



Το Θεώρημα του Θαλή

Ενότητα: Γεωμετρία

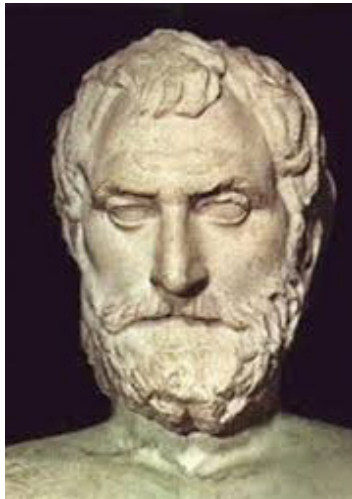
Θέμα: Το Θεώρημα του Θαλή και τα «όμοια τρίγωνα»

Δεξιότητες: Η δυνατότητα κατανόησης του θεωρήματος του Θαλή / η εφαρμογή ενός από τα κριτήρια των ομοίων τριγώνων, βασισμένοι πάνω σε ένα πρόβλημα που αντλήθηκε από την Ιστορία των Μαθηματικών

Υλικά: Δεν χρειάζονται επιπλέον υλικά για την διεξαγωγή αυτής της άσκησης

Επίπεδο: Ηλικία 14-15

Ποιος ήταν ο Θαλής ο Μιλήσιος;



Ο Θαλής ο Μιλήσιος γεννήθηκε το 652 π.Χ. στη Μίλητο στην Ελλάδα. Θεωρείται ο αρχαιότερος προσωκρατικός φιλόσοφος και ο πρώτος από τους επτά σοφούς της αρχαιότητας. Ήταν μαθηματικός, φυσικός, αστρονόμος, μηχανικός, μετεωρολόγος. Ήταν ιδρυτής της Ιωνικής Σχολής της φυσικής φιλοσοφίας στη Μίλητο.

Ο Αριστοτέλης, αλλά και άλλοι αρχαίοι φιλόσοφοι, θεωρούν τον Θαλή ως τον πρώτο Έλληνα φιλόσοφο. Ο Θαλής

ήταν αυτός που κατάφερε να προσεγγίσει και να εξηγήσει φυσικά φαινόμενα με επιστημονική λογική, αρνούμενος να δεχτεί προγενέστερες ερμηνείες των φυσικών φαινομένων, που μέχρι τότε βασιζόνταν αποκλειστικά σε μύθους, θρύλους και θρησκευτικές πεποιθήσεις. Ως εκ τούτου, ο Θαλής ο Μιλήσιος θεωρείται αυτός που πρώτος άνοιξε τον δρόμο για την επιστημονική έρευνα.

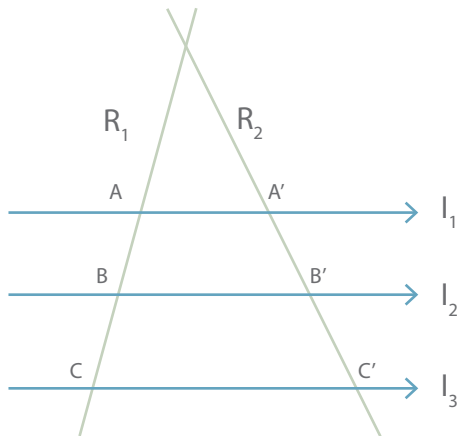
Το θεώρημα του Θαλή

Ο Θαλής ο Μιλήσιος είναι ευρέως γνωστός για τα θεώρηματά του στο πεδίο της γεωμετρίας. Ένα από αυτά είναι το θεώρημα που παρουσιάζεται παρακάτω:

Αν τρεις παράλληλες ίσες γραμμές l_1 , l_2 και l_3 τέμνουν (διασταυρώνουν) δυο άλλες διαφορετικές, συγκεκριμένα τις R_1 και R_2 , τότε παράγουν αναλογικά τμήματα.

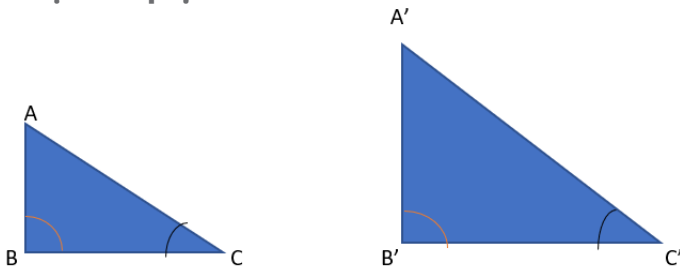
Δηλαδή, εάν $l_1 // l_2 // l_3$ τέμνουν τα R_1 και R_2 , τότε

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



Επιπρόσθετα, η θεωρία των ομοίων τριγώνων είναι άμεσα συνδεδεμένη με το θεώρημα του Θαλή. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν τρία κριτήρια ομοιότητας. Εδώ θα επικεντρωθούμε στο δεύτερο κριτήριο ομοιότητας (που συνήθως το βρίσκουμε ως κριτήριο AA ομοιότητας) το οποίο σχηματίζεται με τον παρακάτω τρόπο:

Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες τους ίσες (μία προς μία), τότε είναι όμοια τρίγωνα



