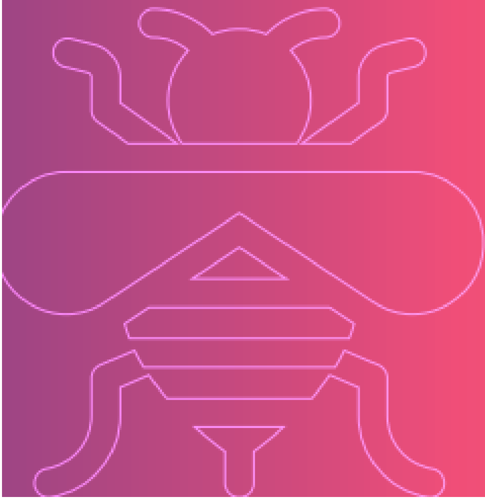
14



Sistemi di equazioni lineari

Argomento: Algebra
Tema: Sistemi di equazioni lineari
Abilità: Imparare a risolvere, attraverso giochi di tipo enigmistico, un sistema di equazioni lineari con il metodo di sostituzione
Materiale: Non è richiesto alcun materiale specifico
Classe/età: 13-15 anni (secondo e terzo anno di scuola superiore)

In matematica, un sistema di equazioni lineari è composto da due o più equazioni lineari che utilizzano lo stesso insieme di variabili. La soluzione di un sistema lineare è un'assegnazione di valori che soddisfano tutte le equazioni del sistema contemporaneamente. Ad esempio, per il seguente sistema lineare di due equazioni in due variabili x, y:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

La soluzione è data dai valori x = 3 e y = 2, in quanto tali valori rendono entrambe le equazioni valide contemporaneamente.

Lo stesso vale per un sistema lineare di tre equazioni in tre incognite x, y, z, come il seguente:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ x - y - 2z = -3 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

Per il quale x = 2, y = 3 e z=1 o anche (x, y, z) = (2, 3, 1) rappresenta la soluzione.

All'interno di questa attività, ci concentreremo sul metodo di sostituzione, come metodo per risolvere un sistema lineare di equazioni. Proveremo a spiegare il metodo attraverso il seguente esempio, un sistema lineare che coinvolge 2 equazioni in 2 incognite:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -6 \end{cases}$$

Come primo passo, risolviamo una delle due equazioni ricavando y in funzione di x o viceversa. In questo caso scegliamo di risolvere la prima equazione ricavando x in funzione di y:

$$2x + 3y = 8$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = \frac{8 - 3y}{2}$$

$$x = 4 - \frac{3}{2}y$$

A questo punto, si sostituisce l'espressione trovata per la x, nell'altra equazione del sistema. Quindi l'equazione

$4x - 5y = -6$ diventa $4\left(4 - \frac{3}{2}y\right) - 5y = -6$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$16 - 11y = -6$$

$$\frac{-11y}{-11} = \frac{-22}{-11}$$

$$y = 2$$

Ora si sostituisce y = 2 in una qualsiasi delle due equazioni che formano il sistema. Ad esempio, sostituendo y = 2 nell'equazione 2x + 3*y* = 8:

$$2x + 3 \cdot 2 = 8$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

Quindi la soluzione è x = 1 e y = 2 o (x, y) = **(1,2)**

Esercizio

Utilizzando il metodo di sostituzione precedentemente visto, associare a ciascun elemento del seguente sistema di 8 equazioni, un valore numerico (cioè risolvere il sistema):