

Les théorèmes du triangle rectangle

Notion : Géométrie

Thème : Illustration par manipulation du théorème d'Euclide

Compétences : Visualiser un théorème. Réaliser, manipuler des figures géométriques

Matériel : Equerre, feuilles colorées cartonnées, ciseaux

Niveau : Lycée

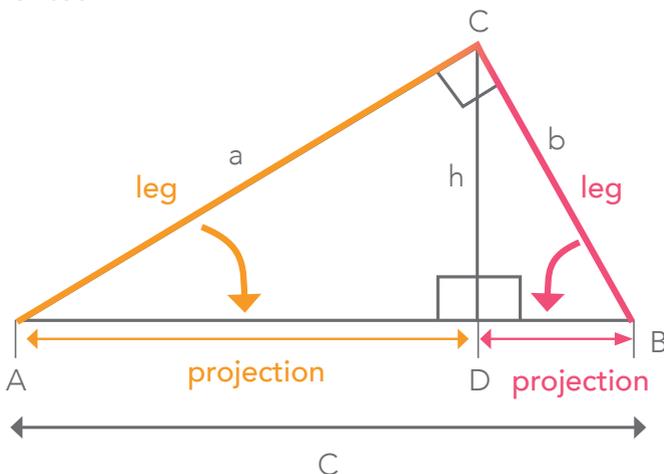
Les théorèmes du triangle rectangle concernant les cathètes (leg en anglais), l'hypoténuse, hauteur et projections d'un triangle à angle droit.

Ces théorèmes sont deux règles mathématiques, appelées théorème des cathètes et théorème de la hauteur, qui définissent la relation entre les différentes parties d'un triangle rectangle. En Italie, ces théorèmes sont connus respectivement sous le nom de premier et second théorème d'Euclide. Avec le Théorème de Pythagore, ils sont la base de la géométrie concernant les triangles. Tous deux peuvent être dérivés des *Éléments* d'Euclide (proposition 8, livre VI).

Ils peuvent être énoncés de deux manières différentes selon la propriété que l'on veut mettre en évidence :

1. par des figures équivalentes ou
2. par une relation entre les longueurs des segments.

Dans l'enseignement secondaire, elles sont généralement utilisées comme des relations entre segments. Mais la démonstration est beaucoup plus facile en utilisant des figures équivalentes.



En suivant les notations sur la figure précédente, le premier théorème d'Euclide (le théorème des cathètes) peut être exprimé comme ceci :

$$AC^2 = AB \times AD \text{ et}$$

$$BC^2 = AB \times DB$$

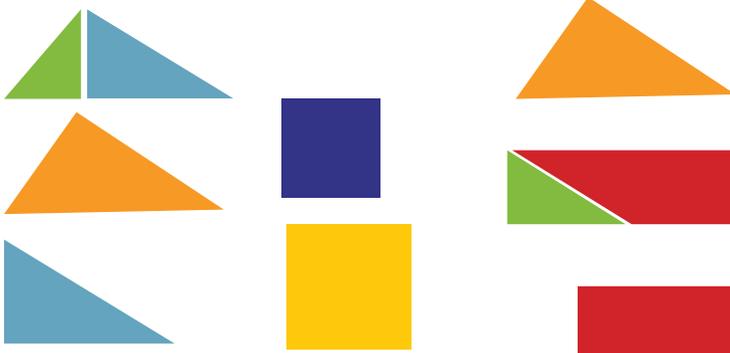
Tandis que le second théorème d'Euclide (théorème de la hauteur) peut être exprimé comme cela : $CD^2 = AD \times DB$

Les deux théorèmes d'Euclide

Vous pouvez trouver une démonstration de cette activité en suivant le lien : <https://www.youtube.com/watch?v=eC5WwbmOu2U&t=44s>

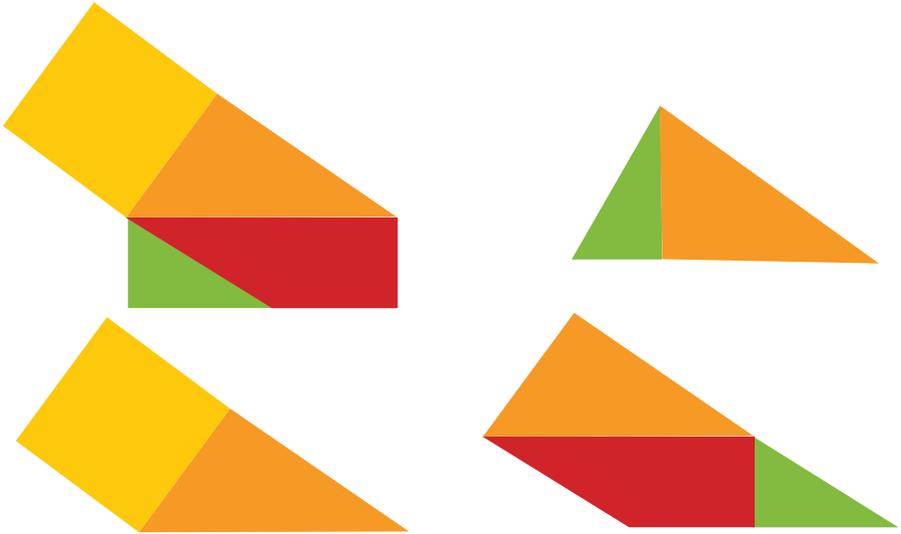
Préparez les pièces de base nécessaires à la démonstration :

- Deux triangles à angle droit (formes orange) dont les côtés sont nommés comme sur la figure précédente
- Même triangle que ci-dessus, coupé en deux parties par sa hauteur (triangles vert et bleu clair)
- Un carré de côté b (jaune) et un carré de côté h (bleu) un rectangle de côtés a' et b' (rouge)
- un trapèze avec des bases $(c - h)$ et c , et une hauteur b' .



Démonstration du Premier théorème d'Euclide

Comme le montre la figure ci-dessous, le carré jaune équivaut au trapèze rouge plus le triangle vert :



Démonstration du Second théorème d'Euclide

Comme le montre la figure ci-dessous, le carré bleu équivaut au rectangle rouge:

