

Identités remarquables

Notion : Algèbre

Thème : Visualiser les facteurs des identités remarquables en manipulant

Compétences : Dessiner, manipuler, réaliser des figures géométriques. Appliquer les instructions

Matériel : Papier ; règle ; marqueurs de couleur ; ciseaux ; pâte à modeler ; un couteau

Niveau: Cycle 4 / Lycée

Les identités remarquables : des formules utiles courantes, qui peuvent servir à simplifier les calculs, à résoudre des équations, etc.

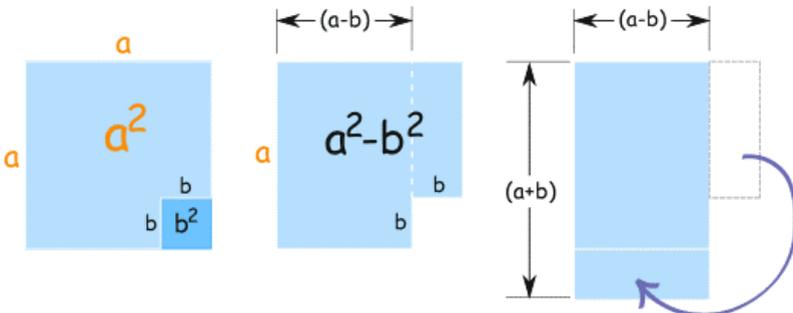
Exemples:

- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$additionner x soustraire
- $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ carré d'un binôme
- $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$carré d'un trinôme
- $(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2 b+3ab^2$cube d'un binôme
- $(a - b)(a^2 ab + b^2) = a^3 - b^3$ différence de deux cubes

Ces produits sont dits «remarquables» car ils sont très courants et ils peuvent également être très utiles. Une fois qu'on les a reconnus, ils peuvent facilement minimiser les calculs. Il est très important de ne pas oublier de calculer les termes $2ab$ (produit double) et $3a^2b / 3ab^2$ (produits triples).

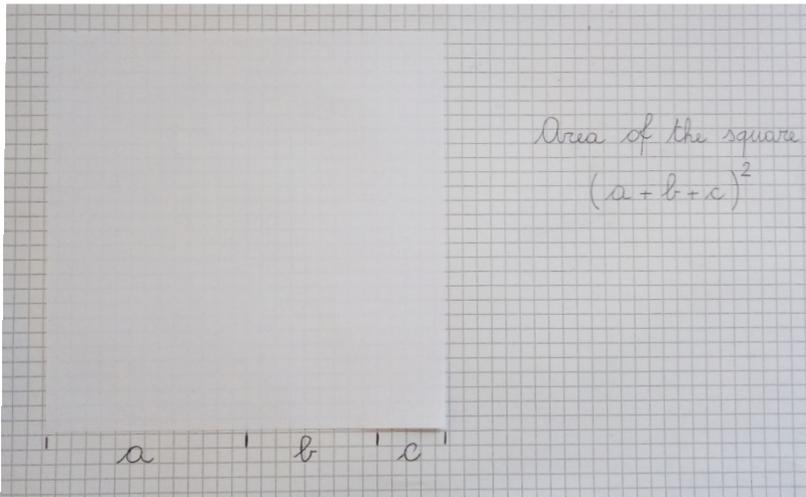
Ajouter x soustraire

- Dessinez un carré de côté a . Dessinez à l'intérieur, dans le coin inférieur, un carré de côté b , comme dans la première figure ci-dessous.
- Découpez le plus petit carré du plus grand carré. Puis découpez le rectangle sur le côté droit de la figure, dont les côtés sont b et $(a - b)$, comme dans la seconde figure ci-dessous.
- Placez le plus petit rectangle sous le plus grand rectangle, comme dans la troisième figure.
- Les deuxième et troisième figure ont la même surface. La première aire est $a^2 - b^2$; la deuxième aire est $(a + b)(a - b)$.

