKTI VR TEHNOLOGIJE

ŠTO JE PEDAGOŠKO U VR ALATU: SVOJSTVA I KRITERIJI

Prošlih godina svi smo svjedočili zanimljivom pomaku u alatima koje nastavnici koriste u učionicama i pedagoškim ciljevima predmeta kojeg predaju. Motivirani snažnim dokazima koji ukazuju na veću efektivnost aktivnog učenja u odnosu na tradicionalno predavanje kod STEM predmeta, mnogi nastavnici nalaze različite načine da preokrenu svoju dosadašnju učioničku praksu, te da u nju uključe aktivno učenje.

Ta transformacija je vidljiva u kontinuiranom rastu EdTech industrije. Globalno, oko 37.8 milijardi \$ se dosada već investiralo u edukacijsko tehnološke kompanije između 1997. i 2017. (velikih 62% od toga u zadnje tri godine između 2015. i 2017.).

Dobar pedagoški dizajn, tradicionalni ili digitalni, trebao bi pružiti poravnanje kurikuluma koje poučavamo, metoda koje koristimo, okruženja u kojem se učenje odvija, i postupaka vrednovanja koje usvajamo (Biggs, 1999.) Primarno, uloga nastavnika kao ekspertnih dizajnera učenja (Laurillard, 2013.; Selwyn, 2016.) je da utvrdi zadatke za učenje, okoliš za učenje koji pruža podršku, i provodljive forme društvenih odnosa u razredu. Kako bi sljedili taj put, mogu nam pomoći neka od ovih pitanja:



Dakle, koji kriteriji čine alat pedagoškim?

U 2002., partnerstvo za vještine 21. stoljeća, koalicija poslovne zajednice, vođe obrazovanja, i kreatori politike kreirali su okvir za učenje 21. stoljeća. Taj okvir predstavlja holistički pogled na moderno poučavanje i prakse učenja. Unutar konteksta osnovnog znanja, učenici moraju učiti u 4K. Te kompetencije smatraju se osnovnim da bi učenici napredovali u poslu i životu.



4k princip za vještine 21. Stoljeća

Digitalni alati mogu potaknuti te vještine kod učenika, a kako se smatra da Virtualna stvarnost ima veliki potencijal u iskustvenom učenju, pokušat ćemo ocijeniti pedagošku efektivnost kroz princip 4K.

Kritičko mišljenje odnosi se na mogućnosti učenika da analiziraju, interpretiraju, vrednuju, odlučuju, i rješavaju probleme. Može se razviti u učionici kroz vođena pitanja i projekte, ili kroz učenje koje se temelji na istraživanju i projektima. Kroz sat o amplitudi kuteva, npr., učenici mogu koristiti VR da analiziraju različite kuteve zgrada dok “posjećuju” Firencu i usporede upotrebu matematike u arhitekturi prošlosti i sadašnjosti.

Jasna komunikacija fokusira se na jasno izražavanje misli i mišljenja drugim ljudima. Dublje učenje obično uključuje dijeljenje naučenog i suradnju sa ostalima u zajednici. Leadbeater (2008.) naglašava da se “najbolje uči sa ljudima, a ne od ili za njih. Efektivnije je kada učenici sudjeluju, nego da su samo primaoci. Stoga učioničke aktivnosti koje uključuju VR trebaju biti bazirane na mogućim i realnim scenarijima sa elementima aktivne komunikacije među učenicima

Inovativno **kolaborativno** (suradničko) učenje izaziva učenike da se izraze i da brane svoja stajališta, razmijene različita mišljenja, preispituju ostale i traže objašnjenja. Ovdje je potrebno međusobno poštovanje, kompromis, gradnja konsensusa, i zajednička odgovornost. To se može postići u timovima za projektno učenje gdje vršnjaci uspoređuju rezultate, razmatraju nova korištenja u učenju i nove uvide za buduće primjene. Aktivnosti na satu gdje se koristi VR alat, mogu se koristiti u paru ili manjim grupama

Kreativnost uključuje mogućnosti kao što su oluja ideja, jasnije određivanje ideja, reagiranje na ideje ostalih i te ideje učiniti opipljivima i korisnima drugima. Znanje nije statičko, te stoga omogućava mješavinu stjecanja i prakse u projektnom učenju, pritom se fokusirajući na izazove iz stvarnog svijeta koji mogu osnažiti učenike da postanu aktivni sudionici u procesu učenja. Razred može na primjer, zajedno smisliti matematičku vjerojatnost nekog događaja da se osvijeste izazovi u okolišu dok gleda 360 video o utjecaju fosilnih goriva na naš planet.

Iz ovih primjera vidljivo je da kada se VR strateški koristi kako zaista obogaćuje način na koji učenici mogu primijeniti znanje dobiveno u razredu na probleme u stvarnom svijetu i sudjelovati u projektima koji zahtijevaju stalno angažiranje i suradnju (Barron and Darling-Hannibd 2008.).

ZAKLJUČCI / SPOZNAJE O RAZINI UPORABE I AKADEMSKIM REZULTATIMA POSTIGNUTIM UKLAPANJEM VR ALATA ZA MATEMATIKU U NEFORMALNOM I FORMALNOM OBRAZOVNOM OKRUŽENJU

U prethodnim poglavljima vidjeli smo kako obrazovanje i njegovi alati postaju to važniji kako tehnologija sve više napreduje, a Virtualna stvarnost je alat koji postaje mainstream jer si škole već mogu priuštiti taj hardware. U ovom dijelu razmatrat će se neke studije koje pokazuju utjecaj VR-a na učenje.

Istraživanje upotrebe VR tehnologije na satu matematike

U 2017. godine škola u okrugu Hedmark u Norveškoj provela je šestotjednu pilot studiju sa četiri različita razreda 3. i 4. razreda (eksperimentalnu grupu činilo je 34 učenika) u matematici, sa naglaskom na množenje. Svrha studije bila je da se uvidi hoće li se osnovne matematičke vještine poboljšati uz upotrebu VR-a kao dijela nastavnog procesa. Proces je nadzirao Edukacijski centar za praktično istraživanje (SEPU) na sveučilišnom koledžu u Innlandet.

Učenici su pristupili matematičkom testu prije i poslije projekta. Jedan peti razred iz druge škole je, za usporedbu, na nastavi matematike pisao isti takav test bez upotrebe VR tehnologije (kontrolnu grupu činio je 31 učenik).

Tijekom šestotjednog perioda, kao dio dvije lekcije, učenici su koristili Oculus GearVR hardware i radili na zadacima koji uključuju osnovne aritmetičke operacije. Iskustvo je sličilo na igricu jer su učenici dobivali bodove za točne odgovore. Nastavnicima je bila dana platforma na koju su se logirali i pratili napredak svojih učenika. To je omogućilo sakupljanje podataka o svakom učeniku kroz cijeli vremenski period, umjesto isključivog davanja ocjena. Kreatori VR obrazovanja vjeruju da promatranje učenika kao osobe koja se razvija, ne samo da prosuđuje njihovu izvedbu nego je i važno za obrazovanje budućnosti.

