

Produse speciale

Subiect : Algebră

Tema : Vizualizați factorii produselor speciale algebrice, prin tăierea formelor și figurilor

Abilități : Desenați, manipulați, realizați figuri geometrice. Urmați instrucțiunile

Instrumente : Hârtie; liniar; marcăre colorate; foarfece; plastelină, cuțit..

Categorie de vârstă: 14/15 ani

Produsele speciale sunt formule utile obișnuite, care pot servi la simplificarea calculelor, rezolvarea ecuațiilor etc.

Exemple:

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$înmulțirea dintre sumă și scădere

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ pătratul unui binom

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$pătratul unui trinom

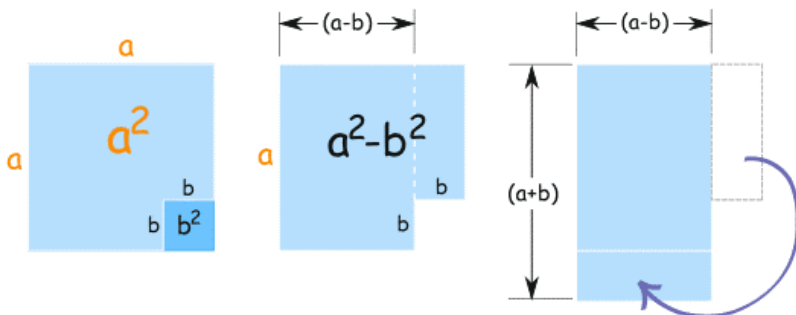
$(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2 b+3ab^2$cubul unui binom

$(a - b)(a^2 ab + b^2) = a^3 - b^3$ diferența dintre două cuburi

Aceste produse sunt numite «speciale» pentru că sunt foarte comune și ele pot să fie și foarte folositoare. Odată ce cineva le-a recunoscut, a putut să minimalizeze ușor calculele. Este foarte important să nu uităm să calculăm termenii $2ab$ (produsul dublu) și $3a^2b/3ab^2$ (produsul triplu).

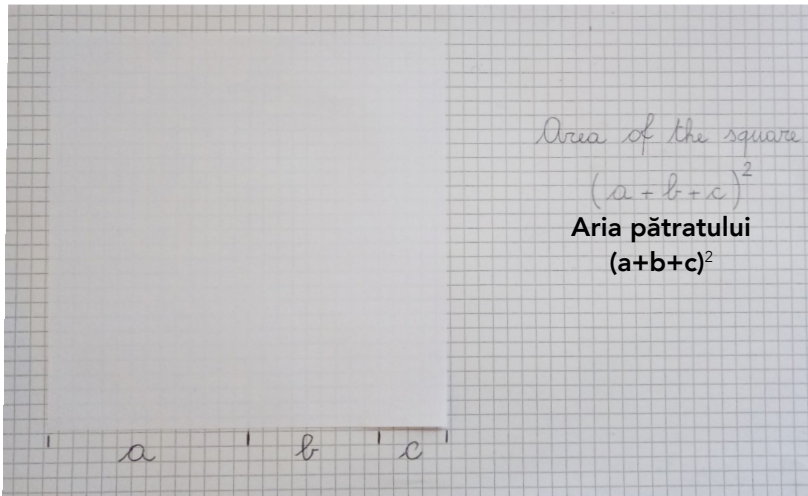
Înmulțirea dintre sumă și scădere

- Desenați un pătrat cu latura a . Desenați în el, în colțul de jos un pătrat cu latura b ca în prima figură de mai jos.
- Tăiați pătratul mic din pătratul mai mare. Apoi tăiați dreptunghiul în partea dreaptă a figurii a cărui laturi sunt b și $(a-b)$, ca în a doua figură de mai jos
- Puneți dreptunghiul mai mic sub dreptunghiul mai mare ca și în a treia figură de mai jos.
- A doua și a treia figură au aceeași arie. Prima arie este $a^2 - b^2$; a doua arie este $(a + b)(a - b)$.

