



**MATH  
REALITY  
INSIGHTS**

**101 BOOKLET PART 2**



“

Η μοναδική πηγή γνώσης  
είναι η εμπειρία

”

ALBERT EINSTEIN

# ΠΙΝΑΚΑΣ

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

- 05 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΣ: ΜΟΥΣΕΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΔΟΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- 07 10 ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ
- 14 ΑΣ ΚΑΤΑΠΙΑΣΤΟΥΜΕ ΜΕ ΤΗΝ ΈΝΝΟΙΑ ΤΩΝ ΜΗ-ΤΥΠΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- 18 ΤΟ ΝΑ ΕΊΣΑΙ ΚΑΠΟΙΟΣ ΆΛΛΟΣ: Η ΕΠ ΩΣ «ΜΗΧΑΝΉ ΕΝΣΥΝΑΪΣΘΗΣΗΣ»
- 21 «Η ΚΑΛΉ ΔΙΔΑΣΚΑΛΊΑ ΕΊΝΑΙ  $\frac{1}{4}$  ΠΡΟΕΤΟΙΜΑΣΊΑ ΚΑΙ  $\frac{3}{4}$  ΘΈΑΤΡΟ.» - GAIL GODWIN
- 23 ΤΡΌΠΟΙ ΜΕ ΤΟΥΣ ΟΠΌΙΟΥΣ Η ΕΙΚΟΝΙΚΉ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΌΤΗΤΑ ΜΠΟΡΕΊ ΝΑ ΑΛΛΆΞΕΙ ΤΟ ΠΏΣ ΔΙΔΆΣΚΟΥΜΕ
- 26 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΆ ΚΑΙ ΜΑΘΗΣΙΑΚΈΣ ΔΥΣΚΟΛΊΕΣ
- 29 ΜΗ- ΤΥΠΙΚΉ ΜΈΘΟΔΟΣ ΣΤΗΝ ΕΚΜΆΘΗΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- 33 ΠΏΣ ΘΑ ΠΕΊΣΕΤΕ ΈΝΑ ΔΆΣΚΑΛΟ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΊΗΣΕΙ ΜΗ- ΤΥΠΙΚΈΣ ΜΕΘΌΔΟΥΣ ΕΚΜΆΘΗΣΗΣ;
- 36 ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΊ ΚΌΣΜΟΙ ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΙΚΉ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΌΤΗΤΑ

# ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

- 39** ΠΩΣ ΘΑ ΉΜΟΙΑΖΕ ΜΙΑ ΙΔΑΝΙΚΉ ΤΆΞΗ ΤΟΝ 21Ο ΑΙΨΝΑ;
- 43** ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΉ ΤΗΣ ΤΆΞΗ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΈΣ ΜΕ ΜΑΘΗΣΙΑΚΈΣ ΔΥΣΚΟΛΊΕΣ
- 47** Η ΕΠ ΩΣ ΕΡΓΑΛΕΊΟ ΕΚΠΑΊΔΕΥΣΗΣ – ΠΑΡΑΔΕΊΓΜΑΤΑ ΧΡΉΣΗΣ
- 51** Η ΓΛΨΣΣΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΨΝ
- 54** ΔΙΔΆΣΚΟΝΤΑΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΆ ΣΕ ΜΑΘΗΤΈΣ ΜΕ ΜΑΘΗΣΙΑΚΈΣ ΔΥΣΚΟΛΊΕΣ
- 59** ΕΠ ΚΑΙ COVID-19:



# Μαθηματικά και πολιτισμός: Μουσεία μαθηματικών και διάδοση των μαθηματικών

Η αφηρημένη έννοια των μαθηματικών, μακριά από την υλική πραγματικότητα, συνεπάγεται δυσκολία όχι μόνο κατανόησης αλλά και πρόκλησης ενθουσιασμού με το μάθημα. Όσον αφορά τα μουσεία, φυσικής ιστορίας και επιστημών πλεονεκτούν όσον αφορά την παρουσίαση νέων και παλιότερων ευρημάτων. Είναι πιο εύκολη η αναπαράσταση και η περιγραφή των φαινομένων φυσικής ιστορίας και άλλων επιστημών που σχετίζονται με υλικά αντικείμενα και φαινόμενα.

Σύμφωνα με τα λεγόμενα του Bertrand Russell σχετικά με τα μαθηματικά *«κανείς δε γνωρίζει τι λέει, ούτε εάν αυτό που λέει είναι αλήθεια ή όχι, ούτε γνωρίζει σχετικά με τι να μιλήσει»*.

Αυτό καθιστά δύσκολη την αναπαράσταση ενός τέτοιου εκθέματος, το οποίο δεν αποτελεί ούτε αντικείμενο ούτε φαινόμενο. Ο κύριος σκοπός των μουσείων δεν είναι να διδάξουν, αλλά να εξοικειώσουν τον επισκέπτη με το αντικείμενο υπό εξέταση και να προκαλέσουν ενθουσιασμό στον θεατή. Η πρώτη δοκιμή έγινε στο «Cité des Sciences et de l'Industrie» στο πάρκο La Villette στο Παρίσι. Δημιουργήθηκε ένας χώρος πειραματικών μαθηματικών στο «Palais de la Découverte» κατά την δεκαετία του 1980. Οι «Μαθηματικοί Ορίζοντες» (Horizons Mathématiques) αποτέλεσαν τα πρώτα εκθέματα μαθηματικών στην Ορλεάνη και στη Μπουρζ και παρουσιάστηκαν σε περισσότερες από 50 χώρες και 200 πόλεις. Στον 21ο αιώνα, με την υποστήριξη των UNESCO, IMU, ICMI και EMS, η Διεθνής Μαθηματική Ολυμπιάδα (International Mathematical Union) ανακοίνωσε την έναρξη ενός προγράμματος με σκοπό την διάδοση των μαθηματικών με θέμα «Γιατί τα Μαθηματικά;» μέσω μιας περιοδεύουσας έκθεσης.

Σύμφωνα με τη βάση δεδομένων της Βικιπαίδειας, υπάρχουν σήμερα 54 μουσεία μαθηματικών και μόνιμες εκθέσεις σε όλο τον κόσμο, αποκλειστικά αφιερωμένες στα μαθηματικά. Και ο αριθμός ολοένα και αυξάνεται. Μερικά από τα πιο σημαντικά βρίσκονται στη Γαλλία, το Βέλγιο και την Ιταλία.

Το 1996, κοντά στην Τουλούζη της Γαλλίας, ιδρύθηκε η ένωση Fermat-Lomagne, για τον εορτασμό της απόδειξης που ανακάλυψε ο Andrew Wiles στο τελευταίο θεώρημα του Fermat. Λίγο αργότερα, η ένωση εγκαινίασε το μουσείο ιστορίας Fermat στην γενέτειρα του Γάλλου μαθηματικού του 17ου αιώνα Pierre de Fermat. Το μουσείο φιλοξενεί εκθέσεις, παιχνίδια, εργαστήρια και κινούμενα σχέδια με θέμα την Ιστορία, τα Μαθηματικά, τις Επιστήμες και το έργο του Pierre de Fermat.

Το Σπίτι των Μαθηματικών (Maison des Maths) εγκαινιάστηκε το 2015, στην περιοχή Quaregnon, ως το πρώτο μουσείο μαθηματικών στο Βέλγιο. Το μουσείο απευθύνεται σε μαθητές, προπτυχιακούς φοιτητές αλλά και στο γενικό κοινό, μέσω ξεναγήσεων στα πειραματικά μαθηματικά καθώς και στην ιστορία και τους ανθρώπους που συνέβαλαν στην επιστήμη των μαθηματικών.

Το Mateureka είναι ένα από τα μεγαλύτερα μουσεία μαθηματικών στην Ιταλία. Βρίσκεται στο Pennabilli στην περιοχή Rimini με στόχο την διατήρηση της μνήμης των εφευρέσεων και ιδεών που συνέβαλαν στην ιστορία των μαθηματικών και του υπολογισμού. Αυτά τα εκθέματα παρουσιάζονται μέσω μιας καινοτόμου και διαδραστικής μεθόδου σε αίθουσες εργαστηρίων όπου οι επισκέπτες μπορούν να μάθουν και να ενθουσιαστούν με τα μαθηματικά μέσω του παιχνιδιού.

