



Sustav linearnih jednadžbi

Područje : Algebra

Tema: Sustav linearnih jednadžbi

Ishodi: Učenik će igrifikacijom rješavati sustav linearnih jednadžbi metodom supstitucije

Razina : 13-15 godina

U matematici se sustav linearnih jednadžbi sastoji od dvije ili više linearnih jednadžbi koje koriste isti skup varijabli. Riješiti sustav linearnih jednadžbi znači odrediti sve vrijednosti iz skupa varijabli koje zadovoljavaju obje jednadžbe. Npr. za sljedeći linearni sustav, dvije jednadžbe sa dvije varijable x, y :

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

Rješenje se dobije određivanjem $x = 3$ i $y = 2$, dok takvo određivanje čini obje jednadžbe valjanima u isto vrijeme.

Isto vrijedi i za linearni sustav s tri jednadžbe s tri varijable x, y, z , kao npr:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 9 \\ x - y - 2z = -3 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

Gdje je $x = 2, y = 3$ i $z = 1$ ili $(x, y, z) = (2, 3, 1)$ rješenje ovog linearnog sustava.

Fokusirat ćemo se na metodi supstitucije, kao metodi rješavanja sustava linearnih jednadžbi. Pokušat ćemo objasniti metodu kroz sljedeći primjer, linearni sustav koji uključuje dvije linearne jednadžbe s dvije varijable

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - 5y = -6 \end{cases}$$

Kao prvi korak, iz jedne od te dvije jednađbe izrazimo x pomoću y ili obrnuto, y pomoću x . U ovom slučaju odlučili smo iz prve jednađbe izraziti x .

$$2x + 3y = 8$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = \frac{8 - 3y}{2}$$

$$x = 4 - \frac{3y}{2}$$

U sljedećem koraku, u drugu jednađbu umjesto x zapisujemo izraz dobiven u prvom koraku.

Jednađba $4x - 5y = -6$ dobiva oblik $4(4 - \frac{3y}{2}) - 5y = -6$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$16 - 11y = -6$$

$$-11y = -22 \quad /: (-11)$$

$$y = 2$$

Sada ćemo uvrstiti $y = 2$ u bilo koju jednađbu u sustavu koja uključuje varijablu x .

Npr. uvrstimo $y = 2$ u jednađbu $2x + 3y = 8$

$$2x + 3 \cdot 2 = 8$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = 2 \quad /: 2$$

$$x = 1$$

Dakle, rješenje je $x = 1$ i $y = 2$ odnosno, uređeni par $(x, y) = (1, 2)$.

Zadatak

Koristeći metodu supstitucije, pokušajte pronaći vrijednost za sve predmete u sljedećem sustavu od osam jednažbi:

$$\text{t-shirt} + \text{t-shirt} + \text{skirt} = \text{butterfly}$$

$$\text{high-heeled shoe} + \text{skirt} + \text{skirt} = \text{butterfly} + \text{beetle}$$

$$\text{t-shirt} + \text{dress} + \text{dress} = \text{beetle} + \text{butterfly} + \text{caterpillar}$$

$$\text{t-shirt} + \text{skirt} = \text{beetle} + \text{beetle} + \text{caterpillar}$$

$$\text{butterfly} = 10 \text{ caterpillars}$$

$$\text{beetle} = 4 \text{ caterpillars}$$

$$\text{beetle} = 2 \text{ caterpillars}$$

$$\text{caterpillar} = 5$$