Škola	Spol	Broj	Ukupno	Efekt
Kontrolna grupa/škola	Dječaci	13	.04	
	Djevojke	18	,27	
Interventna grupa/škola (VR)	Dječaci	12	,53	0.49
	Djevojke	23	.23	-0,04

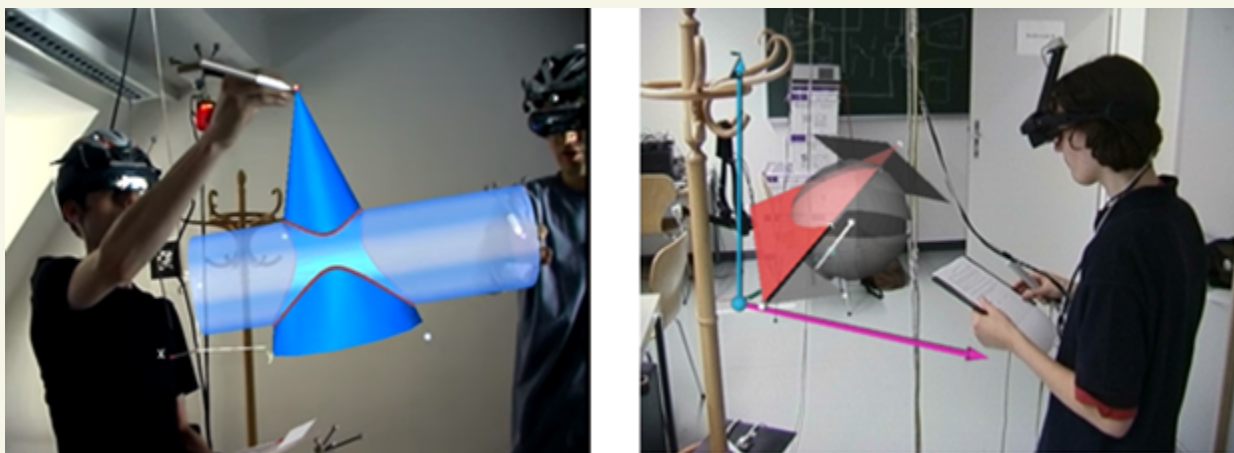
Izvor: www.vrededucation.no/pdf/vr-maths-report-NO.pdf

3D konstrukt: primjena na učenje matematike i geometrije u srednjoj školi

U prosincu 2008.godine na Tehnološkom fakultetu u Beču, Austrija, završen je istraživački projekt pod nazivom "Konstrukt 3D", što je 3D konstrukcijski alat u uranjanjućoj virtualnoj okolini da bi se razvile specijalne mogućnosti.

Svrha tog alata bila je razviti jednostavan i intuitivan instrument sa user-friendly sučeljem. Istraživači su integrirali suradnički uvećani sistem realnosti Studierstube, koji omogućava studentima da djelomično vide i imaju interakciju sa stvarnim svijetom. On uključuje audio sistem pomoći da bi se dobila povratna informacija i svojstvo da se sa profesorom stvori interakcija. Glavna područja primjene u učenju matematike i geometrije su analiza vektora, opisna geometrija i općenito geometrija. Alat je omogućio studentima gotovo opipljivu sliku kompleksnih trodimenzionalnih predmeta i scena.

[1] https://www.youtube.com/watch?v=o6Xlz_Afk9A



Izvor: <https://www.ims.tuwien.ac.at/projects/construct3d>

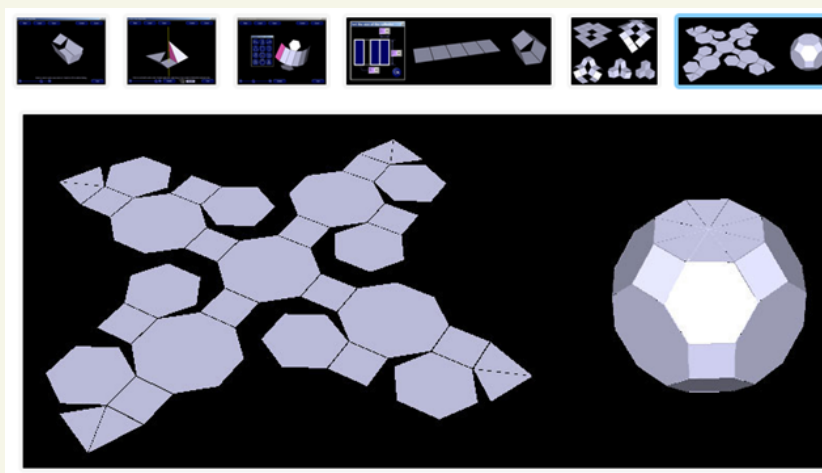
Tijekom istraživanja proveo se neformalni pilot-projekt sa 14 studenata u Beču (22-34 godine starosti) da bi se vrednovala efikasnost alata. Njihov zadatak bio je riješiti konstrukcijski primjer iz analize vektora, kao što se uči u Austriji u 10. razredu uz pomoć mentora. Nakon tog iskustva, studenti su morali riješiti kratku anketu općenito o iskustvu i o alatu.

Studenti su bili jako zadovoljni sa svojim iskustvom, željeli su ponovno koristiti VR tehnologiju i smatrali su da je to izvrstan alat da se matematika istražuje u postavkama koje liče na igru. Nekoliko njih naglasilo je da je vizualizacija 3D oblika puno jednostavnija sa VR tehnologijom nego preko zaslona računala, međutim naglasili su da trebaju instruktorovu podršku da svladaju neke tehničke i fizičke poteškoće (6 sudionika iskusilo je vrtoglavicu). Unatoč tome, svi su zamislili različite upotrebe 3D Konstrukta za rješavanje jednostavnih problema u učenju matematike i geometrije.

Projekt DALEST (razvijanje aktivnog okruženja za učenje za učenje Stereometrije (engleski akronim DALEST))

DALEST projekt djelomično je financiran od strane Europske unije iz programa Socrates, MINERVA, selekcija iz 2005. Razvio se međunarodnom suradnjom pet sveučilišta: Sveučilište u Cipru, Sveučilište u Southamptonu, Sveučilište u Lisabonu, Sveučilište u Sofiji, Sveučilište u Ateni, N.K.M.Netmasters i Udruženja profesora matematike sa Cipra.

Aplikacije koje su razvili, imale su za cilj pomoći učenicima da dizajniraju i kreiraju matematičke objekte kroz pedagoške scenarije pogodne za poučavanje stereometrije, i za razvijanje specijalnog mišljenja u osnovnoj i srednjoj školi. Postojali su različiti nivoi i učenici su morali riješiti neke matematičke zadatke uz pomoć mjerenja, rezanja, savijanja i presavijanja oblika da bi dobili matematička tijela.



Izvor: <http://pavel.it.fmi.uni-sofia.bg/elica/dalest/on.html>

Učenici koji su testirali aplikacije i baratali različitim tipovima mreža, prešli su iz 2D u 3D. Svi učenici izrazili su zadovoljstvo nakon svog iskustva, ali u isto vrijeme, nisu zanemarili tradicionalni način izrade papirnatih modela koristeći papir i škare. Opći dojam nakon testiranja alata je da on daje više prostora za eksperimentiranje i igru sa različitim idejama koje su učenicima uzbudljive. (Te alate možete pronaći na web stranici projekta: DALEST PROJECT).

Bazirano na gore navedenim primjerima možemo zaključiti da:

Iako ne postoji puno formalno dokumentiranih primjera korištenja VR tehnologije u nastavi matematike, svjedočanstva od strane istraživača i učenika koji su koristili VR tehnologiju su obećavajuća, i to polje je svakako vrijedno daljnjeg istraživanja. Uz optimistična mišljenja o korištenju tehnologije, dolazimo do vrijednog otkrića: naglasak na činjenici da VR treba biti dodatak nastavi matematike, a nikada zamjena.

ŠTO JE PEDAGOŠKO U VR MATH ALATU: SVOJSTVA I KRITERIJI

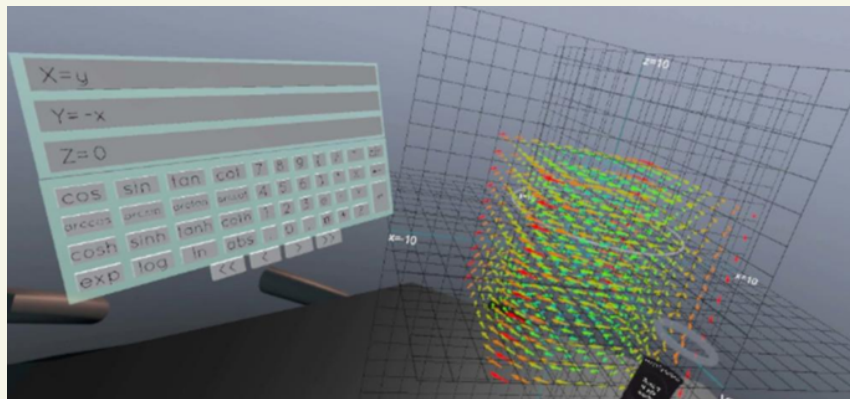
Razvoj sadržaja VR tehnologije tek je u svojim začetcima, a potencijal da se ta ideja uklopi u obrazovne svrhe svake godine privlači sve više interesnih grupa. Evo nekih već postojećih prijedloga za uporabu VR alata:

CalcFlow

Calcflow je besplatan software otvorenog koda razvijen od strane Nanome Inc. Njegova upotreba zahtijeva Oculus ili Vive virtualne naočale. Za korisnike bez iskustva postoji cijela serija uputa za uporabu na YouTube koje su razvili tvorci softwarea.