Παρά τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθηματικοί κατά την διάδοση των μαθηματικών και την προσπάθεια εξοικείωσης των επισκεπτών με τα μαθηματικά, έχει αρχίσει να αναγνωρίζεται η αξία τους στον πολιτισμό. Στις μέρες μας, ο τομέας των μαθηματικών εμπεριέχεται στον πολιτισμό όσο ποτέ, μέσω της τέχνης, του θεάτρου, της μουσικής της λογοτεχνίας και του κινηματογράφου.

# 10 ΔΙΑΣΚΕΔΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

*Τα μαθηματικά είναι απαίσια. Τα μαθηματικά είναι δύσκολα και άχρηστα...*

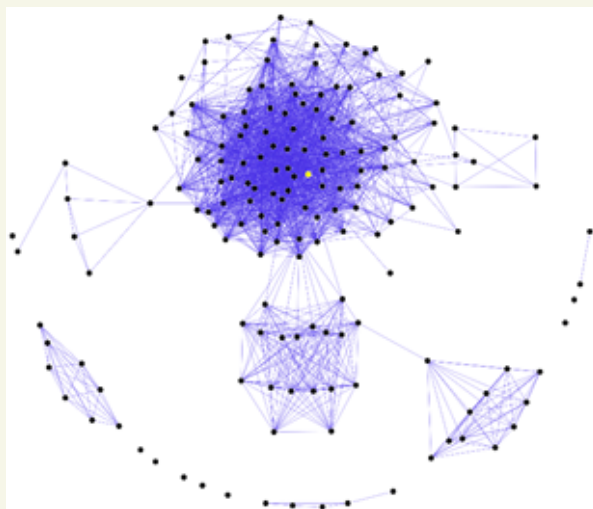
Αυτές είναι οι φράσεις που ακούμε καθημερινά σχετικά με τα μαθηματικά, ένα τόσο σημαντικό μάθημα! Και τόσο διασκεδαστικό, αν διαθέσετε λίγο χρόνο για να τα παρατηρήσετε καλύτερα...

Στο La Maison de Fermat στη Νότια Γαλλία, και σε πολλούς μαθηματικούς χώρους όπως αυτός, προσπαθούμε να αλλάξουμε τον τρόπο που οι νέοι (και οι όχι τόσο νέοι) άνθρωποι αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά. Αναπτύσσουμε μια άλλη οπτική για τα μαθηματικά... και αυτό το όραμα είναι πολύ πιο διασκεδαστικό!

Ιδού η απόδειξη, με 10 φοβερά φαινόμενα που μπορείτε να αντιληφθείτε αν δείτε τα μαθηματικά αλλιώς!

## 1/ Ο φίλος μου **Cédric Villani**

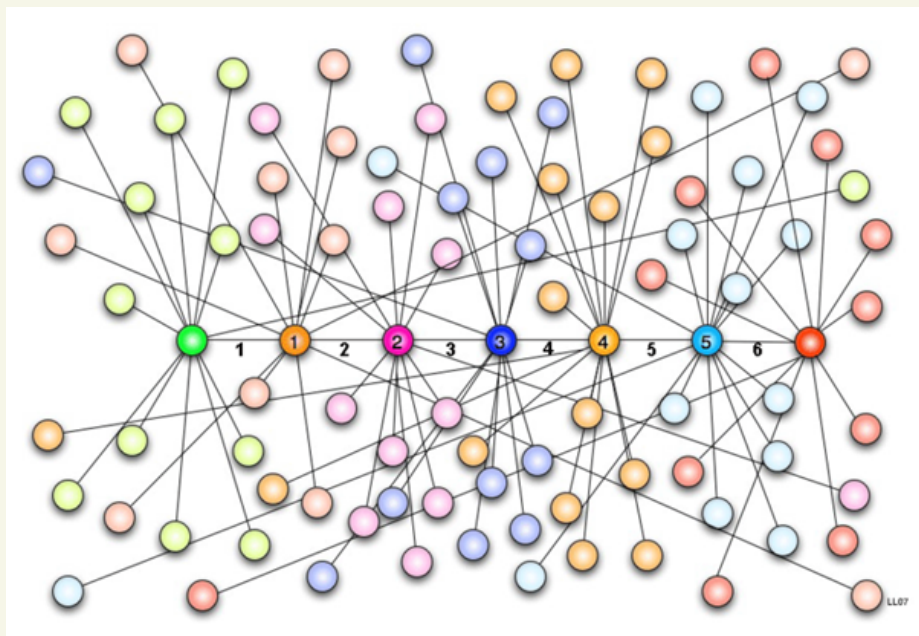
Για τους μαθηματικούς, οι κοινωνικές διασυνδέσεις μπορούν να αποτυπωθούν από τεράστια γραφήματα (ένα γράφημα είναι ένα διάγραμμα που εμπεριέχει σημεία που ονομάζονται κορυφές, που είτε συνδέονται είτε όχι από τμήματα που ονομάζονται ακμές ή δεσμοί). Μπορούν να υπάρχουν εκατοντάδες εκατομμύρια κορυφές (προφίλ) και δεσμοί (φίλοι).



Ένα νοητό διάγραμμα κοινωνικής δικτύωσης.  
Αποτελείται από 165 κορυφές και 1851 ακμές.  
[Πηγή <https://en.wikipedia.org/>]

Πολλοί μαθηματικοί έχουν δείξει ενδιαφέρον για την πυκνότητα των αλλαγών, τη δημοτικότητα ή όχι ορισμένων λογαριασμών... Έχουν παρατηρήσει ότι όλα τα μέσα κοινωνικής δικτύωσης λειτουργούν με τον ίδιο τρόπο. Η πλειοψηφία των ανθρώπων έχει λίγους (φίλους) δεσμούς και η μειοψηφία έχει πολλούς. Παράλληλα, και κάτι τέτοιο φαίνεται λογικό, δύο άνθρωποι που έχουν έναν κοινό φίλο έχουν περισσότερες πιθανότητες να γίνουν φίλοι μεταξύ τους. Για αυτό το λόγο, το αγαπημένο σου μέσο κοινωνικής δικτύωσης συχνά συνιστά φίλους φίλων. Όλο αυτό είναι υπολογισμένο...

Μια άλλη θεωρία σχετικά με τη δικτύωση είναι η θεωρία των έξι βαθμών διαχωρισμού, η οποία εισηγήθηκε από τον Ούγγρο Frigyes Karinthy το 1929, που παρουσιάζει την πιθανότητα ότι οποιοσδήποτε άνθρωπος στον κόσμο μπορεί να συνδεθεί με οποιονδήποτε άλλον άνθρωπο, μέσω μιας αλυσίδας διαφορετικών σχέσεων, συγκροτημένη από το πολύ πέντε άλλων ανθρώπων.



Καλλιτεχνική αναπαράσταση της αρχής των Έξι Βαθμών Διαχωρισμού [Πηγή <https://fr.wikipedia.org/>]

Με την εξάπλωση των μέσων κοινωνικής δικτύωσης, οι βαθμοί διαχωρισμού έχουν υπολογιστεί στο 4,74 στο Facebook το 2011 και περίπου στο 3,5 το 2016. Η τελευταία έρευνα διεξήχθη έπειτα από την ανταλλαγή πολλών δισεκατομμυρίων μηνυμάτων, η οποία μελετήθηκε από τους Eric Horvitz και Jure Leskovec, ερευνητές της Microsoft.

Αυτή η θεωρία εφαρμόζεται αποτελεσματικότερα στο LinkedIn, για τη δικτύωση επαγγελματιών, το οποίο καταγράφει τους βαθμούς διαχωρισμού μεταξύ δύο ατόμων καθώς και τα πιθανά «μονοπάτια» που συνδέουν ένα άτομο με ένα άλλο μέσω από τις αντίστοιχες διασυνδέσεις τους.

