

Prodotti notevoli

Argomento: Algebra

Tema: Visualizzare i prodotti notevoli con il taglia e incolla

Abilità: Costruire e manipolare figure geometriche seguendo una serie di istruzioni

Materiale: Carta; righello; evidenziatori; forbici; plastilina; coltello.

Classe/età: 14/15 anni

I prodotti notevoli sono particolari formule, utili per semplificare i calcoli nelle espressioni algebriche.

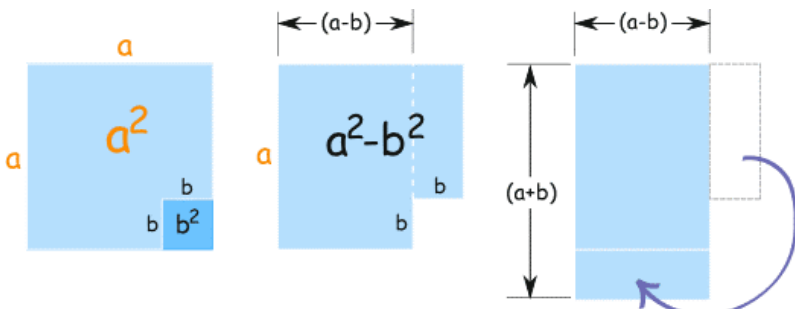
Esempi:

- $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$somma per differenza
 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$quadrato di un binomio
 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$quadrato di un trinomio
 $(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$cubo di un binomio
 $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$differenza di cubi

Sono detti prodotti notevoli perchè si incontrano di frequente, ed il loro utilizzo può essere utile nella semplificazione dei calcoli. Una volta riconosciuto, il prodotto notevole permette di minimizzare i calcoli. Nota: è molto importante non dimenticare il termine $2ab$ (doppio prodotto) e i termini $3a^2b/3ab^2$ (tripli prodotti)

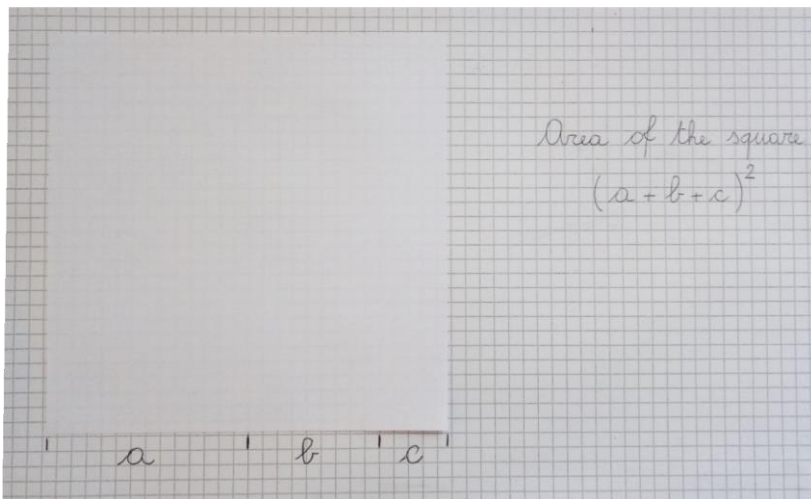
Somma per differenza

- Disegna un quadrato di lato a . Inserisci all'interno, nell'angolo in basso a destra, un quadrato più piccolo, di lato b , come mostrato in figura sotto.
- Ritaglia il quadratino piccolo dal quadrato grande. Quindi dalla figura rimanente ritaglia il rettangolo che si è formato a destra, che ha come lati b e $(a-b)$, come mostrato nella seconda figura sotto.
- Allinea il rettangolo sotto la figura rimanente, come mostrato nella terza figura sotto.
- La seconda e la terza figura sono sovrapponibili, quindi hanno la stessa area. La prima area è $a^2 - b^2$; la seconda area è $(a+b)(a-b)$.

