

Posebni umnošci

Područje: Algebra

Tema: Vizualiziranje faktora posebnih algebarskih umnožaka

Ishodi : Učenik će dokazati formule za posebne umnoške primjenom geometrije i stereometrije

Materijal: Papir, ravnalo, flomasteri u boji, škare, plastelin, nož

Razina : 13-15 godina

Posebni umnošci su formule koje primjenjujemo u različitim algebarskim izrazima, prilikom pojednostavlivanja izraza, faktoriziranja i slično.

Primjeri:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

razlika kvadrata

kvadrat zbroja binoma

kvadrat zbroja trinoma

kub zbroja binoma

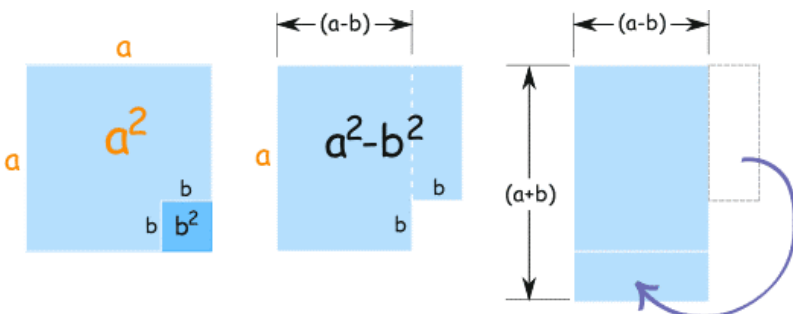
razlika kubova

Ovi umnošci zovu se "posebni" jer su vrlo česti, a mogu biti vrlo korisni. Jednom kad ih prepoznamo, lako možemo smanjiti broj računskih radnji u zadacima. Vrlo je važno ne zaboraviti računati član polinoma $2ab$ (dvostruki umnožak) u formuli za kvadrat zbroja binoma i $3a^2b$ te $3ab^2$ (trostruki umnožak) u formuli za kub zbroja binoma. U nastavku ćemo ih vizualizirati.

Rad s posebnim umnošcima u razredu:

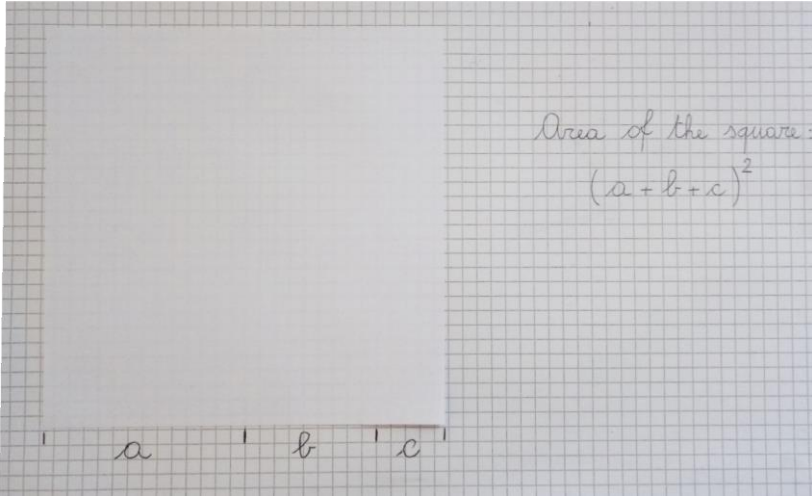
Razlika kvadrata

- Nacrtaaj kvadrat sa stranicom duljine a . Unutar njega, u donjem uglu nacrtaj kvadrat sa stranicom duljine b , kao na prvoj slici.
- Izreži manji kvadrat iz većeg. Zatim izreži pravokutnik na desnoj slici, čije su stranice duljina b i $(a-b)$, kao na drugoj slici ispod
- Stavi manji pravokutnik ispod većeg, kao na trećoj slici.
- Drugi i treći oblik imaju istu površinu. Prva je $a^2 - b^2$, a druga $(a + b) \cdot (a - b)$.

