



Teoremi di Euclide

Argomento: Geometria

Tema: Dimostrare i *teoremi di Euclide* con il taglia e incolla

Abilità: Visualizzare un teorema. Realizzare e combinare figure geometriche

Material: Cartoncino colorato; squadra; forbici

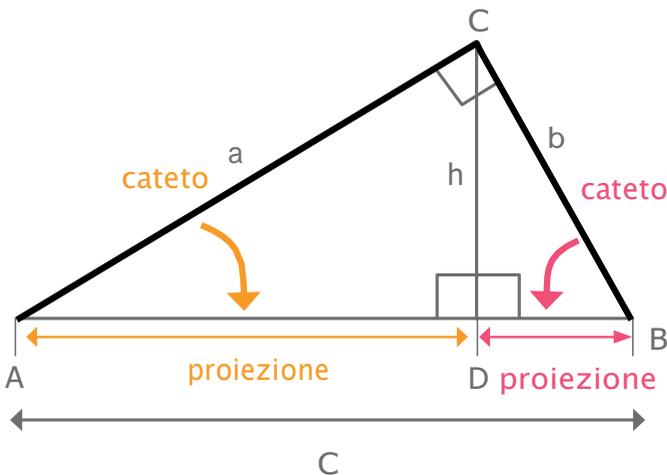
Classe/età: 15/16 anni

I teoremi sui triangoli rettangoli mettono in relazione cateti, ipotenusa, altezza e proiezioni di un triangolo rettangolo.

Questi teoremi, detti anche Legge del cateto e Legge dell'altezza, mettono in relazione tra loro le parti costitutive di un triangolo rettangolo. In Italia questi teoremi sono noti come *Primo* e *Secondo Teorema di Euclide*; unitamente al *Teorema di Pitagora*, sono la base per la risoluzione di problemi geometrici concernenti i triangoli rettangoli. Entrambi possono essere ricavati dagli *Elementi di Euclide* (Proposizione 8, Libro VI). Possono essere enunciati in due modi diversi, a seconda di quali proprietà si vogliono utilizzare:

1. mediante equivalenza di figure o
2. mediante relazione tra lunghezze di segmenti.

Di solito nella scuola secondaria vengono enunciati come relazioni tra lunghezze di segmenti; tuttavia la dimostrazione risulta molto più semplice usando figure equivalenti.



Seguendo la nomenclatura indicata nella figura precedente, il primo *Teorema di Euclide* può essere espresso da:

$$AC^2 = AB \times AD \text{ per il cateto } AC, \text{ e}$$

$$BC^2 = AB \times DB \text{ per il cateto } BC$$

Mentre il secondo *Teorema di Euclide* può essere espresso da:

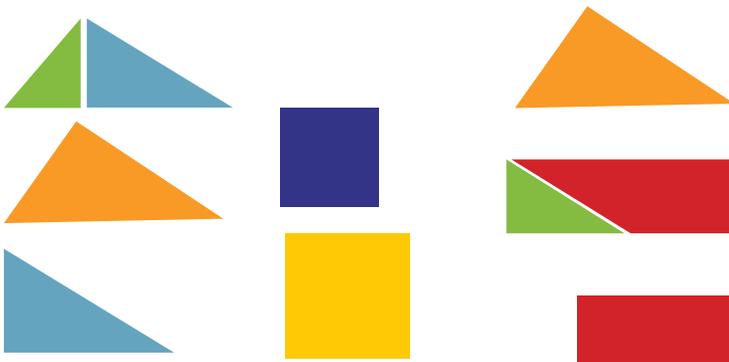
$$CD^2 = AD \times DB$$

I due *Teoremi di Euclide*

Una dimostrazione di questa attività è disponibile al seguente link:
<https://www.youtube.com/watch?v=eC5WwbmOu2U&t=44s>

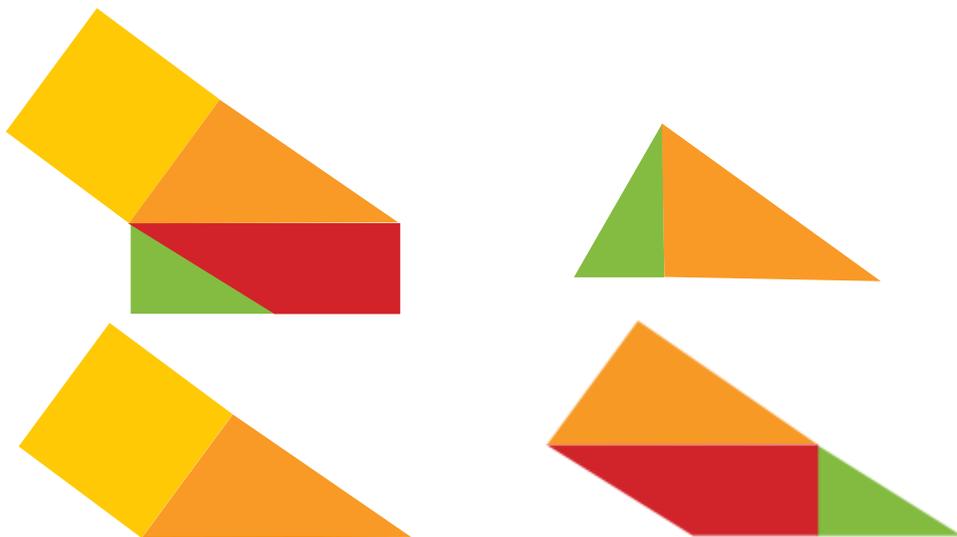
Per la dimostrazione è necessario realizzare le seguenti figure base:

- Due triangoli rettangoli (cartoncino arancione) con la nomenclatura indicata nella figura precedente. Chiameremo a il cateto opposto all'angolo α ; b il cateto opposto all'angolo β ; c l'ipotenusa; h l'altezza; a' e b' le proiezioni rispettivamente del cateto a e del cateto b sull'ipotenusa.
- Un triangolo identico ai precedenti, ma diviso in due parti dalla sua altezza (cartoncini verde e celeste)
- Un quadrato di lato b (cartoncino giallo) e un quadrato di lato h (cartoncino blu)
- Un rettangolo di lati a' e b' (cartoncino rosso)
- Un trapezio di basi c e (c – h), ed altezza b' (cartoncino rosso)



Dimostrazione del primo *Teorema d'Euclide*

Come si vede dalla figura sottostante, il quadrato giallo è equivalente al trapezio rosso più il triangolo verde:



Dimostrazione del secondo *Teorema d'Euclide*

Come si vede dalla figura sottostante, il quadrato blu è equivalente al rettangolo rosso