Pedagoški cilj: Omogućava učenje i vizualizacije računanja vektora u interaktivnom okruženju. Može se koristiti za matematičko modeliranje, izradu 3D grafova uz mogućnost da se paramteri uređuju usput, omogućava kreiranje vlastite parametrizacije funkcije i vektorskog polja.

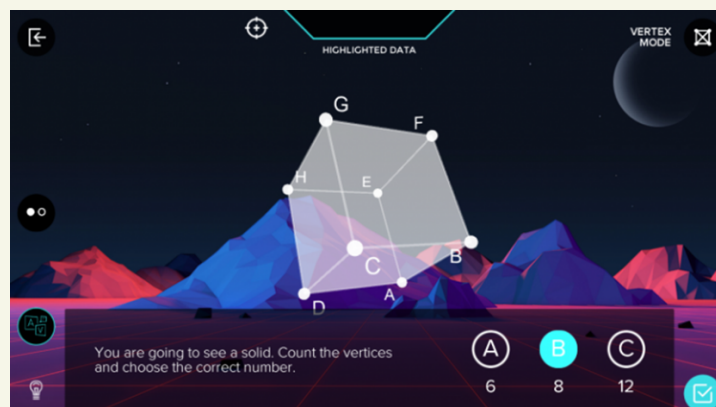
Ciljna skupina: namijenjen je učenicima u zadnjim razredima srednje škole, a može se primijeniti u visokom obrazovanju.



Izvor: <https://vrroom.buzz/vr-news/trends/get-ready-love-math-vr-calculator>

VR Math

VR Math je dio VARP Edu, obrazovne platforme za razne predmete. To je aplikacija koja pomaže učenicima da shvate, a nastavnicima da poučavaju 3D geometriju. VR Math je servis baziran na licenci i pretplati. Sam sadržaj dostupan je putem kombinacije telefona i jednostavnih VR kartonskih naočala ili na 360 na zaslonu osjetljivim na dodir. Trenutno (svibanj 2019.) još je u svojoj beta verziji.



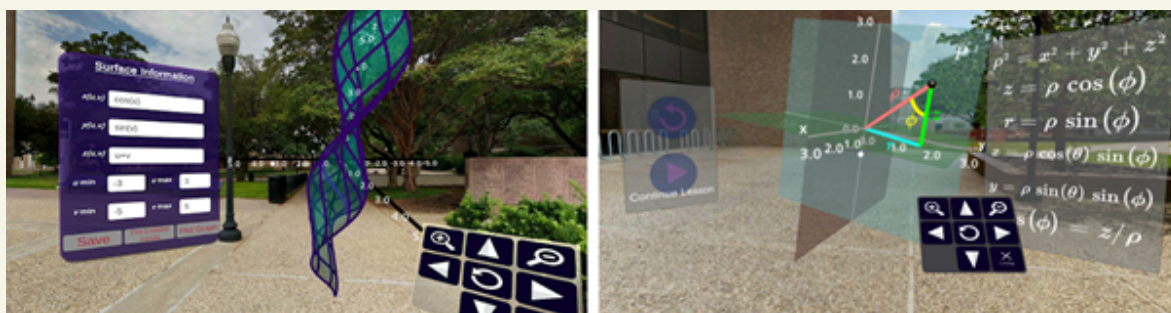
Izvor: <http://kornelmeszaros.com/vr-math/>

Pedagoški cilj: Većinom je fokusiran na geometriju i učeničko razumijevanje prostora oko sebe. Posjeduje raspon zanimljivih karakteristika uključujući mogućnost da učenik pristupi sadržaju svojim tempom. Promovira samoučenje.

Ciljna skupina: učenici u srednjim i osnovnim školama

CalculusVR

Ova besplatna aplikacija je projekt nastao iz strasti, i vodi ga dr. Nicholas Long sa Odsjeka za matematiku i statistiku na Stephen F. Sveučilištu Austin State u Texasu. Calculus omogućuje korisniku da vizualizira koncepte računa više varijabli u okruženju virtualne stvarnosti. Sve što vam treba za korištenje su Google Cardboard virtualne naočale i mobitel



Izvor: <https://longnesfa.wordpress.com/calculus-in-virtual-reality-project/>

Pedagoški cilj: Sadržaj pokriva razne module kao što su: 2D i 3D koordinate i grafovi, Krivulje i Površine, Vektorske funkcije jedne i više varijabli. Korisnik može odrediti svoje vlastita tijela za vizualizaciju, a može i prolaziti kroz lekcije o geometriji i računu multivarijabilnih funkcija i pripadajućih površina.

Ciljna skupina: Studenti na sveučilištima

MashUp Math

MashUp Math je grupna inicijativa mladih nastavnika koji vjeruju da učenici uče matematiku na razne načine i da jednaki pristup svima jednostavno nema efekta. Na mrežnoj stranici www.mashupmath.com postoji mnogo besplatnih sadržaja poput video zapisa, radnih listića i matematičkih zagonetki. Njihov YouTube kanal (na engleskom) zadnji puta je osvežen 2017., ali ima preko 100 kratkih video zapisa koji objašnjavaju različite matematičke izazove na eksplicitan način sa velikim fokusom na rukovanje i neformalni pristup



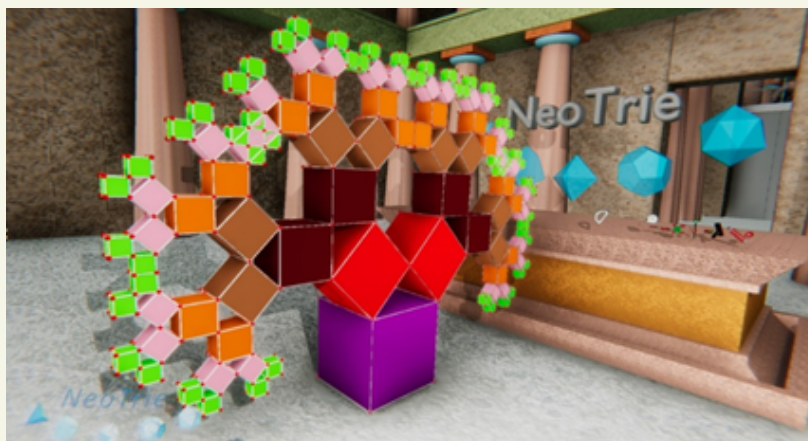
Izvor: <https://www.virtualiteach.com/single-post/2018/06/04/Maths-in-VR>

Pedagoški cilj: Poučavati matematiku na pristupačan i zabavan način. Materijali pokrivaju teme poput algebre, geometrije, i matematike za osnovnu školu. MashUp Math je počeo eksperimentirati sa 360 video zapisima da postavi algebarske probleme. Ova jednostavna ideja lako se može ponoviti u učionici sa 360 kamerom.

Ciljna skupina: učenici u dobi od 8 do 15 godina

3D Geometrija in Virtualnoj stvarnosti - NeoTrieVR

Ovaj projekt vodi José L. Rodríguez sa Sveučilišta Almería. Razvija se u suradnji sa Virtual Dor. Cilj ovog softwarea je omogućiti korisnicima da kreiraju i rukuju sa 3D geometrijskim tijelima, i 3D modelima općenito.



Izvor: <http://virtualdor.com/NeoTrie-VR/>

Pedagoški cilj [1]: Ispitati aspekte planimetrije kroz treću dimenziju, uvesti 3D geometriju i modeliranje namijenjeno za 3D printer, razviti manualne vještine i 3D vizualne vještine, simulirati deduktivne i induktivne vještine, naglasiti suradnički rad i pozitivnu međusobnu zavisnost, motivirati učenike pomoću rekreacijskih, suradničkih i natjecateljskih igara.