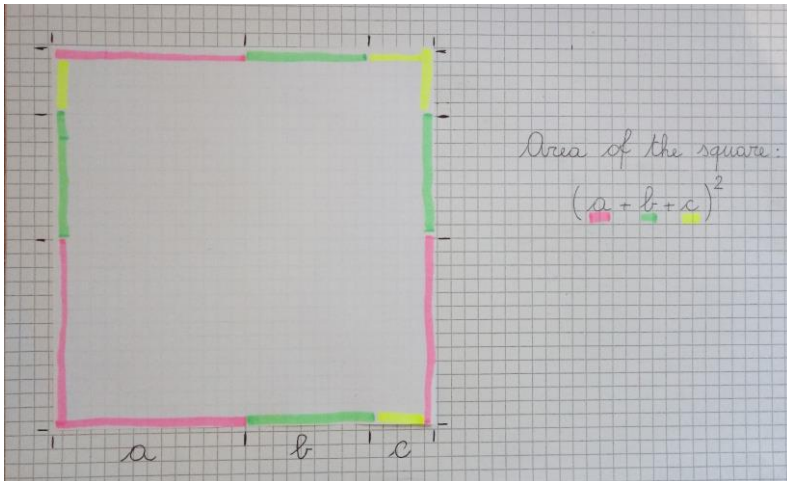


Kvadrat trinoma

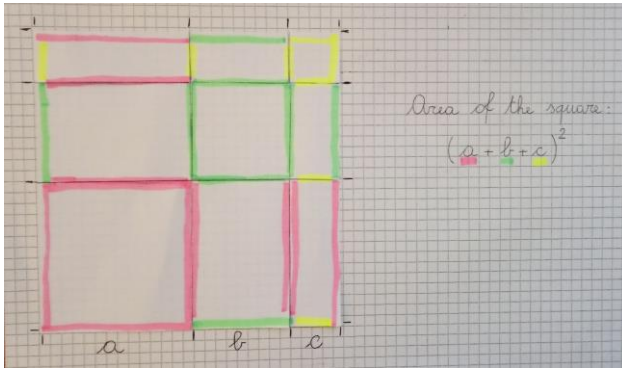
- Izreži bijeli kvadrat i podijeli strane na tri dijela a, b i c (vidi sliku 1)



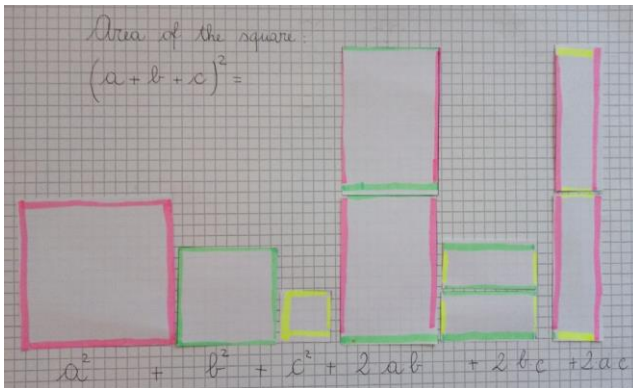
- Podijeli sve strane kvadrata na dijelove a, b i c i označi ih raznim bojama (vidi Sliku 2)



Povuci dužine unutar kvadrata i označi svaku stranu djelova koji su nastali drugom bojom (vidi sliku 3)



Izreži sve dijelove kvadrata (dva manja kvadrata i tri para različitih pravokutnika) i upiši njihove površine. Zbroj tih površina jednak je površini bijelog kvadrata (vidi sliku 4)



Kvadrat binoma

Isti postupak kao i kod kvadrata trinoma, ali uz podjelu strana kvadrata na dva dijela a i b

Kub binoma

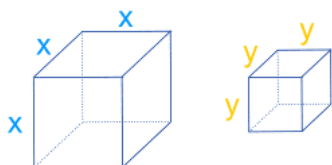
- Pripremi kocku od plastelina
- Podijeli svaku stranu kocke na dva dijela, označi ih laganim udubljenjem
- Prereži kocku nožem, prateći udubljenja
- Dobit ćete dvije kocke, tri identične prizme i tri druge identične prizme

Na sljedećoj poveznici možete pronaći demonstraciju aktivnosti:

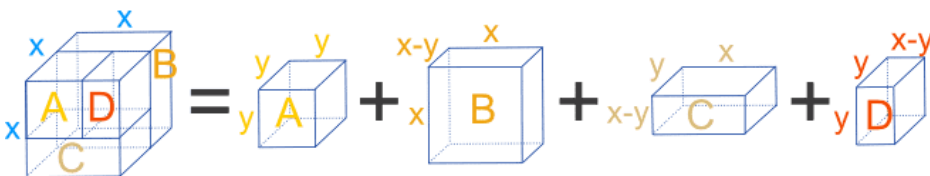
<https://youtu.be/rXoPaRDYNTQ>

Razlika kubova

Uzmi dvije kocke s bridovima duljine x i y , kao na slici ispod:



Veća kocka s bridovima duljine x može se podijeliti na četiri manja kvadra. Manja kocka A je kocka s bridom duljine y , kao na slici ispod:



Volumeni manjih dijelova kocke iznose:

- $A = y^3$
- $B = x^2(x - y)$
- $C = xy(x - y)$
- $D = y^2(x - y)$

Zajedno A, B, C i D čine veću kocku volumena x^3

- $x^3 = y^3 + x^2(x - y) + y(x - y) + y^2(x - y)$
- $x^3 - y^3 = x^2(x - y) + xy(x - y) + y^2(x - y)$
- $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$