## 2/ Μα το π !

Το Πι, το οποίο κάποιες φορές αποκαλείται σταθερά του Αρχιμήδη, είναι ένας αριθμός που συμβολίζεται από το μικρό ελληνικό γράμμα: π. Η χρήση αυτού του ελληνικού γράμματος π, το πρώτο γράμμα της λέξης «περίμετρος», δεν είχε καταγραφεί μέχρι τον 18ο αιώνα. Προηγουμένως, γινόταν αναφορά στην τιμή του περιφραστικά, όπως «η σταθερά του κύκλου» ή το αντίστοιχο αυτού σε διάφορες γλώσσες.

Αυτή η σταθερά μπορεί να βρεθεί σε οτιδήποτε είναι στρόγγυλο ή κινείται σε κυκλική τροχιά. Μπορείτε να το ελέγξετε και εσείς οι ίδιοι! Πάρτε οποιοδήποτε στρόγγυλο αντικείμενο, όπως ένα πιάτο ή μια ρόδα ποδηλάτου, και μετρήστε την περίμετρό του και έπειτα τη διάμετρό του. Διαιρέστε την περίμετρο με τη διάμετρό του, θα καταλήξετε με κάτι παραπάνω από το 3, και πιο συγκεκριμένα το π.

## 3/ Ο Gauss και οι νοητικοί υπολογισμοί.

Έχοντας το ψευδώνυμο «ο Πρίγκιπας των Μαθηματικών», ο Carl Friedrich Gauss μελέτησε όλα τα πεδία των μαθηματικών και συνείσφερε στην ανάπτυξη των περισσότερων κλάδων την επιστήμης.

Ως παιδί θαύμα, εικάζεται ότι μπορούσε να διαβάζει και να μετράει από την ηλικία των τριών και ότι επέδειξε ένα αξιοθαύμαστο ταλέντο στους νοητικούς υπολογισμούς. Μια μέρα στο σχολείο, ο δάσκαλός του του ζήτησε να υπολογίσει το άθροισμα των αριθμών από το 1 έως το 100. Μετά από λίγο, ο τότε 10χρονος Gauss έδωσε την απάντηση σε αυτό το σύνθετο πρόβλημα χρησιμοποιώντας μια τεχνική που αποτελούταν από την ομαδοποίηση των ακριανών όρων σε ζευγάρια. Χωρίς να το γνωρίζει ακόμα, ο Gauss ανακάλυψε τον μαθηματικό τύπο για τον υπολογισμό του αθροίσματος των όρων σε μια αριθμητική ακολουθία.

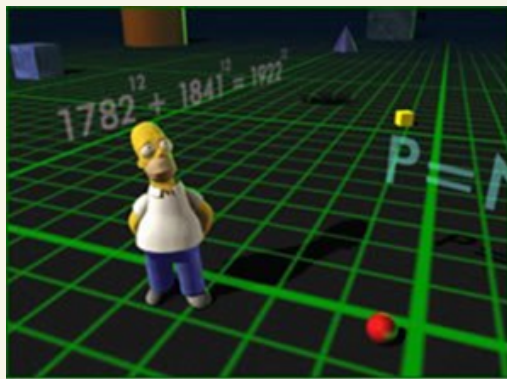


Αυτό που έκανε είναι το εξής :

$$\begin{aligned} & (1 + 100) \\ & + (2 + 99) \\ & + (3 + 98) \\ & + \dots \\ & + (50 + 51) \\ & = 101 \quad \times 50 = 5\,050 \end{aligned}$$

#### 4/ Οι Simpson και Fermat

Σε ένα επεισόδιο «Simpsons», μπορούμε να παρατηρήσουμε μια εξίσωση που θυμίζει το γνωστό θεώρημα του μαθηματικού Pierre Fermat:



$$1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$$

Στα μαθηματικά, και πιο συγκεκριμένα στη θεωρία αριθμών, το Τελευταίο θεώρημα του Fermat, ή αλλιώς Υπόθεση του Fermat, ή, μετά την απόδειξή του, Θεώρημα του Fermat-Wiles, διατυπώνεται ως εξής:

Τρεις θετικοί ακέραιοι αριθμοί  $x$ ,  $y$  και  $z$  δεν δύνανται να ικανοποιήσουν την εξίσωση  $x^n + y^n = z^n$  για κάθε ακέραιο αριθμό  $n$  μεγαλύτερο από το 2.

Θα μπορούσε να το αποδείξει αυτό ο Homer με άλλο τρόπο;

Φυσικά και όχι! Ωστόσο, όσο περίεργο και να φαίνεται, αν προσπαθήσουμε να αποδείξουμε αυτήν την εξίσωση με το κομπιουτεράκι μας θα αντιληφθούμε ότι είναι σωστό... Τι συμβαίνει τότε;

Πολύ απλά οι αριθμοί είναι τόσο μεγάλοι που το κομπιουτεράκι θα τους στρογγυλοποιήσει... Για την ακρίβεια, αυτοί οι δύο αριθμοί (το άθροισμα των  $(1782^{12} + 1841^{12})$  και  $1922^{12}$ ) έχουν ίδια τα οκτώ πρώτα ψηφία αλλά δεν είναι ίσοι!

#### 5/ Η GOOGLE

Κάποιοι αριθμοί είναι τόσο μεγάλοι που δεν μπορούμε καν να τους φανταστούμε. Το Γκούγκολ για παράδειγμα είναι ένας αριθμός που ισούται με το 1 ακολουθούμενο από 100 μηδενικά (ή 10100). Η λέξη γκούγκολ αναφέρεται πρώτη φορά από τον Αμερικανό μαθηματικό Edward Kasner στο βιβλίο του «Μαθηματικά και Φαντασία» που δημοσιεύτηκε το 1938. Εικάζεται ότι ο Kasner ζήτησε από τον ανιψιό του, τότε 9 ετών, να βαπτίσει τον αριθμό που είχε μόλις δημιουργήσει. Αυτός απλώς απάντησε: «Γκούγκολ».



Το γκούγκολ έχει καταχωρηθεί από τους ιδρυτές της Google ως το πρότυπο του ονόματος της εταιρείας: «Η Google διάλεξε αυτόν τον όρο για να συμβολίσει την αποστολή της: να βάζει σε τάξη τον τεράστιο όγκο πληροφοριών που είναι διαθέσιμος στο διαδίκτυο.».



## 6/ Το παράδοξο των γενεθλίων

Αν βάλετε 23 άτομα σε ένα δωμάτιο, υπάρχουν 50% πιθανότητες ότι δύο από αυτούς μοιράζονται την ίδια μέρα γενεθλίων... Το παράδοξο των γενεθλίων προκύπτει από την πιθανολογική εκτίμηση του αριθμού των ατόμων που θα πρέπει να συγκεντρωθούν προκειμένου να υπάρχει τουλάχιστον μια στις δύο πιθανότητες ότι τα δύο άτομα σε αυτή την ομάδα έχουν τα γενέθλια τους την ίδια μέρα. Τυχαίνει αυτός ο αριθμός να είναι το 23, κάτι που πάει κόντρα στο ένστικτό μας. Σε μια ομάδα 57 ατόμων, η πιθανότητα είναι μεγαλύτερη από 99%.

Αυτό το παράδοξο δεν έχει να κάνει με μια λογική αντίφαση, αλλά με το ότι μια μαθηματική αλήθεια μπορεί να αντικρούει το ένστικτο: οι περισσότεροι άνθρωποι πιστεύουν ότι αυτή η πιθανότητα είναι πολύ μικρότερη από 50%. Αυτή η έρευνα είναι του Richard von Mises.

## 7/ Μαθηματικά και Pringles





Το συγκεκριμένο σχήμα που έχουν αυτά τα πατατάκια έχει σχεδιαστεί από έναν υπερ-υπολογιστή. Ειδικά για να εμποδίσει τα πατατάκια να πετάνε... Να πετάνε; Πράγματι, κατά την παρασκευή τους, χρησιμοποιούταν ιμάντας μεταφοράς. Για την αύξηση της παραγωγικότητας, η ταχύτητα του ιμάντα έπρεπε να αυξηθεί, όμως έτσι τα πατατάκια πετούσαν εδώ και εκεί. Έτσι, οι μηχανικοί μελέτησαν το ζήτημα και χρησιμοποιώντας έναν υπερ-υπολογιστή, ανέπτυξαν ένα σχήμα υπερβολικού παραβολοειδούς για την αντιμετώπιση του προβλήματος.

