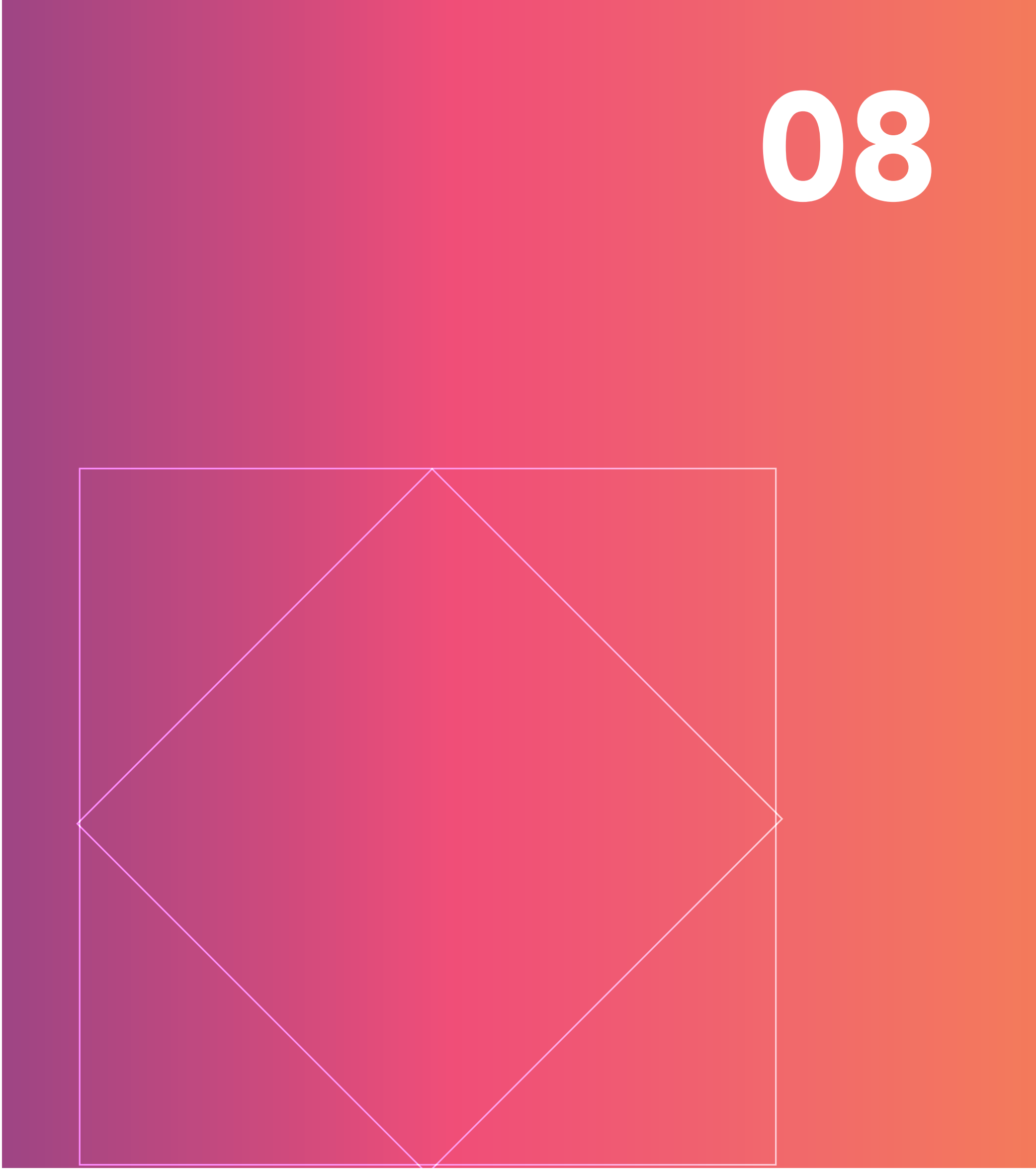


Inegalitatea dintre Media Aritmetică și Media Geometrică

Subiect: Aritmetica
Tema: Ilustrația inegalității dintre media aritmetică și geometrică
Abilități: Construirea figurilor geometrice urmând instrucțiunile
Instrumente: foaie milimetrică, foarfece, liniar
Categorie de vârstă: 14/15 ani

Math Reality

Inegalitatea dintre Media Aritmetică și Media Geometrică

Pentru o interpretare geometrică a inegalității dintre MA și MG, considerăm un dreptunghi cu laturile X si Y de aici perimetrul său este 2x+2y și aria lui este xy. Similar perimetrul unui pătrat de latura √(xy) este 4√(xy) și are aceeași arie ca și a dreptunghiului.

Cel mai simplu caz extraordinar al inegalității dintre MA și MG implică pentru perimetre că $2x + 2y \geq 4\sqrt{xy}$ și numai acel pătrat are cel mai mic perimetru dintre toate dreptunghiurile cu arii egale.