Ciljna skupina: Budući da je projekt još u razvojnoj fazi, točna ciljna skupina još nije određena

[1] <http://virtualdor.com/NeoTrie-VR-Edu/>

PRAKTIČNOST UPORABE KOMBINIRANOG NEFORMALNOG PRISTUPA I VR TEHNOLOŠKIH INOVACIJA U MATEMATICI U RAZREDU

POSTUPAK PRETVARANJA MATEMATIČKOG ALATA U VR- RJEŠENJE I PRIMJENA U PRIPREMI ZA SAT

Uvod

Kada koristimo matematički model, pojednostavljujemo situaciju iz stvarnog života stvarajući apstraktnu ideju. Na taj način možemo objasniti, opisati, i predvidjeti aspekte iz stvarnog svijeta kroz prikaze, tj. interpretacije stvarnosti poput dijagrama, grafova i simboličkih izraza. Problem je u tome što učenici četo vide te prikaze kao završni produkt, i nisu u mogućnosti shvatiti ih kao alat za razumijevanje stvarnosti. Može li se ta perspektiva promijeniti koristeći VR modeliranje?

Postoje dva načina za rješavanje matematičkih problema putem modeliranja.

Učenje modeliranja: Od učenika se traži da izrade model stvarnosti.

Da bi to učinili, svaki element samog modela mora se dobro razumjeti. To nije jednostavno, i može se smatrati ciljem procesa učenja, a ne kao način poučavanja novih koncepata.

Učenje sa modelima: Ovaj pristup potiče učenike na rješavanje problema koristeći postojeće modele. Učenici uče mijenjanjući parametre i uviđajući veze među svim tijelima u modelu. Da bi koristili ovaj pristup, trebamo kreirati specifične modele, aktivnosti i upravljanja za svako matematičko područje. Ti modeli lako se mogu reirati koristeći virtualnu stvarnost.

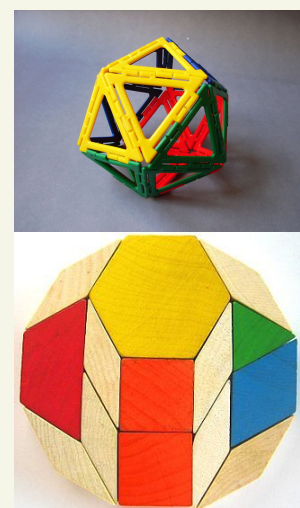
Ovaj dio će pomoći nastavnicima u biranju prirodnih tema i matematičkih koncepata koje se mogu poučavati kroz aplikacije virtualne stvarnosti u neformalnim scenarijima.

1.korak – Kako izabrati teme i matematičke koncepte

Iako nastavnici žele da učenici aktivno nauče matematiku kroz rad, trebali bi birati teme u kojima njihovi učenici mogu međusobno djelovati. Da bi isplanirali uspješan neformalni scenarij učenja, nastavnici bi trebali koristiti alate koji omogućavaju učenicima da preuzmu aktivnu ulogu u učenju. To se može postići korištenjem modela.

Važnost modela za gradnju

Jedan važan koncept sa kojim bi svaki nastavnik matematike trebao biti upoznat je upotreba modela za gradnju: to su konkretni predmeti koji uključuju matematičke koncepte, tj. stvarne ili virtualne predmete koje učenici mogu koristiti i pomicati okolo, poput algebra pločica, dijelova razlomaka, geometrijskih uzoraka, geometrijskih tijela, base-Ten blokova.



Izvor:

base-ten blocks (left)-

https://en.wikipedia.org/wiki/Base_ten_blocks#/media/File:Dienes_blocks_used_by_a_8_year-old_student.png;

a Polydron icosahedron (top right) -

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Polydron_09489.jpg;

pattern blocks (bottom right). -

https://en.wikipedia.org/wiki/Pattern_Blocks#/media/File:Wooden_pattern_blocks_dodecahedron.JPG

Sa povijesnog stajališta, još od prošlog stoljeća neke studije (Driscoll 1983., Sowell 1989., Suydam 1986.) pokazuju da, uz prave modele za gradnju, učenici bilo kojeg razreda i mogućnosti mogu samo profitirati. Pritom nije važno koristiti ih se za tumačenje i objašnjavanje koncepta, npr. Sudyam i Higgins su 1976.godine dokazali da satovi na kojima su se koristili modeli za gradnju mogu poboljšati matematičke vještine i mogućnosti više nego satovi na kojima se nisu koristili. To nam sugerira da bi svaki učenik trebao imati priliku da radi sa modelima za gradnju.

Njihova upotreba ne smije biti ograničena samo na nastavnikovu demonstraciju, jer su korisni i efektivni svaki puta kada uključuju učenike u aktivnosti.

2.korak – Koje su teme i matematički koncepti prihvatljivi

Upotreba virtualne stvarnosti ima velik potencijal u učenju matematike i geometrije. Uz nju je moguće naći inovativne načine za poučavanje matematike i pritom daje šansu shvaćanju težih i sveobuhvatnih problema koji su prije učenicima bili teže dostupni.

Nek od najprikladnijih tema koje se uče u školama diljem svijeta, a mogu se poučavati u VR okruženju su:

- osnovne matematičke vještine i /ili koncepti, poput četiri računske operacije, razlomaka, računanje napamet (za osnovnu školu)
- trigonometrija, vektorska algebra, 3D geometrija, vizualizacija grafova, crtanje krivulja i ostale 3D vizualizacije i problemi (za srednju školu)
- analize (kompleksne funkcije), linearna algebra, diferencijalni račun i diferencijalna geometrija, projektivna geometrija (za više obrazovanje/ srednju školu)

U prvom poglavlju, npr. vidjeli smo primjere pedagoških alata koji koriste neformalnu matematiku. Uputilo se nas na to da forma može biti jako različita. Neki od tih alata mogu se promijeniti, i stoga proširiti koristeći virtualnu stvarnost.

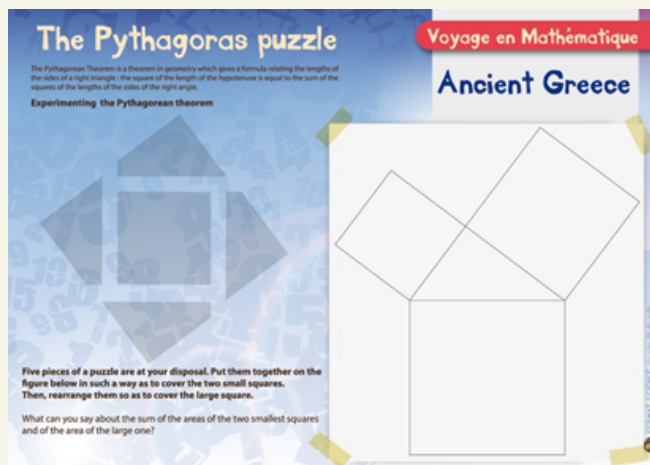
Uzmimo kao primjer rukovanje puzzlama poput pločica da dokažemo Pitagorin poučak, i analiziramo moguće pretvaranje u VR praktično rješenje.

Pitagorin poučak je osnovni teorem koji računa duljinu treće stranice pravokutnog trokuta kada su poznate duljine ostale dvije stranice.

Matematička forma:

U svakom pravokutnom trokutu ABC stoji da $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$

Cilj je rukovati drvenim komadima puzzlama poput pločica (tessellation game) da bi demonstrirali Pitagorin poučak.



3.korak – Kako uklopiti temu sa matematičkim konceptom u neformalni scenarij

Virtualna stvarnost mora se koristiti za adaptaciju tradicionalnih matematičkih sadržaja i učiniti ih opipljivima, vidljivima i razumljivima. Informacije koje dobivamo samo vizualno skupljaju se na pasivan način, dok je dodir aktivan i obostran proces (Sourin & Wei 2009.); mora pomoći učenicima da razumiju kompleksne, apstraktne i ne-intuitivne koncepte i sisteme baratajući relevantnim parametrima i prihvaćanjem različitih gledišta u realnom vremenu. VR također mora unaprijediti učenje tako da učini iskustvo nalik na igru. Okruženje za učenje u 3D je privlačno, interaktivno i fleksibilno. Učenici koji igraju video-igrice visoko su motivirani za igranje interaktivnih igara, to ih simulira da aktivno konstruiraju svoje znanje kroz učenje kao djelovanje.