## 8/ Ζήτω οι Βασιλιάδες και οι Βασίλισσες!

Πόσο πιθανό είναι να βρείτε το μπιζέλι όταν κόβετε μια τούρτα; Οι μαθηματικοί έχουν επιχειρήσει να αποσαφηνίσουν αυτή την ερώτηση!



Για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων, εξετάστηκαν οι παρακάτω υποθέσεις: οι καλεσμένοι (8 για την ακρίβεια) μοιράζονται με ίσο τρόπο μια τούρτα με διάμετρο 25 εκ. με ένα κυκλικό μπιζέλι με διάμετρο 2,5 εκ. Πρέπει να θυμάστε ότι η θέση του μπιζελλιού επηρεάζει σημαντικά την πιθανότητα να βρεθεί όταν κόβεται η τούρτα. Για την ακρίβεια, αν το μπιζέλι βρίσκεται στο κέντρο της τούρτας, το άτομο που την κόβει είναι σίγουρο ότι θα το βρει.

Μετά από ένα προσεκτικό υπολογισμό, και λαμβάνοντας υπόψη αυτές τις υποθέσεις, έχει αποδειχθεί ότι υπάρχει τουλάχιστον 1 στις 4 πιθανότητες να βρεθεί το μπιζέλι κόβοντας την τούρτα σε αυτές τις διαστάσεις.

Για αυτό και το συναντούμε τόσο συχνά!

## 9/ Μπείτε στον κύκλο!

Ακόμα και αν είμαστε 10, 100 ή 1000 από εμάς σε έναν κύκλο, όλοι μας πρέπει να μετακινηθούμε 28 εκ. προς τα πίσω για να προσθέσουμε ακόμα ένα άτομο στον κύκλο... Σοβαρά;

Ενστικτωδώς, υπάρχει μια τάση να θεωρούμε ότι το να προσθέσουμε ένα άτομο σε έναν κύκλο 1000 ατόμων θα κάνει το κάθε άτομο να μετακινηθεί λίγα χιλιοστά ώστε να χωράει μέσα στον κύκλο. Ωστόσο, κάτι τέτοιο δεν ισχύει καθώς η περίμετρος και η ακτίνα του κύκλου είναι αναλογικά μεγέθη:  $P = 2 * \pi * R$

Οπότε, αν αλλάξουμε την περίμετρο κατά 1,75 μ. (που είναι το μέσο ύψος ενός άνδρα), πρέπει να αλλάξουμε και την ακτίνα κατά  $1,75/(2 * \pi)$  ή κατά προσέγγιση 0,28 μ. ώστε ο κύκλος να είναι ομογενής.

## 10 / Αναφορικά με το σχήμα...



Δεν αποτελεί σύμπτωση ότι τα καλύμματα φρεατίων είναι στρόγγυλα. Αυτή η επιλογή έχει γίνει για λόγους ασφαλείας.

Δίνοντάς τους αυτό το σχήμα και μια ελαφρώς μεγαλύτερη διάμετρο από το φρεάτιο, οι σχεδιαστές τους εξασφάλισαν ότι δεν μπορούν να πέσουν μέσα στο φρεάτιο.

Ένα τετράγωνο, παραλληλόγραμμο ή τριγωνικό κάλυμμα δεν θα μπορούσε να εγυγηθεί κάτι τέτοιο, καθώς θα μπορούσε να πέσει μέσα στο φρεάτιο διαγώνια.

**Βρείτε όλες αυτές τις πληροφορίες και ακόμα παραπάνω στα παρακάτω άρθρα (στα γαλλικά):**

[https://fr.spontex.org/le\\_saviez\\_vous/](https://fr.spontex.org/le_saviez_vous/)

<http://www.motivationfactory.com/blog/innovation/belle-histoire-pringles>

<https://www.cnews.fr/racines/2014-09-02/pourquoi-les-plaques-degout-sont-elles-de-forme-ronde-690604>

<https://www.wellcom.fr/wnews/2011/12/la-fin-du-six-degres-de-separation/>

<https://www.maths-et-tiques.fr/>

<https://www.babelio.com/livres/Louart-Cest-mathematique-/616675>

<http://www.topito.com/top-fun-fact-mathematiques-cool>

# Ας καταπιαστούμε με την έννοια των μη-τυπικών μαθηματικών

Το έργο «Math Reality» στοχεύει στην μεταφορά μη-τυπικών μαθηματικών σεναρίων και δραστηριοτήτων στον ψηφιακό κόσμο, κυρίως μέσω της δημιουργίας ψηφιακών εργαλείων πραγματικότητας που θα εφαρμοστούν παράλληλα με το επίσημο μάθημα των μαθηματικών και στις έξι χώρες των εταίρων, πιο συγκεκριμένα στη Γαλλία, στο Βέλγιο, στην Κύπρο, στην Ιταλία, στην Κροατία και στη Ρουμανία.

Συνεπώς, πριν την επίσημη κυκλοφορία των ψηφιακών εργαλείων, τα οποία θα δημιουργηθούν ως μέρος των παράγωγων του έργου και θα διατίθενται χωρίς χρέωση για οποιονδήποτε θέλει να τα χρησιμοποιήσει, ας καταπιαστούμε με την έννοια των μη-τυπικών μαθηματικών, δεδομένου ότι με το να καταπιαστεί κανείς με την έννοια των μη-τυπικών μαθηματικών θα μπορέσει να κατανοήσει σε βάθος τον εναλλακτικό τρόπο με τον οποίο τα εργαλεία ΕΠ του «Math Reality» θα προσεγγίσουν μαθηματικές θεωρίες και έννοιες.

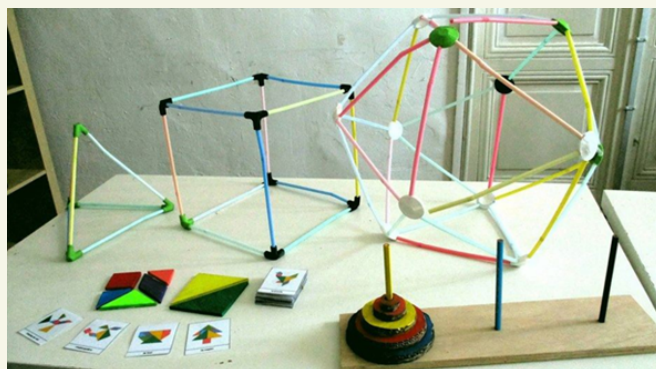
Ας ξεκινήσουμε παρέχοντας την επίσημη ερμηνεία του όρου, σύμφωνα με τους Coombs, Prosser και Ahmed (1973), οι οποίοι ήταν οι πρώτοι που επιχειρήσαν να προσεγγίσουν αυτήν την έννοια, η μη-τυπική εκπαίδευση αναφέρεται σε όποια «εκπαιδευτική δραστηριότητα οργανώνεται εκτός του επίσημου συστήματος και σχεδιάζεται για να εξυπηρετεί αναγνωρίσιμο πελατολόγιο και εκπαιδευτικούς σκοπούς».

Επομένως, η μη-τυπική εκπαίδευση εμπεριέχει πολλά από τα εγγενή χαρακτηριστικά της τυπικής εκπαίδευσης, καθώς και οι δύο αφοσιώνονται στη μάθηση και στην απόκτηση γνώσεων και ως εκ τούτου δημιουργούνται μέσω μεθοδολογικά σχεδιασμένων μαθημάτων και επιστημονικά βασισμένες πηγές. Ωστόσο, υπάρχουν πολλά σημεία στα οποία δεν συγκλίνουν: το πιο εμφανές είναι το γεγονός ότι η τυπική εκπαίδευση λαμβάνει χώρα στο σχολείο ενώ η μη-τυπική εκπαίδευση τελείται σε οποιοδήποτε μέρος ανήκει στην κοινότητα, χωρίς περιορισμούς αναφορικά με το χώρο ή το χρονικό πλαίσιο.