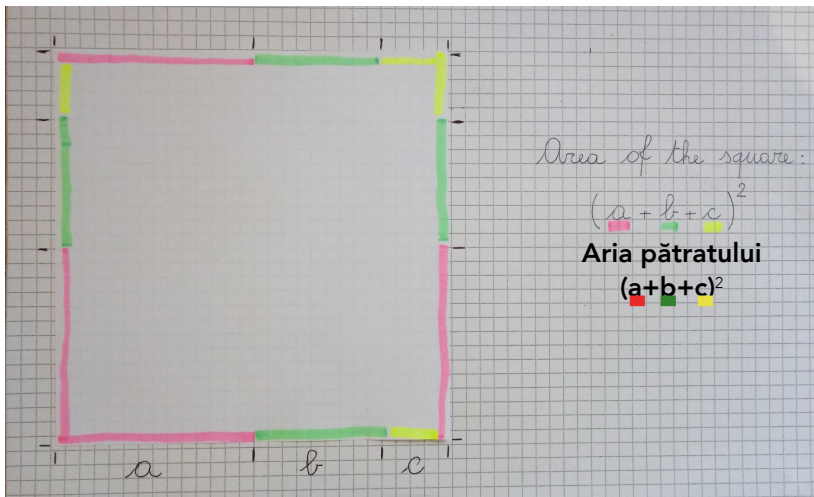


Pătratul unui trinom

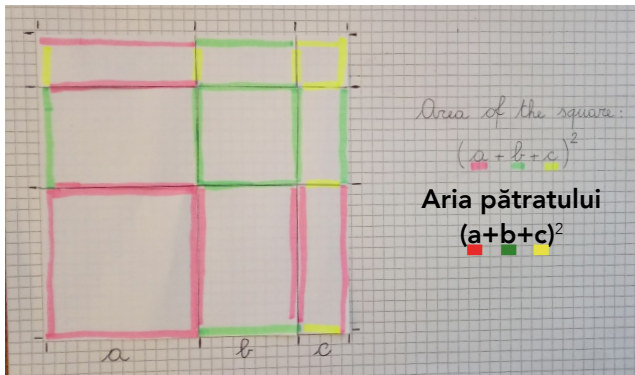
Tăiați un pătrat alb și împărțiți latura în trei părți a, b și c (vedeți Fig.1)



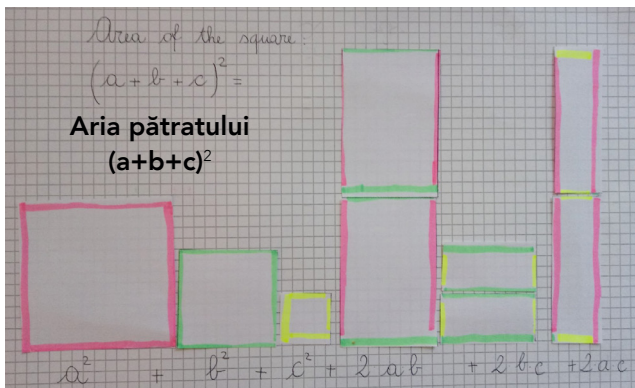
Împărțiți toate laturile pătratului a, b, c și marcați-le cu culori diferite(vedeți Fig.2)



Împărțiți pătratul mare în pătrate mai mici și dreptunghiuri, folosind segmentele colorate ca laturile lui.



Tăiați toate părțile pătratului (2 pătrate mai mici și trei dreptunghiuri diferite) și scrieți ariile lor. Suma acestor arii este egală cu aria pătratului alb (vedeți Fig. 4)



Pătratul unui binom

Aceeași procedură ca pătratul unui binom dar împărțind latura pătratului în două părți a și b.

Cubul unui binom

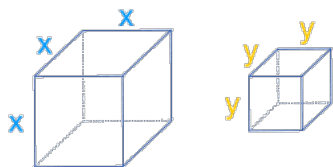
- Pregătiți un cub făcut din plastelină.
- Împărțiți fiecare latură în două părți prin marcarea lui cu o mică tăietură.
- Tăiați cubul în felii cu un cuțit urmând tăieturile marcate.
- Veți obține două cuburi, trei prisme identice și alte trei prisme identice.

Puteți găsi demonstrația activității în următorul link:

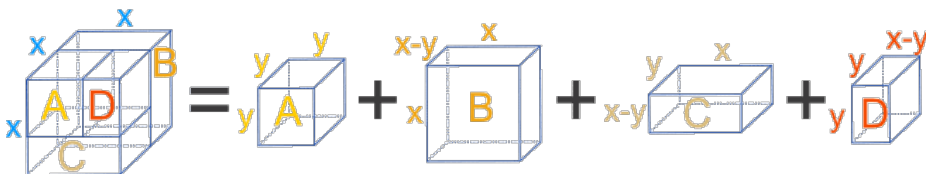
<https://youtu.be/rXoPaRDYNTQ>

Diferența dintre două cuburi

Luați două cuburi de lungimile x și y ca și în figura de mai jos:



Cubul mai mare « x » poate fi împărțit în patru cutii mai mici (cuboide), cu cutia A fiind un cub de latură « y » ca și în figura de mai jos :



Volumele acestor cutii sunt:

- $A = y^3$
- $B = x^2(x - y)$
- $C = xy(x - y)$
- $D = y^2(x - y)$

Împreună A, B, C și D formează cel mai mare cub care are volumul x^3 :

$$x^3 = y^3 + x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$