Alat prezentiran u 2. koraku dobar je primjer ugrađivanja matematičkog koncepta, u ovom slučaju Pitagorinog poučka u neformalni scenarij utoliko što dopušta mnogo prilika za učenje: u geometriji (npr. karakteristike oblika), u povijesti matematike (npr. povijest antičke Grčke), itd. Štoviše, sve to je povezano sa školskim kurikulumima u Europi. Obrazovni ciljevi su važni. Taj obrazovni alat trenutno vrlo dobro funkcionira na satovima matematike. Uistinu, neformalni pristup ovom poučku omogućava bolje učenje i bolje razumijevanje.

Premještanje “Pitagorinih puzzli” u VR može uvelike povećati pedagoške mogućnosti ako ih se uspoređi sa postojećim alatima. To i jest jedan od razloga zbog kojeg se cilj mora jasno odrediti prije poučavanja. U ovom slučaju, želimo li da učenici znaju Pitagorin poučak napamet? Ili je to tek prvi pristup povijesti matematike? Ili je oboje? Taj obrazovni cilj bi trebao biti eksplicitno i jasno postavljen od početka. Također je nužno od samog početka definirati sve aktivnosti koje u konačnici mogu rezultirati iz obrazovnih ciljeva.

Na primjeru naše gradnje pomoću modela pločica za dokaz Pitagorinog poučka, uz virtualnu gradnju koja nudi iste benefite kao i stvarnost, učenik bi mogao:

- graditi druge modele koji demonstriraju ovaj poučak
- dokazati poučak matematički i pronaći njegovu formulu
- pristupiti zabavnom video zapisu koji demonstrira Pitagorin poučak (primjer <https://www.youtube.com/watch?v=YompsDIEdtc>)
- napraviti Pitagorino drvo (vidi sliku ispod)



- mjeriti si vrijeme i izazvati svoje prijatelje
- naučiti više o matematičaru Pitagori slušajući primjere zvučnog zapisa koji govori njegovu priču, ili video zapis (<https://www.youtube.com/watch?v=qmoxwZCiWEM&feature=youtu.be>)
- proučiti literaturu s radovima o tom teoremu ili čak
- susresti se s matematičarom i pitati ga pitanja o teoremu

4.korak – Kako uvesti inovativne tehnologije I već postojeće VR Math aplikacije u neformalni scenarij?

Slijedom toga, moramo izabrati hoće li gledatelj (učenik) biti u srcu zbivanja ili će ga se postaviti prema ostalim gledištima. Hoće li međusobno djelovati sa svojom okolinom ili ne? Hoćemo li koristiti 360 °video zapise ili 3D modele za gradnju?

U svakom slučaju, sistemi učenja u VR i 3D grafici trebali bi se integrirati u neformalne scenarije na način poput igre. Da bi se dobili najbolji rezultati, VR math aplikacije moraju zadovoljiti ove karakteristike prema Breueru (2011.):

- **Interakcija:** učenje uz rad i eksperimentiranje
- **Multimedija:** vizualiziranje/priprema sadržaja i povratna informacija uz korištenje 3D modela, audio zapisa, itd.
- **Uključivanje:** igra treba biti u potpunosti zanimljiva da odvraća igrače od distrakcija
- **Izazov:** na početku mora biti jednostavnija, ali postepeno pojačavati težinu, igra uvijek treba izazivati osobne vještine da igrači ostanu motivirani

- **Izazov:** na početku mora biti jednostavnija, ali postepeno pojačavati težinu, igra uvijek treba izazivati osobne vještine da igrači ostanu motivirani
- **Nagrada:** nagrade i povratne informacije o napretku potiču samoefikasnost i motivaciju
- **Društveno iskustvo:** omogućuje komunikacijske kanale da poveže igrače.

5.korak – Mediji, tehnike i okoliš koji mogu ojačati obrazovni proces

U slučaju da smo mi kreatori/konstruktori VR alata/aplikacije, sada trebamo odlučiti o kontekstu okoliša. Elementi uređenja, zvuk (riječi, muzika), i prostor, sve su to elementi koji daju scenariju život.

Što će biti najvažnije za obrazovne ciljeve u našem primjeru: hoćemo li rekreirati Pitagorinu antičku Grčku, zaigrani svijet, ili “geometrijski “svijet? Hoćemo li birati klasičnu muziku za bolju koncentraciju i naglašavanje motivacije, ili suvremenu da učini zadatke koji se ponavljaju manje restriktivnima te da pomaže učenicima da budu efektivniji u rješavanju problema? Hoće li u pozadini biti glas ili će interakcija odvijati putem pisanja? Jedna ideja je da se stvore različiti određeni okoliši za svaki od zadataka/vježbi unutar “Pitagorinih puzzli”.

Za slučaj da nam nije cilj ispočetka kreirati virtualni alat /aplikaciju, možemo se umjesto toga fokusirati na gotova rješenja za virtualne modele za gradnju, posebno razvijene za teme- koncepte koje želimo poučavati: ima nekoliko komercijalno dostupnih software alata koji se koriste za učenje i poučavanje, a to su:

Mathcad (<https://www.ptc.com/en/>);

Maple (<https://www.maplesoft.com/>);

Mathematica (<http://www.wolfram.com/mathematica/>);

MATLAB (<https://uk.mathworks.com/products/matlab.html>);

Geometer’s Sketchpad (<http://www.dynamicgeometry.com/>).

Ovi alati daju učenicima priliku da vide slike, ali bez iskustva uranjanja u 3D: taj manjak uključivanja može rezultirati smanjenom kvalitetom iskustva učenja, ali svejedno može biti vrijedan dodatni alat da bi se ojačale matematičke vještine učenika.

6.korak – Kreiranje iskustva

Jednom kada se definira arhitektura buduće aplikacije, sve što nam preostaje je kreirati razne elemente koji će sačinjavati VR “Pitagorine puzzle”, ili bilo koji angažirani scenarij koji je prikladan za pretvaranje u VR alat.

PRAKTIČNI VODIČ KAKO STVORITI VREMENSKU CRTU NAPRETKA

Da bismo koristili VR u razredu, trebamo najmanje dvije stvari: pametni telefon na koji možemo skidati i pokrenuti aplikacije i video zapise, i naočale. Android telefoni sa

žiroskopom i magnetometar sensorima čine pametni telefon kompatibilnim za VR. Većina uređaja srednje i više klase dolazi sa žiroskopom i magnetrom čineći ih savršenim pratiocem za VR/AR. ZA software možete koristiti besplatne aplikacije, ili one koje se plaćaju, ili čak i filmove napravljene sa 360° kamerom. Iako ti filmovi ne nude isto 3D iskustvo kao i VR aplikacija, svejedno su vrlo interaktivne, te se lako uroni u taj svijet kada se gleda kroz naočale.

Opažanje prezentirano ispod uzelo je u obzir razred od otprilike 30 učenika, i trajanje sata od 50 minuta. Nastavni plan/ projekt poučavanja odražava način na koji će se usmjeriti aktivnost poučavanja da bi se postigli ciljevi. Sat je izveden po redosljedu faza što mu daje određenu strukturu. Ta struktura nije ni obavezna ni kruta. Tip sata odredit će se prema općem cilju sata. Glavni tipovi satova su sljedeći:

Mješoviti /kombinirani sat – ima za cilj postići otprilike jednaki opseg nekoliko zadataka poučavanja (komunikacija, sistematizacija, fiksacija, verifikacija). Taj tip sata je najčešći tip s kojim se susrećemo u školskoj praksi, posebno na nivou škola općeg smjera.

Sat komunikacije/usvajanja novih znanja – ima za osnovni cilj usvajanje novog znanja i razvijanje intelektualnih kapaciteta i stavova. Stoga, usvajanje novog, kada su ostale faze koje pripadaju mješovitom tipu (koji je različit komunikaciji/usvajanju novog znanja) prisutne, ali puno manje važne, ovisno o dobi učenika (u srednjoj školi, komunikacijski sat ima tendenciju ka monostadijalnoj strukturi).