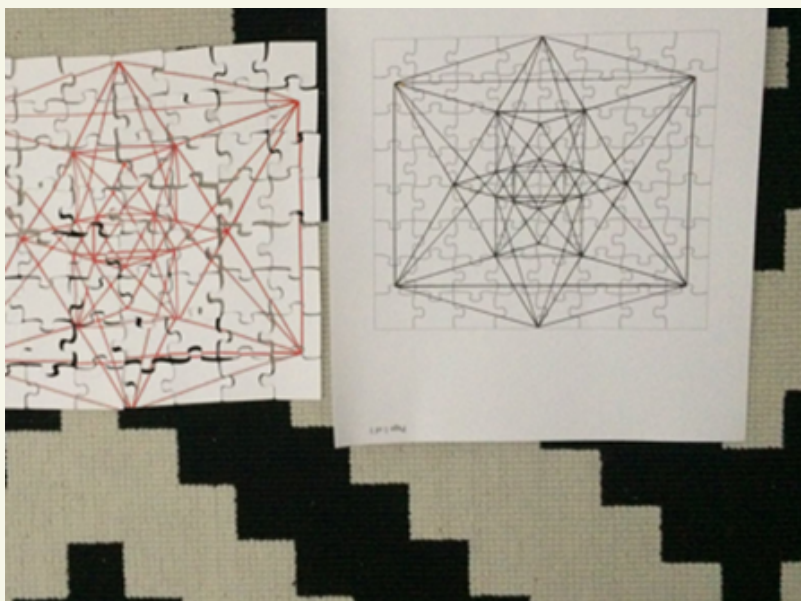
Η μη-τυπική εκπαίδευση μπορεί να είναι αναπτυξιακά ωφέλιμη με πολλούς τρόπους. Όπως υποστήριξαν πρώτοι οι Van Horn, Flanagan και Thomson (1998), η μη-τυπική εκπαίδευση προωθεί τη βιωματική μάθηση, το προνόμιο της προσωπικής επιλογής και εμπλέκει διαφορετικά είδη διαπροσωπικών σχέσεων. Μέσω της διαρθρωμένης ανάθεσης των ασχολιών, όπως είναι τα δημιουργικά καθήκοντα και δραστηριότητες, οι νέοι αλλά και οι ενήλικες ενθαρρύνονται να παίρνουν αποφάσεις σχετικά με τον τρόπο που προτιμούν να εργάζονται ώστε να μπορούν να αφομοιώσουν τις γνώσεις αποτελεσματικά, νιώθοντας έτσι έτοιμοι να διερευνήσουν εκτενώς τις δυνατότητές τους και κάποια από τα αναδυόμενα ενδιαφέροντά τους.

Έχει επίσης αποδεχθεί ότι η μη-τυπική εκπαίδευση έχει θετική επίδραση στους βασικούς πυλώνες που είναι συνυφασμένοι με τη ζωή των νέων και των ενηλίκων: όπως η προσωπική εξέλιξη, η ενίσχυση της ενεργής συμμετοχής στα κοινά, η μείωση της ανεργίας και ο σχηματισμός πιο ανθρώπινων κοινωνιών.



Η αποτελεσματική διδασκαλία των μαθηματικών συμπεριλαμβάνει τη χρήση διαφορετικών εκπαιδευτικών μεθόδων. Σύμφωνα με την επικρατούσα άποψη, ορισμένες μέθοδοι όπως η μάθηση βασισμένη στο πρόβλημα, η έρευνα και η συγκειμενοποίηση είναι ιδιαίτερα αποτελεσματικές στην επίτευξη αποτελεσμάτων και στην εγκαθίδρυση μιας θετικής στάσης των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά. Αν και οι περισσότερες κεντρικές αρχές υποστηρίζουν ότι παρέχουν κάποια καθοδήγηση για τη διδασκαλία των μαθηματικών, υπάρχει η ανάγκη ενίσχυσης της υποστήριξης των μεθόδων που ενθαρρύνουν την ενεργή συμμετοχή των μαθητών και την κριτική σκέψη.

Επί του παρόντος, πολλές έρευνες επανεπιβεβαιώνουν την ιδέα ότι τα μη-τυπικά μαθηματικά μπορούν να αποτελέσουν τη βάση πάνω στην οποία μπορούν οι μαθητές να στηριχθούν ώστε να θεμελιώσουν πιο εξεζητημένες μαθηματικές γνώσεις. Οι δραστηριότητες της τάξης πρέπει να επιτρέπουν στο μαθητή να πειραματιστεί με ένα πλήθος μαθηματικών καταστάσεων, εργαλείων και εννοιών που ενισχύουν τους δεσμούς μεταξύ των μαθηματικών της καθημερινής ζωής και αυτών που διερευνώνται στο σχολείο.



Με τα μη-τυπικά μαθηματικά, ο μαθητής βρίσκεται εκεί που χτυπάει ο παλμός της μάθησης: ανακαλύπτει, χειρίζεται και σχεδιάζει. Μπορούν να στερεωθούν σε ατομική και ομαδική μάθηση ως μέρος μιας συνολικής συνεργατικής προσέγγισης, είναι συμμετοχικά και έχουν επίκεντρο το μαθητή, βασίζονται στην ενεργή και βιωματική μάθηση.

Συνεπώς, τα μη-τυπικά μαθηματικά μπορούν να απομυθοποιήσουν τα μαθηματικά προκειμένου να γίνουν προσεγγίσιμα από μικρότερες ηλικίες, ενισχύοντας έτσι τις θετικές επιστήμες (Φυσική, Τεχνολογία, Μηχανική και Μαθηματικά), γεγονός που μπορεί να συνεισφέρει στην οικονομική ανάπτυξη των χωρών μας.

### **ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ:**

Αν είστε καθηγητής μαθηματικών/επιστήμης ή μαθητής και θα επιθυμούσατε να μάθετε περισσότερα σχετικά με το αντίκτυπο των μη-τυπικών μαθηματικών, μείνετε συντονισμένοι στον ιστότοπο του «Math Reality», καθώς και στα επίσημα κανάλια επικοινωνίας. Πολύ σύντομα θα δημοσιεύσουμε την τελική έκδοση του Παιδαγωγικού μας Οδηγού «ΕΠ για τα Μαθηματικά». Ο οδηγός, ειδικά προσαρμοσμένος για καθηγητές μαθηματικών/θετικών επιστημών αλλά εύκολα αναγνώσιμος και από οποιονδήποτε ενδιαφέρεται για αυτά τα θέματα, θα επικεντρωθεί στους εξής άξονες:

- **Η Μη-Τυπική Προσέγγιση στη Διδασκαλία των Μαθηματικών**

Ποια είναι η μη-τυπική προσέγγιση στη διδασκαλία των μαθηματικών, εργαλεία εκμάθησης στη μη-τυπική εκπαίδευση, επιτυχημένα παραδείγματα μη-τυπικών εργαλείων σχετικά με τα μαθηματικά που θα μπορούσαν να ενταχθούν στην επίσημη σχολική ύλη των μαθηματικών, πως να κατασκευάσετε μόνοι σας Μη-Τυπικά Μαθηματικά.



- **Ενσωματώνοντας Τεχνολογία ΕΠ στη Μη-Τυπική Προσέγγιση στη Διδασκαλία των Μαθηματικών**

Οι σύγχρονες τεχνολογικές καινοτομίες που χρησιμοποιούνται επί του παρόντος, καινούργιες οπτικές και δυνατότητες που μπορεί να προσφέρει η Τεχνολογία ΕΠ στα μη-τυπικά σενάρια μαθηματικών.

- **Παιδαγωγικές Πτυχές της τεχνολογίας ΕΠ**

Τι καθιστά παιδαγωγικό το μαθηματικό εργαλείο ΕΠ, χαρακτηριστικά και κριτήρια, τα αποτελεσματικότερα μαθηματικά εργαλεία/παιχνίδια ΕΠ που χρησιμοποιούνται αυτόν τον καιρό σε διαφορετικά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα.

