

# Ειδικά Γινόμενα

**Ενότητα:** Άλγεβρα

**Θέμα:** Οπτικοποιήστε τις αλγεβρικές αξιοσημείωτες ταυτότητες και ειδικά γινόμενα, κόβοντας μορφές και σχήματα.

**Δεξιότητες:** Σχέδιο, διαχείριση, κατανόηση γεωμετρικών σχημάτων. Ακολουθία οδηγιών

**Υλικά:** Χαρτί, χάρακας, χρωματιστοί μαρκαδόροι, ψαλίδια, πλαστελίνη, μαχαίρι

**Επίπεδο:** Ηλικία 14/15

# Τα Ειδικά Γινόμενα είναι τύποι, οι οποίοι μπορούν να χρησιμεύσουν για την απλοποίηση των υπολογισμών, την επίλυση εξισώσεων κλπ.

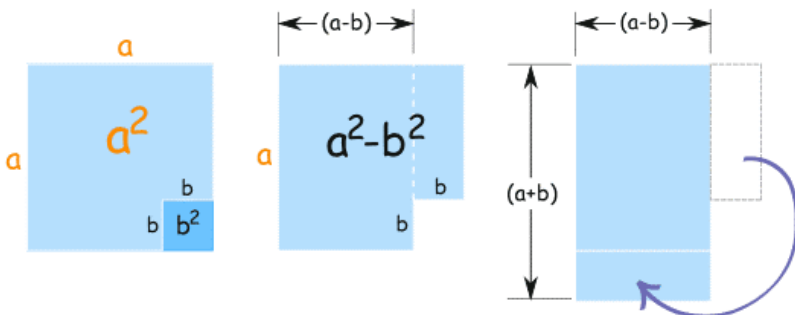
Για παράδειγμα:

- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ .....διαφορά τετραγώνου
- $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$  .....άθροισμα τετραγώνου
- $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$ .....άθροισμα τριωνύμου
- $(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2 b+3ab^2$ .....άθροισμα κύβων
- $(a - b)(a^2 ab + b^2) = a^3 - b^3$  .....διαφορά κύβων

Αυτά τα γινόμενα ονομάζονται ειδικά γιατί είναι πολύ συνηθισμένα και μπορούν να είναι και πολύ χρήσιμα. Όταν κάποιος τα αναγνωρίσει, μπορεί με ευκολία να ελαχιστοποιήσει τους υπολογισμούς. Είναι πολύ σημαντικό να μην ξεχάσετε να υπολογίσετε τους όρους  $2ab$  (διπλό γινόμενο) και  $3a^2b/3ab^2$  (τριπλά γινόμενα).

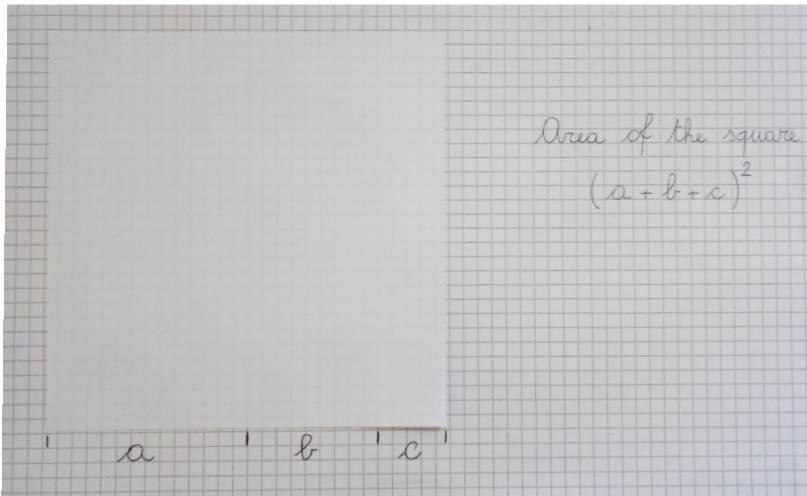
## Διαφορά τετραγώνου

- Σχεδιάστε ένα τετράγωνο με πλευρά  $a$ . Σχεδιάστε στην εσωτερική του γωνία χαμηλά, ένα τετράγωνο με πλευρά  $b$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω πρώτο σχήμα.
- Αποκόψτε το μικρότερο τετράγωνο από το μεγαλύτερο τετράγωνο. Έπειτα, κόψτε το παραλληλόγραμμο στη δεξιά πλευρά του σχήματος, του οποίου οι πλευρές είναι  $b$  και  $(a-b)$ , όπως στο παρακάτω δεύτερο σχήμα.
- Τοποθετήστε το μικρότερο παραλληλόγραμμο κάτω από το μεγαλύτερο παραλληλόγραμμο, όπως στο παρακάτω τρίτο σχήμα.
- Το δεύτερο και τρίτο σχήμα έχουν το ίδιο εμβαδόν. Το πρώτο εμβαδόν είναι  $a^2 - b^2$ , ενώ το δεύτερο εμβαδόν είναι  $(a + b)(a - b)$ .