Sat usvajanja vještina i mogućnosti (specifično za matematiku)

traži upoznati učenike sa različitim intelektualnim radnim metodama, da se naviknu organizirati i voditi neovisan posao, i praktično primijeniti svoje znanje.

Tri tipa sata koje smo ovdje prikazali imaju otprilike istu opću strukturu, ali njihova razlika je u važnosti njihovih faza- prezentacija sadržaja nasuprot fiksaciji na znanje.

Struktura i vremenski okvir mješovitog/kombiniranog sata:

Faze sata	Trajanje	VR
1. Organizacijski moment	3 min	
2. Provjera prethodno stečenog znanja I vještina/provjera zadaće	10 min	
3. Pripremanje za novu temu	3 min	
4. Najava nove teme I ciljeva sata	3 min	
5. Optimalna prezentacija sadržaja i usmjeravanje ka učenju na različite načine ovisno o prirodi sata, poticanje učenika na rješavanje raznih zadataka – postepeno uvođenje, ovisno o težini zadataka i psihološkim komponentama uključenim u process učenja,raznolike i individualizirane aktivnosti,ovisno o psihološkim posebnostima uzimajući u obzir dob i osobu.	15 min	DA
6. Utvrđivanje znanja kroz ponavljanje,sistematizacija znanja i vještina,kroz primjene uključujući transfer vještina i mogućnosti u kontekstima različitim od onih koji su kreirani tijekom faze usmjerenja i procesa učenja	10 min	DA
7. Osiguravanje da se znanje zadržalo, zadavanje domaće zadaće praćeno objašnjavanjem potrebnim za nastavak učenja i osiguravanje postupaka sa novim znanjima/vještinama u novim uvjetima/novom kontekstu	4 min	
8. Uvažavanje i preporuke	2 min	

VR aplikacije i 3-D filmovi postaju sve atraktivniji i interaktivnost se može koristiti kod prezentiranja novog sadržaja da bi se promatrala i istražila veza između matematičke teorije i stvarnosti koja nas okružuje. Postoje (ili se mogu dizajnirati) interaktivne aplikacije koje se koriste u vremenu kada se koncentriramo na utvrđivanje znanja kroz vježbe i rješavanje problema.

Ostale vrste satova su:

Sat utvrđivanja znanja i razvijanja vještina i mogućnosti:

ciljevi su, određeno, jačanje stečenog znanja i popunjavanja rupa u znanju. Ovaj tip sata postaje učinkovit ako ponovno oblikuje sadržaj oko ideja sa relevantnim kognitivnim vrijednostima, pa učenici mogu povezivati što im onda omogućuje kompleksnije i primjenjivije aplikacije.

Opća struktura i trajanje ove vrsta sata prikazana je u sljedećoj tabeli:

Faza sata	Trajanje	VR
1. Organizacijski moment	3 min	
2. Najava teme, i ciljeva sata uz prezentiranje plana ponavljanja, utvrđenim i dogovorenim sa učenicima na prethodnom satu	5 min	
3. Usmjerenje procesa učenja vođenjem procesa ponavljanja, sistematizacija, produbljivanje znanja i/vještina, uspostavljanje novih veza između njih, prijenos u nove kontekste bazirane na rješavanje različitih zadataka sa postepenim stupnjevima težine, sinteza, individualni ili grupni rad, raznolike i individualizirane aktivnosti	30 min	DA
4. Osiguravanje da se znanje zadržalo, zadavanje domaće zadaće praćeno objašnjavanjem potrebnim za nastavak učenja i osiguravanje postupaka sa novim znanjima/vještinama u novim uvjetima/novom kontekstu	10 min	
5. Uvažavanje i preporuke	2 min	

Sat potvrde i uvažavanja školskih rezultata – cilj mu je uglavnom utvrditi stupanj vježbanja učenika, ali također i zaokružiti njihovo znanje u novim okvirima sa ulogom u budućim putevima učenja.

Opća struktura i trajanje ove vrste sata je kako slijedi:

Faze sata	Trajanje	VR
1. Organizacijski moment	3 min	
2. Najava ciljeva/kompetencija koje će se vrednovati – predložena tema za evaluaciju i kako će se provesti proces vrednovanja, u slučaju velikog sadržaja, tema se utvrđuje i najavljuje unaprijed	5 min	
3. Vrednovanje izvedbe- ovaj korak je u korelaciji sa specifičnostima metode (pisano, usmeno, ili praktično vrednovanje) i alatima vrednovanja- učenici su obaviješteni o ljestvici i /ili kriteriju vrednovanja	30 min	DA
4. Osiguravanje inverzivne veze provjeravajući rezultate direktno/ individualno, naglašavanje tipičnih grešaka popraćeno dodatnim objašnjenjima da bi ih se pobliže razjasnilo	10 min	DA
5. Uvažavanje i preporuke	2 min	

Što se vrednovanja tiče, VR aplikacije mogu se dizajnirati tako da sadržavaju testove sa različitim vrstama objektivnih (a/b pitanja, pitanja višestrukog izbora, sparivanje) i poluobjektivnih (kratki odgovori, ili umetni odgovor).

Među njihovim prednostima je da učenik dobije točan odgovor na licu mjesta, te na taj način trenutno postiže inverzivnu vezu. Druga prednost je mogućnost da se učenički odgovori mogu sačuvati i na taj način postati dostupni nastavnicima u bazi podataka.

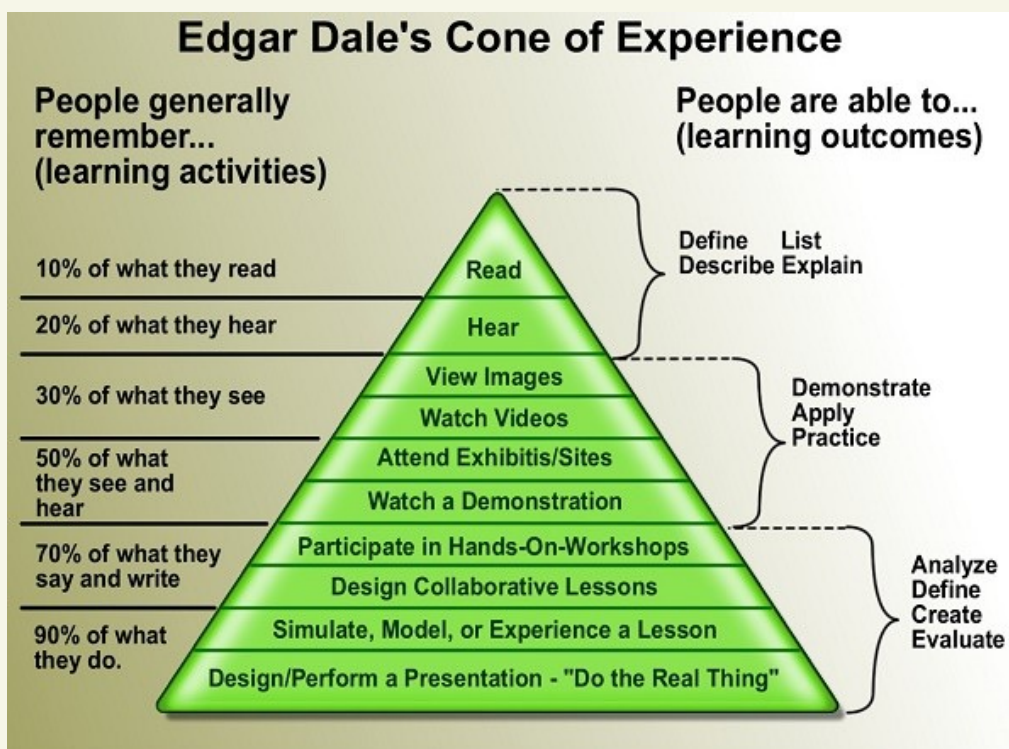
Neki od nedostataka objektivnih/polubjektivnih zadataka je da ne dozvoljavaju evaluaciju kompleksnih ciljeva učenja poput originalnosti i kreativnosti učenika, njihove mogućnosti da organiziraju i integriraju nove ideje, interpretaciju i primjenu informacija koje su sami prikupili.