### **Η πρακτικότητα της συνδυαστικής χρήσης μη-τυπικής προσέγγισης με τεχνολογικές καινοτομίες ΕΠ για τα μαθηματικά στην τάξη:**

- Ένας πρακτικός οδηγός για τη δημιουργία μαθησιακών σεναρίων:
- Πως να επιλέξετε το θέμα σύμφωνα με τις μαθηματικές έννοιες;
- Ποια θέματα-έννοιες είναι κατάλληλα και γιατί;
- Πως να ενσωματώσετε το θέμα μαζί με τη μαθηματική έννοια σε ένα μη-τυπικό σενάριο;
- Πως να εισάγετε καινοτόμες τεχνολογίες και προϋπάρχουσες εφαρμογές ΕΠ Μαθηματικών στα μη-τυπικά σενάρια που έχετε δημιουργήσει;
- Μέσα και Τεχνικές που θα μπορούσαν να ενισχύσουν τη μαθησιακή διαδικασία

### **Ένας πρακτικός οδηγός για τη δημιουργία χρονοδιαγράμματος:**

Δυνατότητες που έχει ένας εκπαιδευτικός αναφορικά με τη δομή του μαθήματος (πλάνο μαθήματος) που συμπεριλαμβάνει τεχνολογίες ΕΠ και η σειρά παρουσίασης του υλικού που εμπεριέχει εφαρμογές ΕΠ

## Το να είσαι κάποιος άλλος: Η ΕΠ ως «μηχανή ενσυναίσθησης»

Η Εικονική Πραγματικότητα μπορεί να αλλάξει στα αλήθεια το πως αντιλαμβανόμαστε τον κόσμο γύρω μας: η εμπειρία του να είναι κανείς βαθιά εμπυθισμένος σε ένα εντελώς διαφορετικό περιβάλλον, να αποφασίζει τι να κάνει και που να πάει, να μιλάει και να αισθάνεται άλλους ανθρώπους σαν να είναι αληθινοί, μπορεί να ενισχύσει την ενσυναίσθηση.

Για την ακρίβεια, ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα της ΕΠ είναι η ευκαιρία να μπει κανείς στα παπούτσια κάποιου άλλου: βασιζόμενοι σε αυτήν την ιδέα, κάποιοι ερευνητές έχουν μελετήσει αν η εμπειρία της ΕΠ μπορεί να είναι πιο αποτελεσματική από τη σκέτη φαντασία.

### Όντας άστεγος

Μια από τις πιο ενδιαφέρουσες έρευνες για το συγκεκριμένο θέμα διεξήχθη από το Εργαστήριο «Virtual Human Interaction» του Στάνφορντ και ονομάζεται «Όντας Άστεγος». Σε αυτό το πείραμα, υπάρχουν πολλά διαδραστικά σενάρια ΕΠ, προσομοιώνοντας το τι θα συνέβαινε αν κάποιος έχανε τη δουλειά του, όπως ποια αντικείμενα πρέπει να πουλήσει για να πληρωθεί το ενοίκιο, η εύρεση καταφυγίου σε ένα αστικό λεωφορείο και η προστασία των αντικειμένων του από κάποιον κλέφτη.

Αυτή η ερευνα έδειξε πως οι άνθρωποι που υποβλήθηκαν σε αυτό το πείραμα ήταν πιθανότερο να έχουν ενσυναίσθηση απέναντι στους αστέγους από ανθρώπους που απλά διάβασαν την ιστορία ή που αλληλοεπίδρασαν με μια δυσδιάστατη εκδοχή αυτού του σεναρίου στον υπολογιστή. Κάτι τέτοιο συνιστά ότι το να αποκτάς την οπτική κάποιου άλλου, ενισχύει την ενσυναίσθηση περισσότερο από το να διαβάζεις ή να φαντάζεσαι το πως είναι να είσαι κάποιος άλλος.



Το πρώτο βήμα του «Όντας Άστεγος»– ένα ειδοποιητήριο έξωσης:  
<https://vhil.stanford.edu/becominghomeless/>



## Τι θα γινόταν αν ήμουν μωρό...

Έχετε αναλογιστεί ποτέ γιατί κλαίει ένα μωρό; Οι Passig, Klein και Neuman επιχείρησαν να προσομοιώσουν την εμπειρία ενός μωρού τις πρώτες ημέρες στον παιδικό σταθμό, αναπτύσσοντας έναν ψηφιακό κόσμο από την οπτική του μωρού, προκειμένου να ελέγξουν το κατά πόσο αντιλαμβάνονται οι φροντιστές τις γνωσιακές εμπειρίες που βιώνει ένα μωρό. Τα αποτελέσματα υποδηλώνουν ότι το να «γίνουν μωρά» για τουλάχιστον 10 λεπτά, βοήθησε σημαντικά την αντίληψη των φροντιστών.

## ... ένας δυσλεκτικός μαθητής...

Το 2005, ο Shavit ηγήθηκε μιας έρευνας για τη χρήση της Εικονικής Πραγματικότητας για την ενίσχυση της ευαισθητοποίησης των καθηγητών σχετικά με τις γνωσιακές δυσκολίες που συναντούν οι δυσλεκτικοί μαθητές όταν προσπαθούν να διαβάσουν. Κάποιοι καθηγητές εμπυθίστηκαν σε δέκα διαφορετικούς κόσμους, ο καθένας από τους οποίους αντιπροσώπευε διαφορετικά επίπεδα δυσλεξίας, ενώ μια άλλη ομάδα καθηγητών παρακολούθησαν ένα έργο για το ίδιο θέμα.

Στο τέλος του πειράματος, η πρώτη ομάδα έδειξε αυξημένη κατανόηση για τις γνωσιακές δυσκολίες των δυσλεκτικών μαθητών σε σχέση με τη δεύτερη.

Διαβάστε περισσότερα: [κάντε κλικ](#)

## ... ή ένας πρόσφυγας;

Οι φιλανθρωπικές οργανώσεις και οι δημόσιοι φορείς χρησιμοποιούν την Εικονική Πραγματικότητα για τις καμπάνιες τους: ένα από τα πιο επιτυχημένα παραδείγματα είναι η ταινία ΕΠ «Clouds over Sidra», την ιστορία ενός 12χρονου κοριτσιού που ζούσε στο στρατόπεδο προσφύγων Za'atari στην Ιορδανία από το καλοκαίρι του 2013. Είναι η πρώτη ταινία που γυρίζετε σε ΕΠ για τον Οργανισμό Ηνωμένων Εθνών, προκειμένου να ενισχύσει την ενσυναίσθηση και να δείξει σε όλους τις ανασφαλείς συνθήκες που βιώνουν οι άνθρωποι εκεί.

Χάρη στην εμπειρία της ΕΠ, όλοι μπορούν να βιώσουν στο πετσί τους το πως είναι η ζωή σε ένα στρατόπεδο προσφύγων: χάρη σε αυτή την ταινία, η οποία έχει μεταφραστεί σε 15 γλώσσες και παρουσιάστηκε από τη UNICEF σε φιλανθρωπική εκδήλωση, οι δωρεές διπλασιάστηκαν.



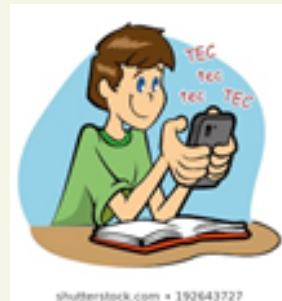
Πηγή: [unvr.sdgactioncampaign.org/cloudsoversidra/#.XSy8kfZuJPY](https://unvr.sdgactioncampaign.org/cloudsoversidra/#.XSy8kfZuJPY)

### **ΕΠ και ενσυναίσθηση: συμπεράσματα**

Πρέπει να διεξαχθούν περισσότερες έρευνες προτού μπορούμε να πούμε με βεβαιότητα αν η ΕΠ είναι το καλύτερο μέσο για την ανάπτυξη της ενσυναίσθησης; ωστόσο, αν είμαστε ανοιχτόκαρδοι και ανοιχτόμυαλοι ενώ χρησιμοποιούμε την ΕΠ, τότε μπορούμε να αντιληφθούμε τα συναισθήματα κάποιου άλλου με βαθύτερο τρόπο, σε σχέση με άλλα μέσα. Το μεγαλύτερο (και σημαντικότερο) αποτέλεσμα είναι το πως οι άνθρωποι αντιδρούν αφού αφαιρέσουν τα γυαλιά-μάσκα ΕΠ: πρώιμη έρευνα συνιστά ότι η ΕΠ έχει μακροπρόθεσμη επίδραση, όπως η ενίσχυση θετικών κοινωνικών συμπεριφορών (δωρεές, εθελοντισμός, συνεργασία με άλλους). Αν κάτι τέτοιο ισχύει, θα σημαίνει ότι η ΕΠ μπορεί στα αλήθεια να είναι αποτελέσει μια «μηχανή ενσυναίσθησης».