Ας υποθέσουμε ότι η γωνία B από το τρίγωνο ABC είναι ίση με την γωνία B' του A'B'C' και ότι η γωνία C είναι ίση με την C'. Τότε, σύμφωνα με το κριτήριο AA της ομοιότητας που αναφέραμε παραπάνω, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα τρίγωνα ABC και A'B'C' είναι όμοια, ακολουθώντας επομένως την παρακάτω αναλογία:

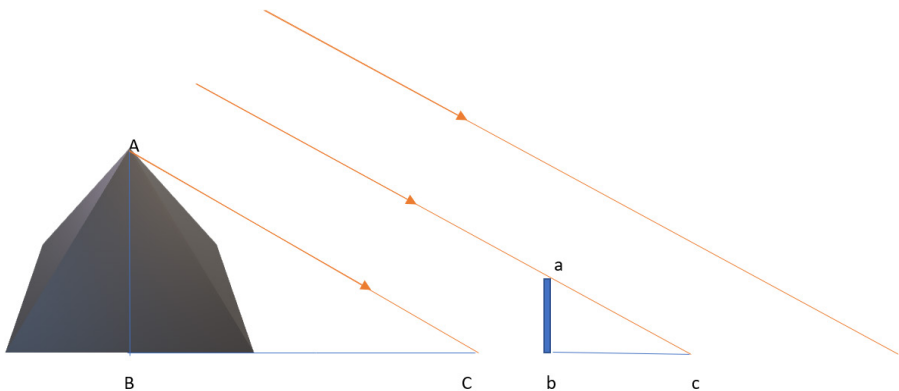
$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'} = \lambda \quad \text{όπου το } \lambda \text{ ονομάζεται "λόγος ομοιότητας"}$$

Δραστηριότητα

Με βάση την ιστορία των μαθηματικών και σύμφωνα με τον Πλούταρχο (τον Δοκιμιογράφο), ο Θαλής ο Μιλήσιος χρησιμοποίησε την θεωρία των ομοίων τριγώνων ώστε να λύσει ένα πρακτικό πρόβλημα που είχε προκύψει στην εποχή του. Εικάζεται ότι μέχρι τότε, κανένας δεν είχε καταφέρει να υπολογίσει το ύψος της πυραμίδας του Χέοπα, εξαιτίας της ιδιαιτερότητας του σχήματος της (είχε χτιστεί πλάγια).

Παρ' όλα αυτά, ο Θαλής κατάφερε να λύσει το πρόβλημα, υπολογίζοντας το μήκος της σκιάς της πυραμίδας, κερδίζοντας έτσι τον θαυμασμό του Αιγύπτιου Βασιλιά, Άμαση.

Η παρακάτω εικόνα δείχνει την λύση του Θαλή:



Μια συγκεκριμένη ώρα της ημέρας, κατά την οποία οι ακτίνες του ηλίου έπεφταν πλάγια στην πυραμίδα, ο Θαλής τοποθέτησε ένα ξυλαράκι παράλληλα με την πυραμίδα, ενώ ταυτόχρονα παρατήρησε την σκιά που δημιουργούσε το ξυλαράκι στο έδαφος. Ακολουθώντας, συνειδητοποίησε ότι το μήκος από το ξυλαράκι (ab), το μήκος της σκιάς από το ξυλαράκι (bc), καθώς και το μήκος της σκιάς της πυραμίδας (BC), ήταν όλα μετρήσιμες ποσότητες. Αναλόγως, κατάφερε να υπολογίσει το ύψος της πυραμίδας εφαρμόζοντας το πρώτο κριτήριο της ισότητας των τριγώνων στα δυο τρίγωνα που σχηματίστηκαν.

Παρατηρήστε την παραπάνω φωτογραφία και δουλέψτε πάνω στις παρακάτω ερωτήσεις:

Ερώτηση 1: Ποια δυο τρίγωνα χρησιμοποίησε για να εφαρμόσει το κριτήριο AA της ομοιότητας τριγώνων; Χρησιμοποιήστε τα γράμματα που δίνονται στην παραπάνω φωτογραφία για να ορίσετε τα τρίγωνα.

Ερώτηση 2: Πως ο Θαλής ο Μιλήσιος απέδειξε ότι μπορούσε να εφαρμόσει το συγκεκριμένο κριτήριο ομοιότητας; Με άλλα λόγια, πως γνώριζε ότι οι προϋποθέσεις του κριτηρίου AA της ομοιότητας πληρούνταν στη συγκεκριμένη περίπτωση;

Ερώτηση 3: Ποια ήταν η αναλογία που διαμόρφωσε ο Θαλής ώστε να υπολογίσει το ύψος της Πυραμίδας του Χέοπα;

Ερώτηση 4: Ας υποθέσουμε ότι το ξυλαράκι είχε μήκος 2 πόδια, η σκιά του είχε μήκος 4 πόδια, ενώ η σκιά της πυραμίδας ήταν 912 πόδια. Εφαρμόζοντας την αναλογία της Ερώτησης 3, υπολογίστε το ύψος της Πυραμίδας του Χέοπα.

Ερώτηση 5: Υπολογίστε τον λόγο ομοιότητας.