

## Η ακτίνα του κύκλου μέσα σε ένα τρίγωνο

**Ενότητα:** Γεωμετρία

**Θέμα:** Απεικόνιση της σύνδεσης της ακτίνας ενός κύκλου μέσα σε ένα τρίγωνο, ημι-περίμετρος του τριγώνου και της περιοχής του τριγώνου.

**Δεξιότητες:** Δημιουργήστε γεωμετρικά σχήματα ακολουθώντας τις οδηγίες.

**Υλικά:** χαρτί, μολύβι, ψαλίδι

**Επίπεδο:** Ηλικία 13-14

# Αξιοσημείωτα σημεία σε ένα τρίγωνο

Το περιγεγραμμένο τρίγωνο είναι επίσης γνωστό ως «εγγεγραμμένος κύκλος». Είναι ο μεγαλύτερος κύκλος που μπορεί να χωρέσει μέσα σε ένα τρίγωνο. Η καθεμία από τις πλευρές του τριγώνου εφάπτεται στον κύκλο.

Το έγκεντρο μπορεί να οριστεί ως το σημείο όπου οι εσωτερικές διχοτόμοι του τριγώνου τέμνονται, ως το σημείο που ισαπέχει από τις πλευρές του τριγώνου, ως το σημείο επαφής της διαμέσου και του πιο εσωτερικού σημείου του σκελετού του τριγώνου και ως το κεντρικό σημείο του εγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου.

Μαζί με το βαρύκεντρο, το περίκεντρο και το ορθόκεντρο, είναι ένα από τα τέσσερα κέντρα του τριγώνου που ήταν γνωστά στους αρχαίους Έλληνες και το μοναδικό που σε γενικές γραμμές δεν κατακλίνει στην Ευθεία του Όιλερ.

## **Γιατί ο θάλαμος αποσκευών ενός τουριστικού λεωφορείου βρίσκεται χαμηλά;**

Επεξήγηση: Όσο πιο χαμηλά βρίσκεται το βαρύκεντρο (ή το κέντρο βάρους) ενός συστήματος, τόσο πιο σταθερό θα είναι το σύστημα. Για τον ίδιο λόγο, επιπλέον επιβάτες δεν επιτρέπονται στο πάνω μέρος ενός δώροφου, συνωπισμένου λεωφορείου.

## **Γιατί πιστεύεται πως τα αγωνιστικά αυτοκίνητα κατασκευάζονται χαμηλά και φαρδιά;**

Για τον ίδιο λόγο με παραπάνω, όσο πιο χαμηλό είναι το βαρύκεντρο, τόσο πιο σταθερό θα είναι το σύστημα. Επιπλέον, με χαμηλότερο κέντρο βάρους, ο οδηγός μπορεί να παίρνει τις κλειστές στροφές με

μεγάλη ταχύτητα χωρίς τον κίνδυνο ανατροπής του οχήματος.

Υποθέστε πως εργάζεστε στην πολεοδομία της πόλης και έχετε λάβει κονδύλια από 3 πόλεις, το Δελχί, τη Νόιντα και την Γκουργκάον, ώστε να δημιουργήσετε ένα κέντρο αναψυχής.

Τώρα η ερώτηση είναι σε ποιο μέρος πρέπει να ανοίξετε το κέντρο αναψυχής ώστε να ισαπέχει και από τις 3 πόλεις.

Επεξήγηση: Σημαδέψτε και τις 3 πόλεις στον χάρτη. Ενώστε τα σημάδια ώστε να προκύψει ένα τρίγωνο και βρείτε το περίκεντρο του. Αυτό είναι το σημείο που απέχει εξίσου και από τις 3 πόλεις.

## Η σχέση μεταξύ του άξονα του κύκλου μέσα στο τρίγωνο, της ημιπεριμέτρου του και του εμβαδού του τριγώνου.

Ο κύκλος εγγεγραμμένος σε τρίγωνο, ή αλλιώς το περιγεγραμμένο τρίγωνο, είναι ο μεγαλύτερος κύκλος που μπορεί να χωρέσει σε ένα τρίγωνο. Εφάπτεται στις τρεις πλευρές του τριγώνου.

