

Τα θεωρήματα των ορθογώνιων τριγώνων

Ενότητα: Γεωμετρία

Θέμα: Απεικονίστε «κόβοντας» το ευκλείδειο θεώρημα

Δεξιότητες: Οπτικοποίηση ενός θεωρήματος. Κατανόηση, διαχείριση γεωμετρικών σχημάτων.

Υλικά: Χρωματιστά χαρτόνια, τριγωνικοί χάρακες, ψαλίδια

Επίπεδο: Ηλικία 15/16

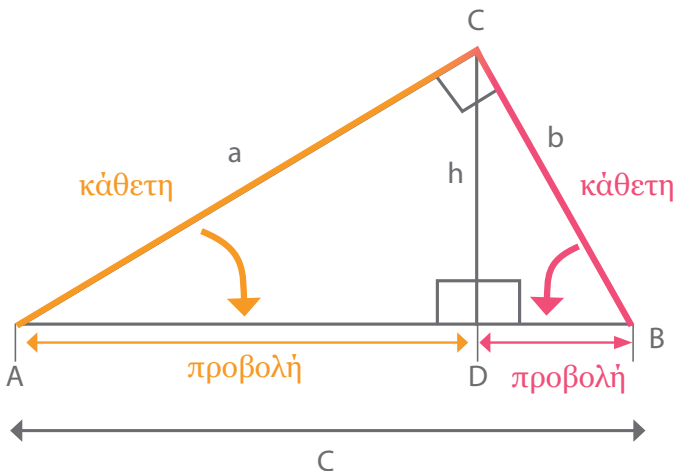
Τα θεωρήματα των ορθογώνιων τριγώνων συσχετίζουν τις κάθετες πλευρές, την υποτείνουσα, το ύψος και τις προβολές ενός ορθογώνιου τριγώνου.

Αυτά τα θεωρήματα αποτελούν δυο μαθηματικούς κανόνες, οι οποίοι ονομάζονται κανόνας των κάθετων πλευρών και κανόνας του ύψους, και ορίζουν τη σχέση μεταξύ διαφορετικών τμημάτων ενός ορθογώνιου τριγώνου. Στην Ιταλία, αυτά τα θεωρήματα είναι γνωστά ως το Πρώτο και Δεύτερο Ευκλείδειο Θεώρημα αντίστοιχα. Μαζί με το Πυθαγόρειο Θεώρημα αποτελούν τη βάση της τριγωνομετρικής γεωμετρίας.

Και τα δυο προκύπτουν από τα Στοιχεία του Ευκλείδη (Πρόταση 8, Βιβλίο VI). Μπορούν να αποδοθούν με δυο διαφορετικούς τρόπους, ανάλογα με το ποια ιδιότητα θέλουμε να τονίσουμε:

1. Με ισοδύναμα σχήματα ή
2. Με τη σχέση μεταξύ του μήκους των πλευρών

Στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση χρησιμοποιούνται συνήθως οι σχέσεις μεταξύ των πλευρών. Αλλά η αναπαράσταση είναι ευκολότερη χρησιμοποιώντας ισοδύναμα σχήματα.



Χρησιμοποιώντας την παράσταση του σχήματος, το Πρώτο Ευκλείδειο Θεώρημα (κανόνας κάθετων πλευρών) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$AC^2 = AB \times AD \text{ για την κάθετη } AC, \text{ και}$$

$$BC^2 = AB \times DB \text{ για την κάθετη } BC$$

Ενώ το Δεύτερο Ευκλείδειο Θεώρημα (ο κανόνας του ύψους) μπορεί να εκφραστεί ως:

$$CD^2 = AD \times DB$$

Τα δύο Ευκλείδεια Θεωρήματα

Μπορείτε να βρείτε την αναπαράσταση της δραστηριότητας στον παρακάτω σύνδεσμο:
<https://www.youtube.com/watch?v=eC5WwbmOuzU&t=44s>

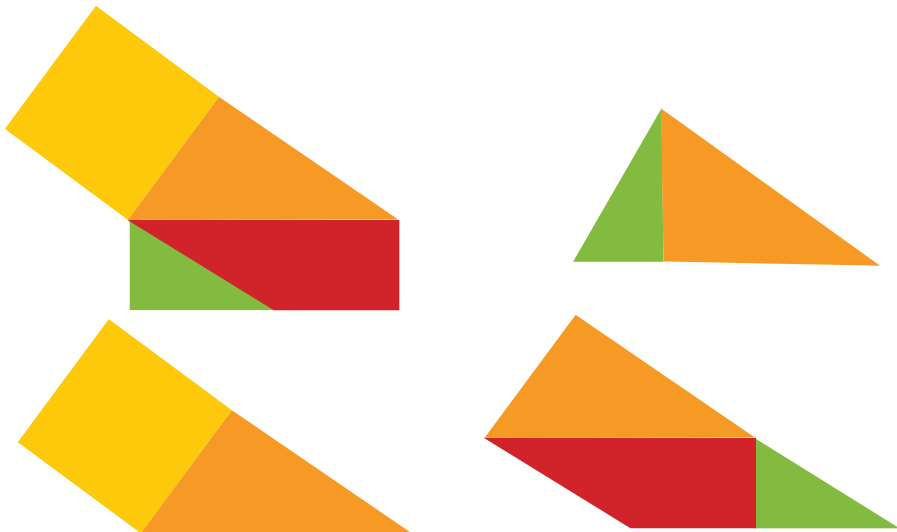
Ετοιμάστε τα βασικά κομμάτια που χρειάζονται για την αναπαράσταση:

- Δυο ορθογώνια τρίγωνα (τα πορτοκαλί σχήματα) με πλευρές ίδιες με το προηγούμενο σχήμα. Θα ονομάσουμε a την κάθετη πλευρά απέναντι από τη γωνία α , b την κάθετη πλευρά απέναντι από τη γωνία β , c την υποτεινούσα, h το ύψος, a' και b' την προβολή των κάθετων πλευρών a και b αντίστοιχα..
- Κόψτε το ίδιο τρίγωνο με παραπάνω, σε δυο μέρη, κατά μήκος του ύψους του (πράσινο τρίγωνο και ανοιχτό μπλε τρίγωνο)
- Ένα τετράγωνο με πλευρά b (το κίτρινο) και ένα τετράγωνο με πλευρά h (το μπλε)
- Ένα ορθογώνιο με πλευρές a' και b' (το κόκκινο)
- Ένα τραπέζιο με βάση $(c - h)$ και c , και ύψος b'



Η αναπαράσταση του Πρώτου Θεωρήματος του Ευκλείδη

Όπως μπορείτε να δείτε στην παρακάτω εικόνα, το κίτρινο τετράγωνο είναι ισοδύναμο με το κόκκινο τραπεζοειδές και το πράσινο τρίγωνο:



Η αναπαράσταση του Δεύτερου Θεωρήματος του Ευκλείδη

Όπως μπορείτε να δείτε στην παρακάτω εικόνα, το μπλε τετράγωνο είναι ισοδύναμο με το κόκκινο παραλληλόγραμμο.

