

Le cercle inscrit dans un triangle

Notion : Géométrie

Thème : Illustration du lien entre le rayon d'un cercle inscrit dans un triangle, le demi-périmètre d'un triangle et l'aire d'un triangle

Compétences : Construire des figures géométriques en suivant des instructions

Matériel : Feuilles, stylo, ciseaux

Niveau : Cycle 4

Points remarquables dans un triangle

Le *cercle inscrit* dans un triangle est le plus grand cercle qui s'inscrit à l'intérieur du triangle. Les trois côtés du triangle sont tangentes au cercle.

Le centre du cercle inscrit dans un triangle peut être défini comme le point où les bissectrices des angles internes du triangle se coupent.

Avec le centroïde, le circumcentre et l'orthocentre, c'est l'un des quatre centres d'un triangle connu des Grecs anciens, et le seul qui ne se trouve pas en général sur la droite d'Euler.

Pourquoi le compartiment à bagages d'un autocar de tourisme est-il situé au-dessous ?

Explication : Plus le centroïde (ou centre de masse) d'un système est bas, plus le système sera stable. Pour la même raison, les passagers supplémentaires ne sont pas autorisés à monter au pont supérieur d'un bus à deux étages bondés.

Pourquoi pensez-vous que les voitures de course sont construites basses et larges ?

Toujours pour la même raison, plus le centre de gravité est bas, plus le système est stable. De plus, avec un centre de gravité plus bas, le conducteur peut aussi

prendre des virages serrés à grande vitesse sans risque de basculer.

Supposons que vous soyez un urbaniste et que vous ayez obtenu des fonds de trois villes pour créer un club de loisirs.

La question est maintenant de savoir à quel endroit vous devez le construire pour qu'il soit à égale distance des trois villes.

Explication : Marquez les trois villes sur la carte. Joignez-les pour obtenir un triangle et trouvez son cercle, car c'est l'endroit qui est équidistant des trois villes..

Lien entre le rayon du cercle inscrit dans le triangle, le demi périmètre et l'aire du triangle.

Le cercle inscrit dans un triangle est le plus grand cercle contenu dans le triangle. Il est tangent aux trois côtés.

Les trois bissectrices des angles d'un triangle se rejoignent en un seul point, appelé centre du cercle inscrit. Dans *les Éléments* d'Euclide, la proposition 4 du livre IV prouve que ce point est le centre du cercle inscrit du triangle.

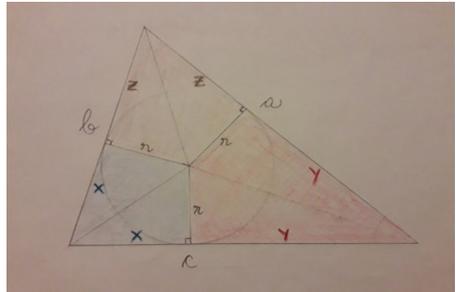
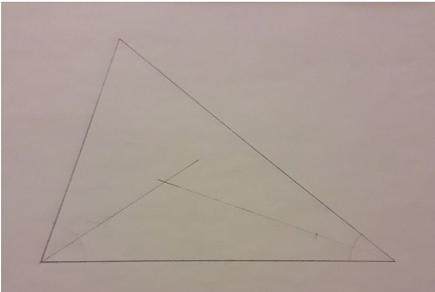
Dans tout triangle, il y a l'égalité : $r = S : p$

Où r est le rayon du cercle à l'intérieur du triangle, S est l'aire du triangle et p est le demi périmètre de l'aire du triangle.

1

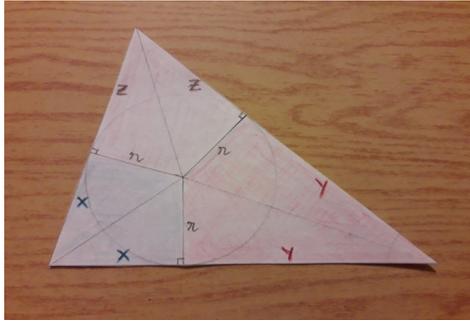
Prenez une feuille de papier et dessinez un triangle. Tracez 2 bissectrices, puis tracez le cercle inscrit dans le triangle. À partir du centre du cercle, tracez les points tangentiels.

$a + b + c = 2(x + y + z)$, et vous obtenez $p = x + y + z$



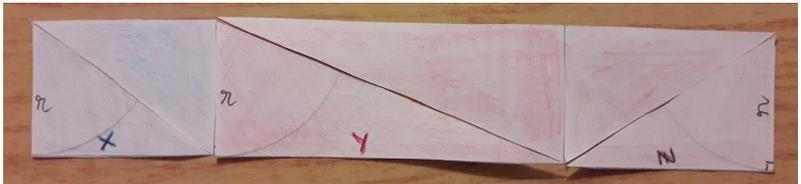
2

Coupez le triangle dans les 6 triangles nouvellement obtenus.



3

Regroupez les triangles afin de former un rectangle avec un côté de longueur r et l'autre de longueur $x + y + z$.



4

L'aire du triangle initial est égale à celle du rectangle, donc $S = r(x + y + z)$, $S = rp$.