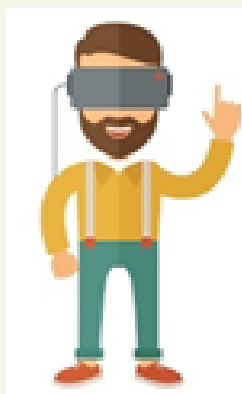
## «Η καλή διδασκαλία είναι ¼ προετοιμασία και ¾ θέατρο.» - Gail Godwin

Οι καθηγητές δεν εκπλήσσονται πλέον όταν βλέπουν τους μαθητές τους να επικεντρώνουν την προσοχή τους στα κινητά τους ή σε άλλα γκάτζετ αντί να παρακολουθούν το μάθημα. Και πρέπει να είναι αρκετά δύσκολο να ανταγωνιστείτε αυτή τη νέα τεχνολογία ενώ διδάσκετε με μεθόδους που υπάρχουν εδώ και αιώνες... ωστόσο τα πράγματα αλλάζουν. Ακόμα και για τους καθηγητές μαθηματικών.



Οι αξιοσημείωτοι καθηγητές κάνουν τα πάντα: εκπαιδεύουν, διδάσκουν, δημιουργούν, σχεδιάζουν και φέρνουν την αλλαγή. Η διδασκαλία έχει ξεφύγει της κλασικής της ερμηνείας, καθώς έχει μετουσιωθεί σε μορφή τέχνης η οποία απαιτεί από τους καθηγητές να είναι εκτενώς επιδέξιοι, με μεγάλη ικανότητα προσαρμογής για όλους τους τύπους μαθητών. Ο κόσμος μας συνεχώς αλλάζει και πρέπει να προσαρμοζόμαστε με ταχείς ρυθμούς. Ο τρόπος που διδάσκουμε θα έχει σπουδαία επιρροή στον τρόπο που αντιλαμβάνονται οι μαθητές μας τα σημαντικά πράγματα της ζωής.

Κατά τη διάρκεια ενός τυπικού μαθήματος, ο καθηγητής θα είναι συχνά ο συντονιστής, ο ενθαρρυντής, η πηγή, ο αξιολογητής, ο οργανωτής, ο συμμετέχων και ο καθοδηγητής. Σε ένα μάθημα που εμπριέχει εικονική πραγματικότητα, ο καθηγητής θα πρέπει εκτός από τα παραπάνω να είναι περισσότερο οργανωτής και παρατηρητής. Αφού επιλέξετε την εικονική πραγματικότητα ως μέρος του μαθήματός σας, θα πρέπει να παραμερίσετε με κάποιον τρόπο τη διδασκαλία και να αφήσετε τους μαθητές να μάθουν μόνοι τους, να ανακαλύψουν πληροφορίες μέσω της εναλλακτικής πραγματικότητας στην οποία έχουν πρόσβαση.



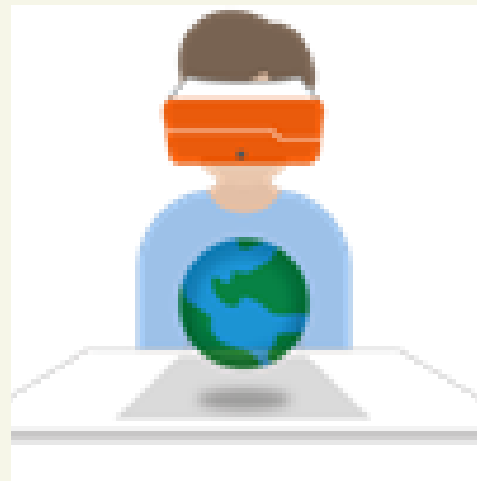
Ως οργανωτές, οι καθηγητές που εντάσσουν την εικονική πραγματικότητα στα μαθήματά τους θα πρέπει να προετοιμάσουν τα πάντα μέχρι τελικής λεπτομέρειας, καθώς πρέπει να παρουσιάσουν στους μαθητές ένα εντελώς καινούργιο περιβάλλον τάξης. Πρώτον, η αίθουσα που θα χρησιμοποιηθεί για αυτά τα μαθήματα πρέπει να συμμορφώνεται στις προδιαγραφές που απαιτούνται από τους κατασκευαστές των συσκευών, εξασφαλίζοντας ότι η χρήση τους δεν θα βλάψει τους μαθητές ή τους καθηγητές.

Το πρώτο μάθημα ίσως να μην είναι πολύ ικανοποιητικό καθώς οι μαθητές χρειάζονται χρόνο για να μάθουν τις συσκευές με τις οποίες καταπιάνονται και τις οδηγίες που πρέπει να ακολουθήσουν για την ασφάλειά τους. Παράλληλα, ο καθηγητής πρέπει να προσέχει τις κινήσεις που κάνει ο μαθητής, να προβλέψει το τι μπορεί να συμβεί και να είναι έτοιμος να αντιδράσει.



Ως παρατηρητές, οι καθηγητές που χρησιμοποιούν ΕΠ πρέπει να δώσουν βάση στις ανάγκες των μαθητών και στον ρυθμό που μαθαίνουν μέσω αυτής της μεθόδου. Για παράδειγμα, αν κάποιος μαθητής θεωρούν ευκολότερη την απόκτηση γνώσεων ή την κατανόηση της λειτουργίας της συσκευής και του λογισμικού, θα πρέπει να τους προσφερθεί επιπλέον υλικό. Απέναντι σε αυτούς θα είναι αυτοί που θα θεωρήσουν δύσκολο να διαχειριστούν τις νέες μεθόδους και οι καθηγητές πρέπει να προσπαθήσουν να τους εντοπίσουν και να βρουν εναλλακτικές ασχολίες για αυτούς μέχρι να μπορέσουν να ακολουθήσουν τους υπόλοιπους.

Στο τέλος, οι καθηγητές θα είναι καθηγητές, ανεξάρτητα από ποια μέθοδο και συσκευές χρησιμοποιούν κατά τη διδασκαλία, καθώς το επάγγελμά τους θα έχει να κάνει πάντα με την ικανοποίηση των αναγκών των μαθητών, προσπαθώντας να κάνουν το καλύτερο για πολλαπλούς τύπους μαθητών και δεξιοτήτων. Ωστόσο, πρέπει να συμφωνήσουμε σε ένα πράγμα: αν γίνει σωστά, η Εικονική Πραγματικότητα έχει τη δυνατότητα να φέρει έναν αέρα αλλαγής στη διδασκαλία και τη μάθηση την ίδια στιγμή.

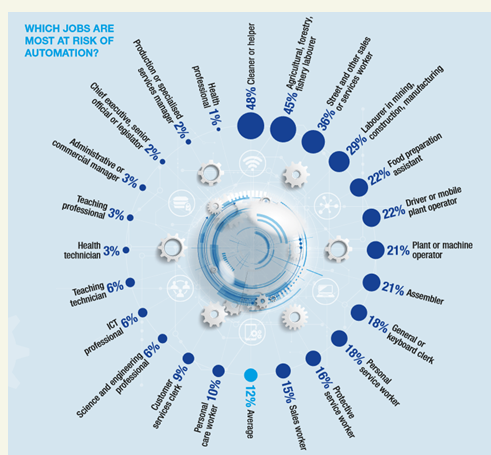


# Τρόποι με τους οποίους η Εικονική Πραγματικότητα μπορεί να αλλάξει το πώς διδάσκουμε

Είμαστε ενήμεροι για την ταχύτητα ανάπτυξης των Τεχνολογιών Πληροφοριών και Επικοινωνίας και των συνεπειών της στην ανάπτυξη της κοινωνίας μας. Η τεχνολογία είναι ενσωματωμένη σε ένα σημαντικό αριθμό καθημερινών δραστηριοτήτων. Οι νέες τεχνολογίες μας δίνουν την δυνατότητα να επικοινωνούμε πιο γρήγορα και πιο εύκολα, παρέχουν εκατομμύρια πληροφορίες και διευκολύνουν τις ζωές μας. Οι σημερινοί μαθητές χρησιμοποιούν τεχνολογία η οποία αλλάζει τις συνήθειες τους σε καθημερινή βάση. Αλλάζει τον τρόπο που ζει και ενεργεί ολόκληρη η κοινωνία, και το ίδιο ισχύει και για τις νέες γενιές των μαθητών. Επομένως χρειάζεται να ενσωματωθεί στην εκπαίδευση.