Kao što je vidljivo, realizacija sata ovisi o različitim varijablama poput prirode sadržaja, ciljevima koje želimo postići, nivoa učeničkog znanja i tipa strategija poučavanja.

PRAKTIČNI VODIČ KAKO INTEGRIRATI OVAKVU NASTAVU I VIRTUALNU STVARNOST U POSTOJEĆE KURIKULUME U DRŽAVAMA PARTNERIMA

UVOD I PREDSTAVLJANJE VIRTUALNE STVARNOSTI U NASTAVI MATEMATIKE

Istraživanje je pokazalo da se sjećamo samo 10% onoga što vidimo, ali 90% onoga što iskusimo (slika 1).



Source: Image 1 <https://www.td.org/Publications/Blogs/Science-of-Learning-blog/2015/03/Debunk-This-People-Remember-10-Percent-of-What-They-Read>

Tehnologija nikada neće zamijeniti učitelja, ali može pomoći u razvijanju učeničkih vještina i kompetencija koje su potrebne za život u 21. stoljeću- komunikacija, kreativnost, kolaboracija (suradnja) i kritičko mišljenje.

Virtualna stvarnost u učenju mijenja dosadne sadržaje i čini ih zanimljivima, tako da se u nastavu uključuju čak i manje aktivni učenici. Kreiranje scenarija za učenje koristeći virtualnu stvarnost omogućava kontrolirano okruženje za učenje, stoga virtualna iskustva kreirana kroz virtualnu stvarnost omogućavaju učenicima da iskuše scenarije bez izlaganja sigurnim rizicima. Stoga, VR tehnologija omogućava nastavnicima da učenicima pokažu kako mogu uživati i sigurno učiti iz vlastitog iskustva.

Virtualna stvarnost učenicima pruža mogućnost da rade greške i da iz njih uče bez posljedica, dajući im šansu da pokušaju opet i postignu uspjeh- da vježbaju i utvrđuju.

Prije nego učenici prvi puta isprobaju VR tehnologiju u učionici, preporuča se uzeti malo vremena da se razjasni ta upotreba, opiše iskustvo i da ih se pita za njihova očekivanja. Odgovornost nastavnika je da stvori pravu atmosferu u razredu i postavi ciljeve koji se trebaju ostvariti.

Nakon prvog iskustva učenika sa VR-om, nastavnik treba raspraviti s njima o njihovom iskustvu, pitati ih što su vidjeli, kako su se osjećali, o njihovim utiscima i ishodima.

Korištenje virtualne stvarnosti u razredu učenicima će vjerojatno biti veselo i uzbudljivo. Može utjecati na učeničku percepciju učenja. Stoga nastavnik mora postaviti čvrsta pravila i dati detaljne upute za učenje u virtualnom okruženju, te učenici moraju biti svjesni pravila ponašanja.

Nastavnik mora naglasiti važnost dobre komunikacije između samih učenika, isto kao i komunikacije između učenika i nastavnika tijekom uporabe VR-a.

AKO	ONDA
Nastavnik govori	Prestani s radom, skini naočale i pažljivo slušaj upute
Je tvoj red za korištenje VR naočala	Pažljivo ih stavi i započni s radom
Je red na tvog kolegu	Predaj mu naočale i pripazi na sigurnost
Imaš problema sa naočalama	Pitaj kolegu za pomoć. Ako ti ne zna pomoći, digni ruku i strpljivo pričekaj nastavnika

Kada uvodi temu i koristi VR, nastavnik mora usmjeriti učeničku pažnju na sam sadržaj, tako da im ne promaknu nikakvi detalji koji su važni za učenje. Tinejdžeri su skloni emocionalnom doživljavanju i lako se mogu zanijeti kada koriste VR. Zato nastavnik mora naglasiti važnost ishoda i u stvarnom, i u virtualnom svijetu. Bez ozbiljnog fokusiranja, učenici bi mogli propustiti neke od detalja koji su važni za njihovo iskustvo učenja u VR-u.

Pravila i sigurnosne mjere pri uporabi VR-a u razredu

Da bi se postigla maksimalna efikasnost sata na kojem se koristi nova tehnologija, ključno je unaprijed definirati metode rada i pravila ponašanja u učionici i izvan nje. Prije primjene same tehnologije, učenici moraju biti upoznati sa mjerama opreza, koje se mogu sažeti u nekoliko točaka. Ometanja koja dolaze izvan učionice gdje se koristi VR, važno je svesti na minimum. Jasna upozorenja na vratima trebala bi spriječiti ljude da ulaze u učionicu i ometaju rad. Također je važno omogućiti učenicima rad u tišini. Kada se koriste VR naočale, nemoguće je vidjeti u kojoj se okolini nalazimo. Stoga, bilo kakva buka ili ometanje moraju biti svedeni na minimum. Sve fizičke zapreke moraju se ukloniti. Pravila ponašanja i komunikacija tijekom rada moraju biti istaknuta na vidljivom mjestu.

- Pažljivo slušati nastavnika
- Ukloniti fizičke zapreke prije korištenja VR-a
- Uvijek raditi u paru- nikada sami
- Održavati uređaj čistim

Vrednovanje i evaluacija: Kako bi nastavnik mogao raspravljati o ovom inovativnom obrazovnom procesu sa učenicima

Nastavnici mogu koristiti različite tipove i metode vrednovanja da provjere jesu li postignuti ishodi nastavnog sata. Neki predlošci evaluacijskih metoda koje se mogu koristiti prezentirane su ovdje.

1. METODE VREDNOVANJA:

- Analiza mape
- Promatranje učeničke izvedbe prilikom aktivnosti, praktičnog rada i istraživanja
- Usmeno ispitivanje
- Analiza učeničkih izvješća, plakata, umnih mapa i istraživanja
- Evaluacija diskusije u kojoj učenik sudjeluje
- Pismeno ispitivanje

2. EVALUACIJA NASTAVNOG SATA

Evaluacija izjava na skali od 1 do 5, 1- nikako se ne slažem, 5 -u potpunosti se slažem.

1. Način rada na ovom satu mi se sviđa.	1	2	3	4	5
2. Sat je bio zanimljiv.	1	2	3	4	5
3. Jasno mi je što sam trebao naučiti na ovom satu.	1	2	3	4	5
4. Gradivo mi je bilo jasno objašnjeno.	1	2	3	4	5
5. Naučio sam gradivo.	1	2	3	4	5
6. Mislim da sam aktivno sudjelovao na ovom satu.	1	2	3	4	5
7. Na ovom satu bio sam aktivniji nego obično.	1	2	3	4	5
8. Svojom aktivnošću doprinio sam kvaliteti sata.	1	2	3	4	5
9. Bio sam motiviran za rad na ovom satu.	1	2	3	4	5
10. Na satovima više volim koristiti VR.	1	2	3	4	5
11. Navedi dvije stvari koje su ti se svidjele na ovom satu.					
12. Navedi dvije stvari koje ti se nisu svidjele na ovom satu.					

3. EVALUACIJA TIMSKOG RADA

ELEMENTI	DA	DJELOMIČNO	NE
1. Uspješno smo završili zadatak			
2. Svaki član tima dao je svoj maksimalan doprinos.			
3. Svi članovi tima sudjelovali su u završavanju zadatka.			
4. Uvažavali smo međusobna mišljenja.			
5. Ovaj način učenja mi se sviđa.			
6. Mogu objasniti što sam naučio nakon ovog sata.			