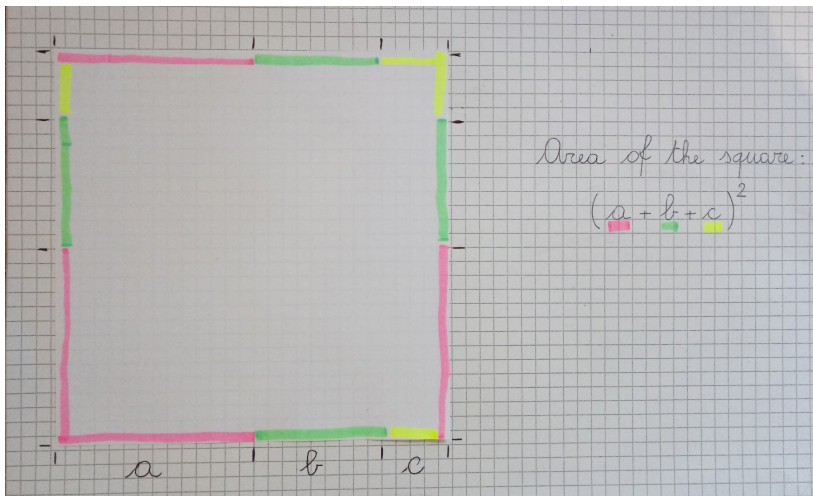


## Τετράγωνο τριωνύμου

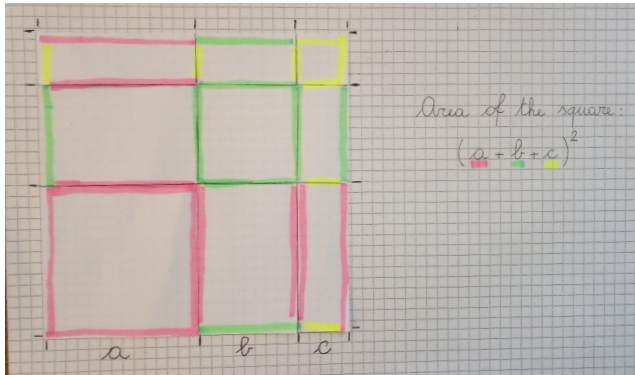
Κόψτε ένα λευκό τετράγωνο και χωρίστε την πλευρά του σε 3 τμήματα  $a$ ,  $b$  και  $c$  (βλ. εικόνα 1)



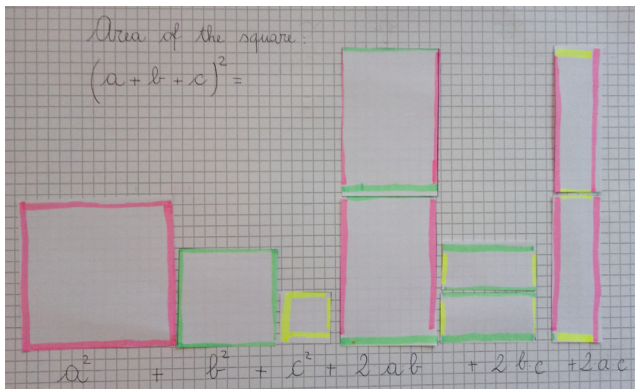
Χωρίστε όλες τις πλευρές του τετραγώνου σε τμήματα  $a$ ,  $b$  και  $c$  και χρωματίστε με διαφορετικά χρώματα (βλ. εικόνα 2)



Χωρίστε το μεγάλο τετράγωνο σε μικρότερα τετράγωνα και ορθογώνια, χρησιμοποιώντας τα χρωματιστά τμήματα (βλ. εικόνα 3)



Κόψτε όλα τα τμήματα του τετραγώνου (τρία μικρότερα τετράγωνα και 3 ζευγάρια διαφορετικών παραλληλόγραμμων) και σημειώστε τα εμβαδά τους. Το σύνολο αυτών των εμβαδών είναι ίσο με το εμβαδόν του λευκού τετράγωνου (βλ. εικόνα 4)



### Τετράγωνο διώνυμου

Η ίδια διαδικασία με το άθροισμα τετραγώνων, αλλά χωρίζοντας την πλευρά του τετραγώνου σε 2 τμήματα a και b.

## Κύβος διώνυμου

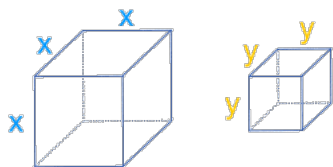
- Ετοιμάστε ένα κύβο φτιαγμένο από πλαστελίνη.
- Χωρίστε την κάθε πλευρά σε 2 τμήματα, κάνοντας μια μικρή εγκοπή.
- Κόψτε τον κύβο σε κομμάτια με ένα μαχαίρι, ακολουθώντας τις εγκοπές.
- Θα προκύψουν δύο κύβοι, τρία όμοια πρίσματα και άλλα τρία όμοια πρίσματα.

Μπορείτε να βρείτε την αναπαράσταση της δραστηριότητας στον παρακάτω σύνδεσμο:

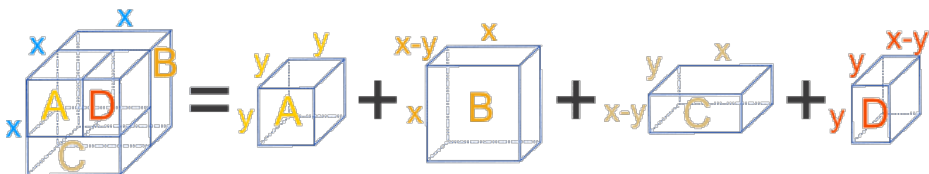
<https://youtu.be/rXoPaRDYNTQ>

## Διαφορά Κύβων

Πάρτε δύο κύβους μήκους  $x$  και  $y$  όπως φαίνεται στην εικόνα παρακάτω:



Ο μεγαλύτερος κύβος « $x$ » μπορεί να χωριστεί σε μικρότερα κουτάκια (κυβοειδή), με το κουτάκι A να είναι κύβος μεγέθους « $y$ », όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



οι όγκοι αυτών των κουτιών είναι:

- $A = y^3$
- $B = x^2(x - y)$
- $C = xy(x - y)$
- $D = y^2(x - y)$

Αλλά αθροιστικά, A, B, C και D δημιουργούν τον μεγαλύτερο κύβο που έχει μέγεθος  $x^3$ :

$$x^3 = y^3 + x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$