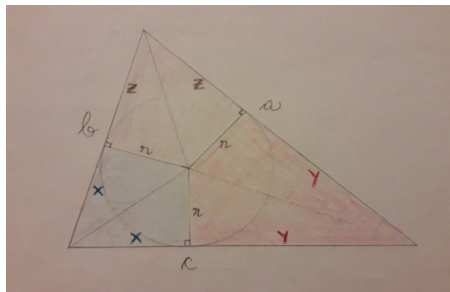
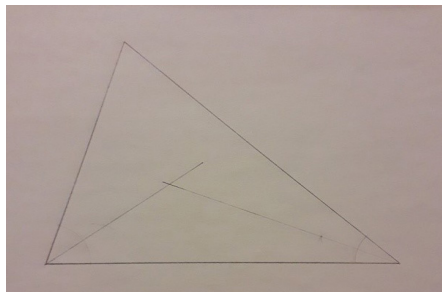
Οι **τρεις διχοτόμες** γωνίες του **τριγώνου** τέμνονται σε ένα συγκριμένο σημείο που ονομάζεται έγκεντρο. Στα *Στοιχεία του Ευκλείδη*, η πρόταση 4 στο βιβλίο IV αποδεικνύει ότι αυτό το σημείο είναι το κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου σε τρίγωνο (που ονομάζεται επίσης περιγεγραμμένο τρίγωνο).

Σε όλα τα τρίγωνα, υπάρχει η εξίσωση:  **$r = S : p$**

Όπου το  $r$  είναι ο άξονας του κύκλου μέσα στο τρίγωνο, το  $S$  είναι το εμβαδόν του τριγώνου και το  $p$  είναι η ημιπερίμετρος του εμβαδού του τριγώνου.

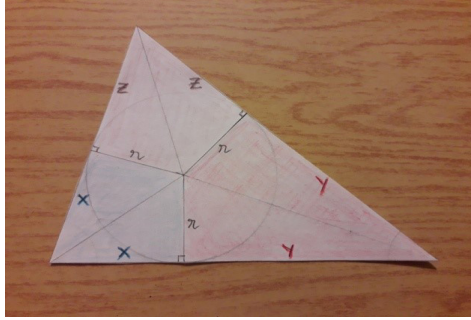
**1** | Πάρτε ένα φύλλο χαρτί και σχεδιάστε ένα τρίγωνο. Σχεδιάστε δύο διχοτόμους, και μετά τον εγγεγραμμένο κύκλο. Από το κέντρο του κύκλου σχεδιάστε τα εφαπτομενικά σημεία.

$$a+b+c=2(x+y+z), \text{ από όπου προκύπτει } p=x+y+z$$



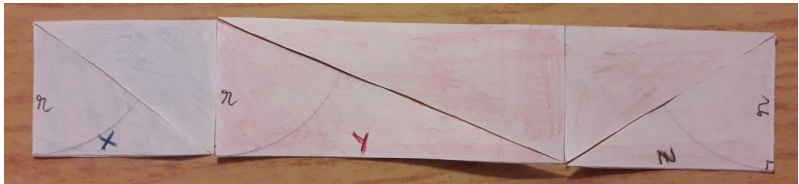
# 2

Κόψτε τα 6 νέα τρίγωνα που σχηματίστηκαν.



# 3

Ανασυντάξτε τα τρίγωνα ώστε να σχηματίσετε ένα παραλληλόγραμμο με τη μία πλευρά μήκους  $r$  και την άλλη πλευρά μήκους  $x+y+z$ .



# 4

Το εμβαδόν του αρχικού τριγώνου είναι ίσο με το εμβαδόν του παραλληλόγραμμου, επομένως,  $S=r(x+y+z)$ ,  $S=rp$ .