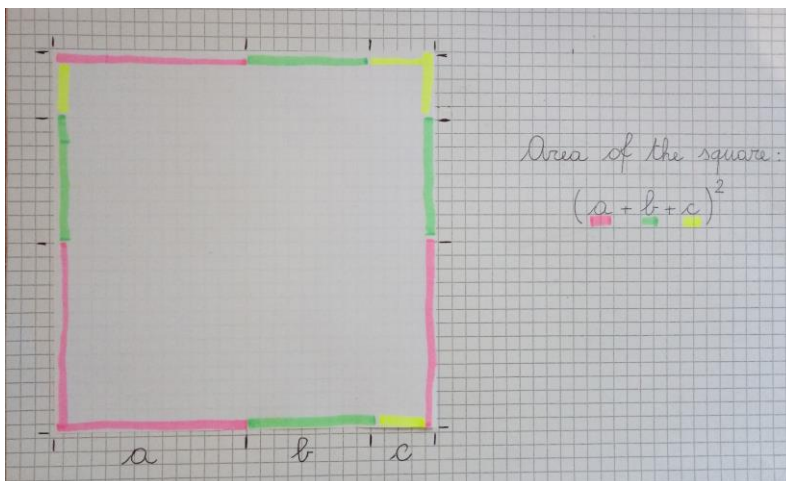


Quadrato di un trinomio

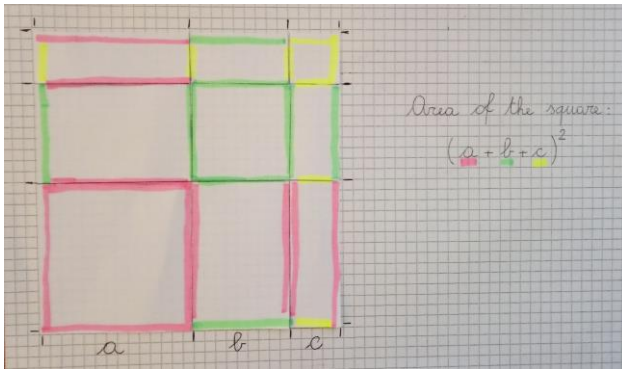
Ritaglia un quadrato di carta e dividi il suo lato in tre parti a , b , c (vedi figura 1)



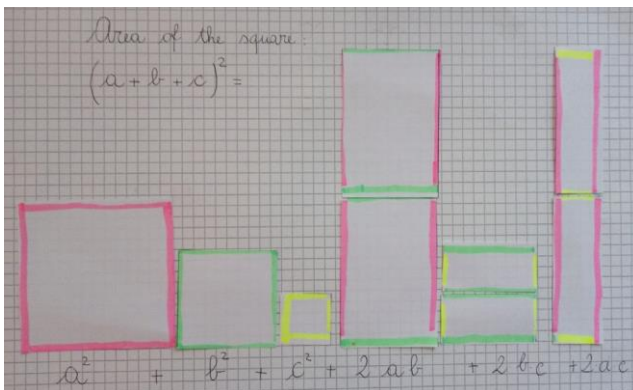
Dividi tutti i lati del quadrato nelle stesse tre parti e colorale in modo differente usando un evidenziatore (vedi figura 22)



Seguendo delle linee parallele ai lati, e partendo dalle suddivisioni fatte precedentemente, dividi il quadrato in quadrati e rettangoli più piccoli (vedi figura 3)



Taglia tutte le figure così ottenute (tre quadrati e tre coppie di rettangoli) e scrivi le loro aree. La somma di tali aree è equivalente all'area del quadrato iniziale (vedi figura 4).



Quadrato di un binomio

Stesso procedimento del quadrato di un trinomio, ma il lato del quadrato bianco deve essere diviso in due sole parti a e b .

Cubo di un binomio

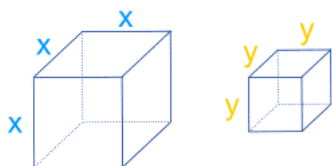
- Prepara un cubetto di plastilina.
- Dividi i lati del cubetto in due parti, che chiameremo a e b , facendo una piccola tacca su ciascun lato.
- Taglia il cubetto in pezzetti utilizzando un coltello, e seguendo le tacchette.
- Otterrai otto solidi: due cubetti, tre prismi identici, ed altri tre prismi identici tra loro ma diversi dai precedenti.

È disponibile una dimostrazione di questa attività al seguente link:

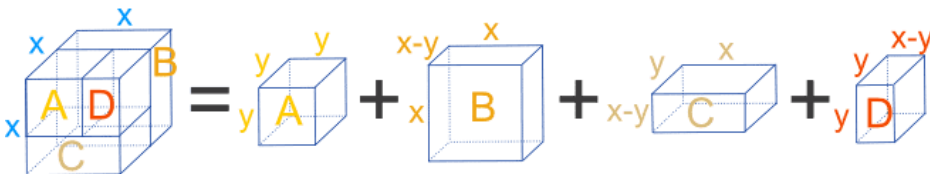
<https://youtu.be/rXoPaRDYNTQ>

Differenza di due cubi

Prendi due cubi di lato rispettivamente x ed y , come in figura sotto:



Il cubo più grande, di lato x , può essere diviso in quattro solidi più piccoli: un cubetto di lato y e tre parallelepipedi come in figura sotto:



il volume di ciascuno dei quattro solidi è:

- $A = y^3$
- $B = x^2(x - y)$
- $C = xy(x - y)$
- $D = y^2(x - y)$

La somma dei quattro solidi A, B, C e D è equivalente al cubo di partenza, che ha lato x e quindi volume x^3 :

$$x^3 = y^3 + x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$