



Σύστημα γραμμικών εξισώσεων

Ενότητα: Άλγεβρα

Θέμα: Σύστημα γραμμικών εξισώσεων

Δεξιότητες: Εξάσκηση, μέσω της μεθόδου παιχνιδιοποίησης, πάνω στο πως να επιλύσετε ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης.

Υλικά: Δεν χρειάζονται επιπλέον υλικά για τη διεξαγωγή αυτής της άσκησης

Επίπεδο: 13-15 (Β' και Γ' Γυμνασίου)

Στα μαθηματικά, ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων αποτελείται από δύο ή περισσότερες γραμμικές εξισώσεις που εμπεριέχουν τον ίδιο αριθμό μεταβλητών. Η επίλυση μιας γραμμικής εξίσωσης είναι μια ομάδα τιμών που επαληθεύει όλες τις εξισώσεις του συστήματος ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, για το παρακάτω γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο μεταβλητές x και y :

$$x + 2y = 7$$

$$x - y = 1$$

Η λύση δίνεται με το αποτέλεσμα $x=3$ και $y=2$, δεδομένου ότι αυτή η απόδοση τιμής επαληθεύει ταυτόχρονα και τις δυο εξισώσεις.

Το ίδιο ισχύει και για ένα γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις μεταβλητές, x , y , z , λοπως το παρακάτω:

$$x + 2y + z = 9$$

$$x - y - 2z = -3$$

$$x + y + z = 6$$

Στο οποίο το $x=2$, $y=3$ και $z=1$ ή το $(x,y,z)=(2,3,1)$ αποτελούν τη λύση του γραμμικού συστήματος.

Σε αυτό το εργαλείο, θα επικεντρωθούμε στη μέθοδο της αντικατάστασης ως μέθοδο επίλυσης του γραμμικού συστήματος των εξισώσεων. Θα προσπαθήσουμε να επεξηγήσουμε τη μέθοδο μέσω του παρακάτω παραδείγματος, ενός γραμμικού συστήματος που περιλαμβάνει 2 εξισώσεις και 2 μεταβλητές:

$$2x + 3y = 8$$

$$4x - 5y = -6$$

Ως πρώτο βήμα, επιλύουμε μια από τις δυο εξισώσεις για το x σε σχέση με το y , ή για το y σε σχέση με το x . Σε αυτή την περίπτωση, επιλέγουμε να λύσουμε την πρώτη εξίσωση για το x σε σχέση με το y :

$$2x + 3y = 8$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = \frac{(8-3y)}{2}$$

$$x = 4 - \frac{3y}{2}$$

Σε αυτό το στάδιο, αντικαθιστούμε αυτή την έκφραση του x στην άλλη (δεύτερη) εξίσωση του γραμμικού συστήματος. Ως εκ τούτου, η εξίσωση $4x - 5y = -6$ θα πάρει τη μορφή: $4(4 - \frac{3y}{2}) - 5y = -6$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$16 - 11y = -6$$

$$\frac{-11y}{-11} = \frac{-22}{-11}$$

$$y = 2$$

Τώρα αντικαθιστούμε τη μεταβλητή x με το $y=2$ σε οποιαδήποτε εξίσωση του συστήματος που την περιλαμβάνει. Ας χρησιμοποιήσουμε για παράδειγμα με αυτόν τον τρόπο το $y=2$ στην εξίσωση $2x + 3y = 8$:

$$2x + 3 \cdot 2 = 8$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = 2$$

$x = 1$. Επομένως, η λύση είναι $x=1$ και $y=2$ ή $(x,y) = (1,2)$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης που είδαμε παραπάνω, προσπαθήστε να βρείτε μια αριθμητική τιμή για όλα τα αντικείμενα στο σύστημα που ακολουθεί:

$$\text{t-shirt} + \text{t-shirt} + \text{skirt} = \text{butterfly}$$

$$\text{high-heeled shoe} + \text{skirt} + \text{skirt} = \text{butterfly} + \text{beetle}$$

$$\text{t-shirt} + \text{dress} + \text{dress} = \text{ant} + \text{butterfly} + \text{caterpillar}$$

$$\text{t-shirt} + \text{skirt} = \text{ant} + \text{beetle} + \text{caterpillar}$$

$$\text{butterfly} = 10 \text{ caterpillars}$$

$$\text{beetle} = 4 \text{ caterpillars}$$

$$\text{ant} = 2 \text{ caterpillars}$$

$$\text{caterpillar} = 5$$