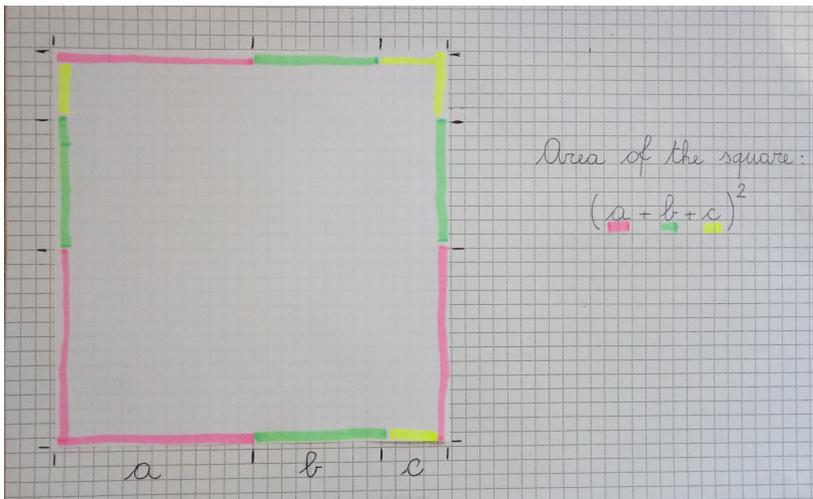


Carré d'un trinôme

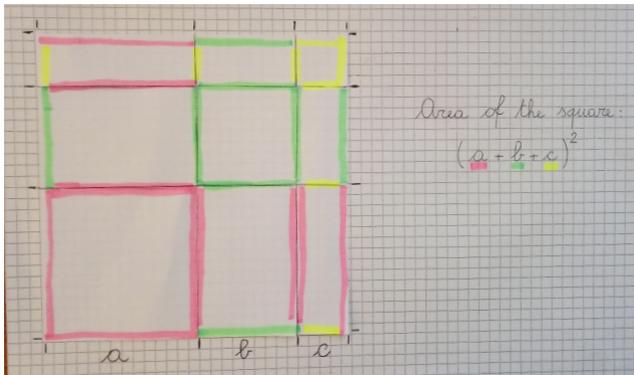
Découpez un carré blanc et divisez son côté en trois parties a, b et c (voir Fig.1).



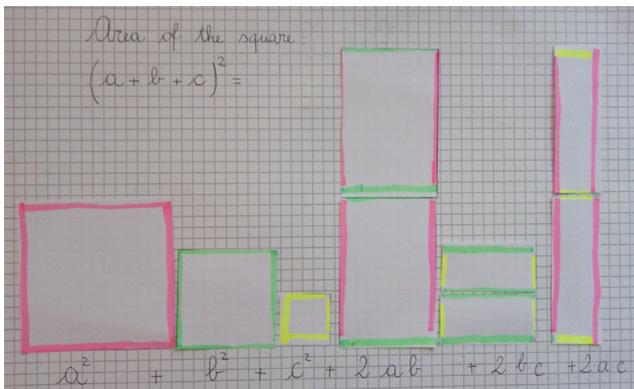
Divisez tous les côtés du carré en parties a, b et c et marquez-les avec différents couleurs (voir Fig.2).



Divisez le grand carré en petits carrés et rectangles, en utilisant les segments colorés sur ses côtés (voir Fig. 3).



Découpez toutes les parties du carré (trois petits carrés et trois couples de rectangles différents) et écrivez leurs aires. La somme de ces aires est égale à l'aire du carré blanc (voir Fig.4).



Carré d'un binôme

Même procédure que le carré d'un trinôme, mais en divisant le côté du carré en deux parties a et b .

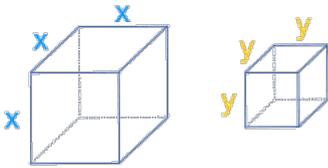
Cube d'un binôme

- Préparez un cube de pâte à modeler.
- Divisez chaque côté en deux parties, en le marquant avec une petite encoche.
- Coupez le cube en tranches avec un couteau en suivant les encoches.
- Vous obtiendrez deux cubes, trois prismes identiques et trois autres prismes identiques.

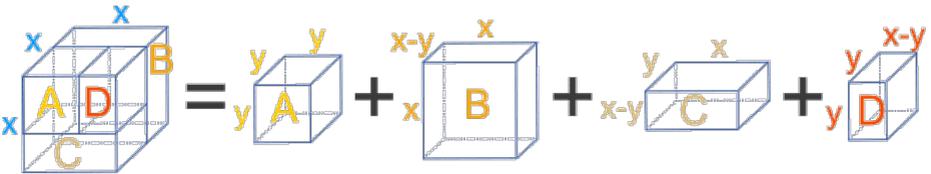
Vous pouvez retrouver la démonstration de l'activité sur le lien suivant : <https://youtu.be/rXoPaRDYNTQ>

Différence de deux cubes

Prenez deux cubes de côtés x et y , comme dans la figure ci-dessous :



Le plus grand cube « x » peut être divisé en quatre boîtes plus petites (cuboïdes), avec la boîte A étant un cube de taille « y », comme dans la figure ci-dessous :



Le volume des boîtes est :

- $A = y^3$
- $B = x^2(x - y)$
- $C = xy(x - y)$
- $D = y^2(x - y)$

Ensemble, A, B, C et D forment le plus gros cube qui a un volume x^3 :

$$x^3 = y^3 + x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$