Inegalitatea dintre media aritmetică și geometrică afirmă că media aritmetică a unei liste de numere reale pozitive este mai mare sau egală cu media geometrică a aceeași liste.

O aplicație practică importantă în matematica financiară este să calculezi rata de randament: randamentul anualizat, calculul prin media geometrică este mai scăzut decât randamentul anual mediu, calculat cu media aritmetică (sau egală dacă toate randamentele sunt egale). Acesta este important în analizarea investitorilor, pentru că randamentul mediu supraestimează efectul cumulativ.

Media aritmetică a unei listei de numere n $x_1, x_2, \ldots, x_n$ este suma numerelor împărțită la n:

$$\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Media geometrică este definită ca și rădăcina n a produsului numerelor n pozitive. Pentru un set de numere pozitive n, $x_1, x_2, \ldots, x_n$, media geometrică este definită ca:

$$\sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

Pentru o listă de numere n positive $x_1, x_2, \ldots, x_n$, inegaliatatea MA-MG este scrisă ca:

$$\frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

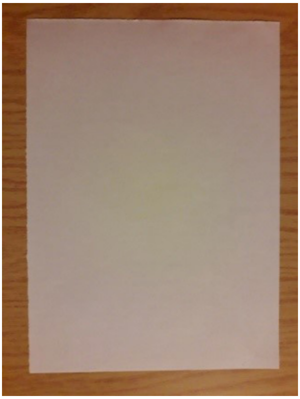
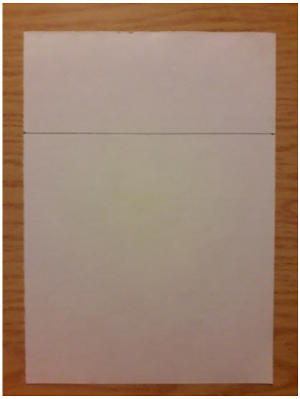
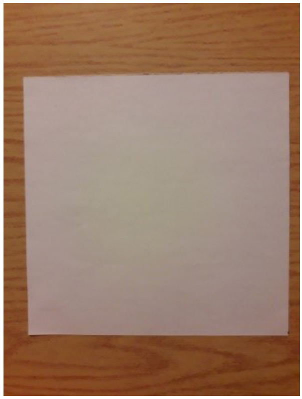
Și egalitatea se întâmplă numai și numai dacă $x_1 = x_2 = \ldots = x_n$.

Cazul pentru două numere pozitive a și b, este afirmația că:

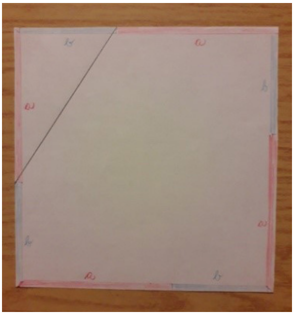
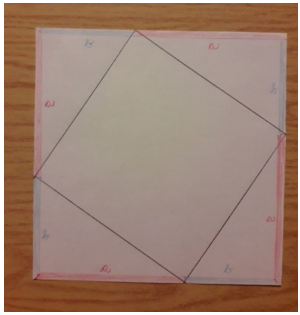
$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

cu egalitate numai și numai dacă $a = b$.

Inegalitatea dintre MA-MG este o inegalitate de bază, folosită pentru a demonstra alte inegalități. Mai jos aveți o demonstrație vizuală.

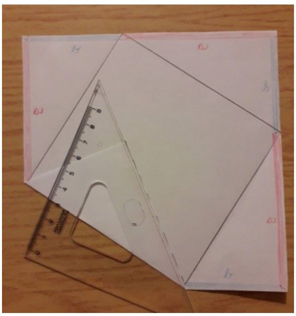
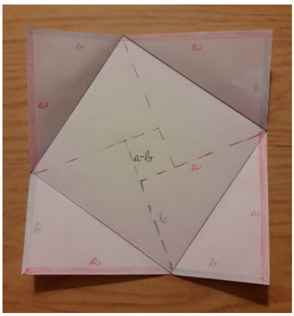
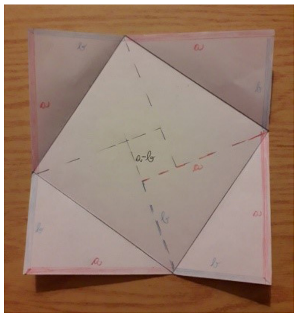




1- Construiți un pătrat din hârtie

2- Împărțiți fiecare parte în două segmente cu lungimile a si b.

3- Desenați o linie dintr-un punct la altul, după cum se vede în imagini.

4 - Pliați hârtia pe o parte

5- Desenați o linie întreruptă de-a lungul laturii mai lungi (a lungimii a din ilustrația noastră)

6 - Aria pătratului cu laturile a + b care este $(a + b)^2$ este mai mare decât aria a 8 triunghiuri dreptunghice cu catetele a și b care este 8 x ab/2. Rezultă egalitatea numai și numai dacă a = b.