



# Système d'équations linéaires

Notion : Algèbre

Thème : Système d'équations linéaires

Compétences : Entraînement, à travers une méthode gamifiée, à trouver la solution pour un système d'équations linéaires utilisant la méthode de substitution

Matériel : Aucun matériel supplémentaire n'est nécessaire

Niveau : Cycle 4

En mathématiques, un système d'équations linéaires se compose de deux équations linéaires ou plus qui utilisent le même ensemble de variables. La solution d'un système linéaire est une affectation de valeurs qui satisfont toutes les équations du système en même temps. Par exemple, pour le système linéaire suivant de deux équations en deux variables  $x, y$  :

$$x + 2y = 7$$

$$x - y = 1$$

La solution est donnée par l'affectation  $x = 3$  et  $y = 2$ , dans la mesure où une telle attribution de valeurs rend les deux équations valides en même temps.

Il en va de même pour un système linéaire de trois équations à trois variables  $x, y, z$  :

$$x + 2y + z = 9$$

$$x - y - 2z = -3$$

$$x + y + z = 6$$

Dans laquelle  $x = 2, y = 3$  et  $z = 1$  or  $(x,y,z)=(2,3,1)$  est la solution.

Avec l'exercice qui suit, vous allez vous servir de la méthode de substitution comme méthode de résolution d'un système d'équations linéaires. Nous essayerons d'expliquer la méthode à travers l'exemple suivant, un système linéaire qui implique 2 équations avec 2 variables :

$$2x + 3y = 8$$

$$4x - 5y = -6$$

Dans un premier temps, nous pouvons résoudre l'une des deux équations en partant de  $x$  en fonction de  $y$ , ou de  $y$  en fonction de  $x$ . Dans ce cas, nous choisissons de résoudre la première équation avec  $x$  en fonction de  $y$  :

$$2x + 3y = 8$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = \frac{(8-3y)}{2}$$

$$x = 4 - \frac{3y}{2}$$

À ce stade, nous substituons cette expression de  $x$  dans la deuxième équation du système linéaire.

L'équation  $4x - 5y = -6$  prendra la forme de  $4(4 - \frac{3y}{2}) - 5y = -6$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$16 - 11y = -6$$

$$\frac{-11y}{-11} = \frac{-22}{-11}$$

$$y = 2$$

Maintenant, nous substituons  $y = 2$  dans n'importe quelle équation du système qui implique la variable  $x$ . Par exemple, nous substituons  $y = 2$  dans l'équation  $2x + 3y = 8$  :

$$2x + 3 \cdot 2 = 8$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = 2$$

**$x = 1$** . Alors la solution est  **$x = 1$**  et  **$y = 2$**  or  **$(x,y) = (1,2)$**

# Exercice

En utilisant la méthode de substitution présentée ci-dessus, essayez de trouver une valeur arithmétique de tous les éléments contenus dans le système de 8 équations suivant :

$$\text{t-shirt} + \text{t-shirt} + \text{skirt} = \text{butterfly}$$

$$\text{high-heeled shoe} + \text{skirt} + \text{skirt} = \text{butterfly} + \text{beetle}$$

$$\text{t-shirt} + \text{dress} + \text{dress} = \text{beetle} + \text{butterfly} + \text{caterpillar}$$

$$\text{t-shirt} + \text{skirt} = \text{beetle} + \text{beetle} + \text{caterpillar}$$

$$\text{butterfly} = 10 \text{ caterpillars}$$

$$\text{beetle} = 4 \text{ caterpillars}$$

$$\text{beetle} = 2 \text{ caterpillars}$$

$$\text{caterpillar} = 5$$