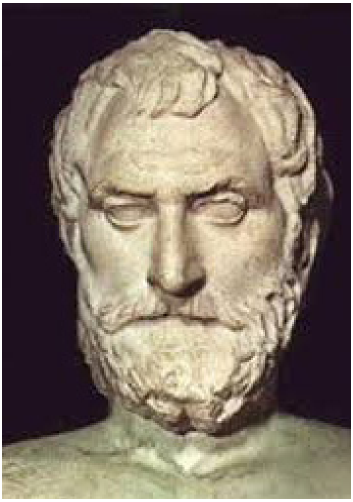
13

Le théorème de Thalès

Notion : Géométrie
Thème : Théorème de Thalès et « triangles semblables »
Compétences : Être capable de : comprendre le théorème de Thalès / appliquer l'une des propriétés des triangles semblables basées sur un problème qui vient de l'histoire des mathématiques
Matériel : Aucun matériel supplémentaire n'est nécessaire
Niveau : Cycle 4

Math Reality

Qui était Thales de Miletus?



Thalès de Milet est né environ en 640 avant notre ère à Milet, Grèce. Il est considéré comme le premier philosophe présocratique, le premier des sept sages de l'Antiquité. Il était mathématicien, physicien, astronome, ingénieur, météorologue. Il a été le fondateur de l'école Ionienne, école de pensées à Milet. Aristote, et d'autres philosophes anciens, considéraient Thalès comme le premier philosophe grec ; Thalès était celui qui abordait et expliquait les phénomènes naturels grâce à la science logique, refusant d'accepter les interprétations antérieures des phénomènes, qui jusque-là reposaient uniquement sur des mythes, légendes et croyances religieuses.
Par conséquent, Thales de Milet a été considéré comme celui qui a ouvert la voie à la recherche scientifique.

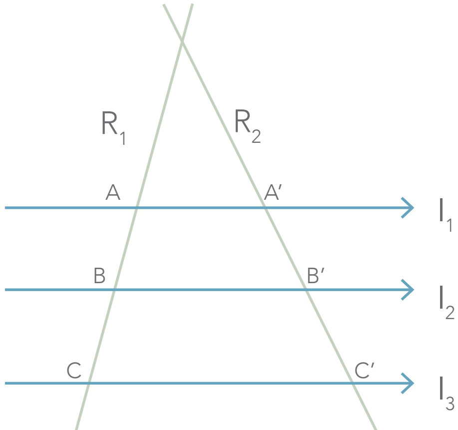
Le théorème de Thalès

Thalès de Milet est largement connu pour des théorèmes dans le domaine de la géométrie qui lui sont attribués. L'un d'eux est le théorème présenté ci-dessous :

Si 3 droites parallèles l_1, l_2 et l_3 coupent deux autres droites R_1 and R_2, alors elles produisent des segments proportionnels tels que :

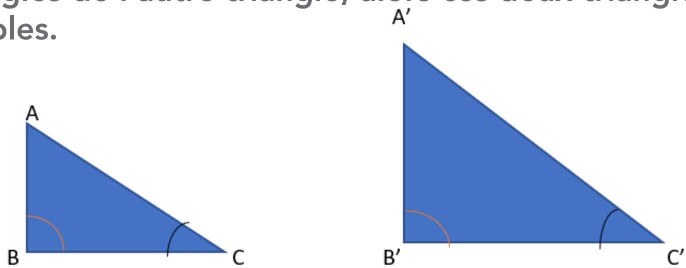
Donc, si $l_1 // l_2 // l_3$ coupent R_1 et R_2, alors

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$



De plus, la caractéristique des triangles semblables est fortement corrélée avec le théorème de Thales. Plus précisément, il existe trois critères de similitude ; nous nous concentrerons ici sur le critère de similitude (aussi appelé critère de similitude AA pour Angle-Angle) qui se retrouve dans la situation suivante :

Si deux angles d'un triangle sont respectivement égaux à deux angles de l'autre triangle, alors ces deux triangles sont semblables.



Supposons que l'angle B du triangle ABC soit égal à l'angle B ' de A'B'C 'et que l'angle C est égal à C'. Selon le critère de similitude donné ci-dessus, nous pouvons conclure que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables, obtenant ainsi les éléments de proportion suivants :

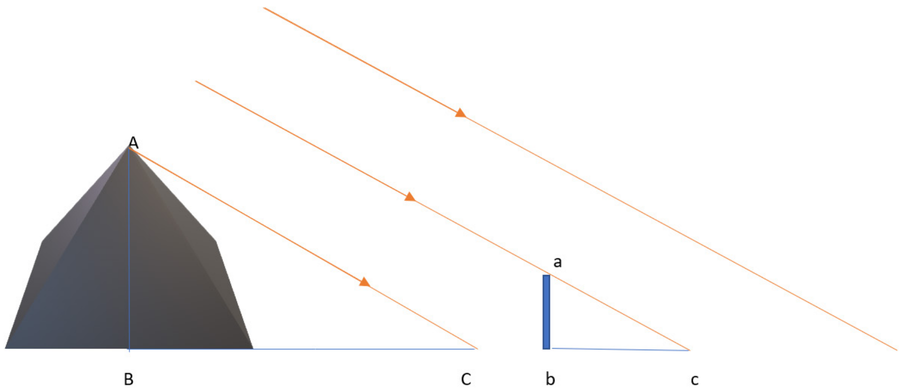
$$\frac{AB}{A'\,B'} = \frac{BC}{B'\,C'} = \frac{AC}{A'\,C'} = \lambda$$ **Où λ est appelé « rapport de similitude »**

Exercice

Basé sur l’histoire des mathématiques et selon Plutarque (essayiste), Thalès de Milet a utilisé la théorie des triangles semblables afin de résoudre un problème pratique. Avant lui, personne n’avait réussi à calculer la hauteur de la pyramide de Khéops, en raison des particularités de sa forme.

Cependant, Thalès a réussi à résoudre ce problème en calculant la longueur de l’ombre de la pyramide, gagnant ainsi l’admiration du roi égyptien, Amasis.

L’image suivante illustre la solution de Thalès :



A un moment particulier de la journée lorsque les rayons du soleil étaient sur le côté de la pyramide, Thalès planta un bâton, parallèle à la pyramide, et observa immédiatement l'ombre du bâton sur le sol. Par la suite, il s'est rendu compte que la longueur du bâton (*ab*), la longueur de l'ombre du bâton (*bc*), ainsi que la longueur de l'ombre de la pyramide (BC) étaient toutes des longueurs facilement mesurables. En conséquence, il réussit à déduire la hauteur de la pyramide en appliquant le premier critère de congruence dans les deux triangles qui avaient été formés.

Observez l'image sur la page précédente et travaillez sur les questions :

Question 1: Quels sont les deux triangles utilisés pour appliquer le critère de similitude AA ? Utilisez les lettres données dans l'image sur la page précédente pour définir les triangles.

Question 2: Comment Thalès a-t-il prouvé qu'il pouvait utiliser ce critère spécifique de similitude ? En d'autres termes, comment savait-il que les conditions préalables énoncées dans le critère de similitude AA étaient valables pour ce cas précis ?

Question 3: Quel est le rapport de similitude utilisé pour estimer la hauteur de la pyramide de Khéops?

Question 4: Supposons que la longueur du bâton soit de 60 centimètres, la longueur de son ombre était de 1,2 mètres, tandis que la longueur de l'ombre de la pyramide mesurait 27,8 mètres. En appliquant la proportion de la **Question 3**, calculez la hauteur de la pyramide de Khéops.

Question 5: Calculez le rapport de similitude.