LITERATURA

- Buldioski, C., Grimaldi, C., Mitter, S., Titley, G., & Wagner, G. (2002). Training Essentials. T-Kits (Vol. 6). Strasbourg: Council of Europe Publishing. Retrieved from http://youth-partnership-eu.coe.int/youth-partnership/documents/Publications/T_kits/6/tkit6.pdf
- Carver, Rebecca L. (1996). Theory for practice: A framework for thinking about experiential education. *The Journal of Experiential Education*, 19:8-13.
- Carver, Rebecca L. (1998). Experiential education for youth development. *Youth Development Focus*, 4-H Center for Youth Development, University of California, Davis, fall.
- Catterall J., Chapleau R., and Iwanaga J. (1999). Involvement in the arts and human development: General involvement and intensive involvement in music and theatre arts. In E. B. Fiske (ed.) *Champions of Change* (pp. 1-18). Washington, DC: Arts Education Partnership.
- Chisholm, L. (2001). Towards a revitalisation of non-formal learning for a changing Europe. Report of the Council of Europe Youth Directorate Symposium on Non-Formal Education. Strasbourg, 13 - 15 October 2000.
- Dewey, John. (1916). "Democracy and education: an introduction to the philosophy of education." New York: The Macmillan Company.
- Enfield, Richard. (2001). Connections between 4-H and John Dewey's philosophy of education. *Youth Development Focus*, 4-H Center for Youth Development, University of California, Davis, winter.
- Enfield, Richard. (2000). SLO Scientists: Families having fun with Science Clubs. In Braverman, Marc T., Ramona M. Carlos, and Sally M. Stanley, Eds. *Advances in Youth Development Programming: Reviews and Case Studies from the University of California*. Oakland, CA: University of California Agriculture and Natural Resources.
- Gillert, A., Haji-Kella, M., Jesus Cascao Guedes, M. de, Raykova, A., Schachinger, C., & Taylor, M. (2000). *Intercultural Learning. T-Kits (Vol. 4)*. Strasbourg: Council of Europe Publishing. Retrieved from http://youth-partnership-eu.coe.int/youthpartnership/documents/Publications/T_kit5/4/tkit4.pdf
- Johnson C. M. and Memmott J. E. (2006). Examination of relationships between participation in school music programs of differing quality and standardized test results. *Journal of Research in Music Education*, 54, pp. 293-307.
- Russell, Stephen T., and Glen H. Elder, Jr. (1997). "Academic Success in Rural America: Family Background and Community Integration." *Childhood*, 4:169-181.
- Van Horn, Beth E., Constance A. Flanagan, and Joan S. Thomson. (1998). The First Fifty Years of the 4-H Program (Part 1). *Journal of Extension*, 36(3): <http://www.joe.org/joe/1998december/comm2.html>.
- Siurala, Lasse (2008): The variety and differences amongst the concepts of nonformal education. Vilnius, 16.04.2008.
- Walker, Joyce. (1998). "Youth Development Education: Supports and Opportunities for Young People." The Center. University of Minnesota Center for 4-H Youth Development. Winter:10-13.
- Bell, J. T., & Fogler, S. H. (1995). The investigation and application of virtual reality as an educational tool. *Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference*, Anaheim, CA;
- Breuer, J. (2011). *Spielend lernen? Eine Bestandsaufnahme zum (Digital) Game-Based Learning*. Landesanstalt für Medien NRW;
- Clements, D. H., & McMillen, S. (1996). Rethinking Concrete Manipulatives. *Teaching Children Mathematics*, 2(5), pp. 77 and 270-279;
- Dorward, J., & Heal, R. (1999). National Library of Virtual Manipulatives for Elementary and Middle Level Mathematics. *Proceedings of WebNet99 World Conference on the WWW and Internet*, pp. 1510-1512. Honolulu, Hawaii Association for the Advancement of Computing in Education;
- Driscoll, Mark J. (1983). *Research within Reach: Elementary School Mathematics and Reading*. St. Louis: CEMREL;
- Durlach, N., Allen, G., Darken, R., Garnett, R. L., Loomis, J., Templeman, J., & von Wiegand, T. E. (2000). Virtual environments and the enhancement of spatial behavior: Towards a comprehensive research agenda. *Presence - Teleoperators and Virtual Environments*, 9(6), 593-615;
- Fennema, E. H. (1972). Models and mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 19, 635-640. Retrieved 28 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/41188128>
- Hiebert, J., & Wearne, D. (1992). Links between teaching and learning placevalue with understanding in first grade. *Journal for research in Mathematics Education*, 23, 98-122. Retrieved March 28, 2019 from <https://www.jstor.org/stable/749496> ;
- Lesh, R. A. (1979). *Applied Problem Solving in Early Mathematics Learning*. Northwestern University;
- Moyer, P. S., Bolyard, J.J., & Spikell, M.A. (2002). What are virtual manipulatives? *Teaching Children Mathematics*, 8(6), 372-377. Retrieved 21 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/41197834>;
- NCTM, National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA, p. 17;
- Post, T. (1981). The Role of Manipulative Materials in the Learning of Mathematical Concepts. In *Selected Issues in Mathematics Education*. Berkeley, CA: National Society for the Study of Education and National Council of Teachers of Mathematics, McCutchan Publishing Corporation;
- Rizzo, A. A., Buckwalter, J. G., Neumann, U., Kesselman, C., Thiebaut, M., Larson, P., & Van Rooyen, A. (1998). The virtual reality mental rotation spatial skills project. *CyberPsychology and Behavior*, 1(2), 113-120;
- Sourin, A., Lei, W., (2009). Visual immersive haptic mathematics. *Virtual Reality* (2009) 13, pp. 221-234;
- Sowell, Evelyn J. (1989). Effects of Manipulative Materials in Mathematics Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20:498-505. Retrieved March 25, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/749423>;
- Suydam, M. N. (1986). Research Report: Manipulative Materials and Achievement. *Arithmetic Teacher*, 33, pp 10, 32. Retrieved 25 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/41192833> ;
- Suydam, M. N., & Higgins, J. L. (1976). Review and Synthesis of Studies of Activity-Based Approaches to Mathematics Teaching. Final Report. NIE Contract No. 400-75-0063;
- Taxén, G., Naeve, A. (2001). *CyberMath: A System for Exploring Open Issues in VR-based Education*, Center for User Oriented IT Design, Royal Institute of Technology, Stockholm; Winn, W., & Bricken, W. (1992). Designing virtual worlds for use in mathematics education: The example of experiential algebra. *Educational Technology*, 32(12), 12-19. Retrieved 22 March, 2019, from <https://www.jstor.org/stable/44425562>
- <https://www.weareteachers.com/virtual-reality-classroom/>https://www.researchgate.net/publication/325248053_Learning_in_a_virtual_environment_implementation_and_evaluation_of_a_VR_math-gamehttp://www.isj-db.ro/static/files/curriculum/Informatica_TIC/Anexa_2_Tipuri_de_lecii_FINAL.docxhttp://www.isjcs.ro/Definitivat/GHID_DEF_pentru%20site.pdf
- http://dppd.ulbsibiu.ro/ro/cadre_didactice/adriana_nicu/cursuri/Pedagogie%20curs_8_Testul%20docimologic.pdf Sources of sub section 4.3 www.cfeduex.com
- <https://www.virtualiteach.com/single-post/2018/06/04/Maths-in-VR><https://nearpod.com/blog/virtual-reality-math/>
- <http://blog.scientix.eu/2018/05/the-use-of-immersive-virtual-reality-in-the-mathematics-classroom/>
- <https://www.veative.com/deployment/classroom-usage><https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1131313.pdf><https://www.cfeduex.com/setting-a-conducive-atmosphere-in-class-through-vr-learning-etiquette/>
- <https://www.cfeduex.com/emphasizing-the-benefits-of-virtual-reality-in-universities-and-its-students/>
- <https://observatory.tec.mx/edu-trends-augmented-and-virtual-reality/>
- <https://www.pinterest.com/https://loomen.carnet.hr/>
- <https://www.google.com/search?q=confucius+quotes+i+hear+i+forget&tbm=isch&source=univ&client=firefox-b-d&sa=X&ved=2ahUKEWi6g6vhiZbiAhUqtIsKHfQgD64QsAR6BAGJEA&biw=1366&bih=645#imgrc=m18cStENO6xstM>



Erasmus+

Math Reality projekt financiran je sredstvima Europske komisije. Ova publikacija odražava isključivo stajalište autora publikacije i Komisija se ne može smatrati odgovornom prilikom uporabe informacija koje se u njoj nalaze.

Kod projekta: 2018-1-FR01-KA201-048197



**Math
Reality**