Στις μέρες μας, οι μαθητές μπορούν να βρουν πληροφορίες οποτεδήποτε, οπουδήποτε, με ένα μόνο 'κλικ'. Οι δάσκαλοι δεν αποτελούν πλέον την κύρια πηγή πληροφορίας. Αλλά το ερώτημα που προκύπτει είναι εάν οι μαθητές μπορούν να βρουν τις σχετικές πληροφορίες και αν ξέρουν πώς να τις χρησιμοποιήσουν. Ποιος είναι ο σωστός τρόπος διδασκαλίας της νέας γενιάς των μαθητών και ποιος ο τρόπος εκπαίδευσής τους όσον αφορά τις δεξιότητες που απαιτούνται στον 21ο αιώνα; Σε ποια επαγγέλματα θα απασχοληθούν πράγματι στο μέλλον;

Σύμφωνα με έρευνα, το 60% των μαθητών που ξεκινούν τώρα την εκπαίδευσή τους θα ασχοληθούν στο μέλλον με επαγγέλματα που δεν υπάρχουν σήμερα. Ο κόσμος στον οποίο θα ζήσουν θα είναι σίγουρα πολύ διαφορετικός από τον σημερινό κόσμο, τα επαγγέλματα που υπάρχουν σήμερα θα αλλάξουν. Καθώς οι εξελίξεις στην τεχνολογία δημιουργούν νέες επαγγελματικές ευκαιρίες, από την άλλη πλευρά μερικά επαγγέλματα θα εξαφανιστούν ως συνέπεια της ανάπτυξης της τεχνολογίας και του αυτοματισμού.



Πηγή: [https://www.cedefop.europa.eu/files/9129\\_en.pdf](https://www.cedefop.europa.eu/files/9129_en.pdf)

Η τεχνολογία και οι κοινωνικές τάσεις επηρεάζουν την εκπαίδευση. Πρέπει να προσαρμοστεί στις ανάγκες και τα ενδιαφέροντα των μαθητών του 21ου αιώνα, που σημαίνει: χρήση των Τεχνολογιών Πληροφοριών και Επικοινωνίας και νέες μέθοδοι εκμάθησης -επικοινωνία και συνεργασία, και ανάπτυξη των δεξιοτήτων του 21ου αιώνα- δημιουργικότητα και ικανότητα γρήγορης προσαρμογής στις αλλαγές.

Η ενσωμάτωση της τεχνολογίας εικονικής πραγματικότητας στην εκπαίδευση φέρνει νέες ευκαιρίες σε μεγάλο βαθμό, αλλά επίσης αλλάζει τον ρόλο του δασκάλου, ο οποίος γίνεται ο διοργανωτής της εκπαιδευτικής διαδικασίας με τα πολυμέσα ως εργαλείο που του/της δίνει τη δυνατότητα να δημιουργήσει ένα διαδραστικό περιβάλλον εκμάθησης με επίκεντρο τους μαθητές. Η τεχνολογία εικονικής πραγματικότητας μπορεί να συμπεριληφθεί στην καθημερινή διδασκαλία και να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο βελτίωσης της διδασκαλίας σχεδόν όλων των μαθημάτων. Τα μαθήματα γίνονται πιο παραστατικά και πιο ενδιαφέροντα. Η εικονική πραγματικότητα καθιστά πιθανή την εκμάθηση μέσω της εμπειρίας.

Γιατί θα πρέπει οι μαθητές να διαβάζουν βιβλία, χωρίς να είναι σε θέση να οπτικοποιήσουν και να κατανοήσουν τα βασικά σημεία, ενώ η εικονική πραγματικότητα τους δίνει τη δυνατότητα να δουν, να βιώσουν και να κατανοήσουν απευθείας καθώς και να θυμούνται πώς λειτουργούν τα πράγματα στην αληθινή ζωή, το οποίο είναι ο καλύτερος τρόπος εκμάθησης επειδή ο ανθρώπινος εγκέφαλος μπορεί να θυμάται μόνο το 10% αυτών που διαβάζουμε, το 20% αυτών που ακούμε, και το 90% αυτών που βιώνουμε. Αυτό δίνει την δυνατότητα στους μαθητές να δοκιμάσουν διάφορα και να βρουν αυτό το οποίο τους ενδιαφέρει πραγματικά.



Μέσω της χρήσης της τεχνολογίας εικονικής πραγματικότητας στη διδασκαλία και μέσω νέων ειδών εκμάθησης, οι μαθητές αναπτύσσουν τη δημιουργικότητα, την ανεξαρτησία και την κριτική σκέψη. Οι προσομοιώσεις εικονικής πραγματικότητας δίνουν τη δυνατότητα στους μαθητές να κατανοήσουν περισσότερο το μάθημα και να χρησιμοποιήσουν τις γνώσεις αργότερα στη ζωή τους, ενώ η τεχνολογία εικονικής πραγματικότητας στη διδασκαλία παρακινεί τους μαθητές να μάθουν. Ωστόσο, είναι ξεκάθαρο πως οι μαθητές δεν θα πρέπει μόνο να διασκεδάζουν αλλά επίσης να συμμετέχουν ενεργά στη μάθηση η οποία παράγει μακροπρόθεσμα αποτελέσματα κα προετοιμάζει τους μαθητές για γρήγορες αλλαγές και τα επαγγέλματα του 21ου αιώνα.

Μείνετε συντονισμένοι στα νέα του έργου για να είστε ενημερωμένοι για την ανάπτυξη του έργου: @MathReality



# Μαθηματικά και Μαθησιακές Δυσκολίες

να σας πει πόσο κάνει  $7 \text{ συν } 3$ , η απάντηση δεν μπορεί να είναι κατά προσέγγιση, πρέπει να είναι ακριβής για να είναι σωστή. Είστε είτε σωστοί είτε κάνετε λάθος. Και συνήθως, τα παιδιά δεν κερδίζουν βαθμούς με το να δίνουν μια σχεδόν σωστή απάντηση. Έτσι, τα μαθηματικά, περισσότερο από κάθε άλλο μάθημα, προκαλούν άγχος εξαιτίας του φόβου του λάθους και του φόβου της αρνητικής αξιολόγησης.

Επειδή πρόκειται για ένα «αθροιστικό μάθημα» (Brian Butterworth), οι γνώσεις δημιουργούνται με τρόπο που οι νέες πληροφορίες βασίζονται και συνδέονται με τις προηγούμενες. Εάν παραλείψετε κάποιες, οι επόμενες θα είναι περισσότερο δυσνόητες. Η δημιουργία συνεχούς προόδου στην διδασκαλία των μαθηματικών αποτελεί μια απαιτητική διαδικασία για άτομα με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες.

Οι ΕΜΔ ονομάζονται Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες επειδή δεν αποτελούν συνέπεια οπτικών, ακουστικών ή κινητικών διαταραχών, ούτε νοητικής στέρξης, ψυχικής ασθένειας, ή περιβαλλοντικού, πολιτιστικού ή οικονομικού μειονεκτήματος. Επηρεάζουν τη γνωστική ανάπτυξη μίας ή περισσότερων ικανοτήτων όπως η ομιλία, η ανάγνωση, η γραφή, οι μαθηματικές πράξεις, ο σχεδιασμός και συντονισμών κινητικής εργασίας.

## Οι ΕΜΔ δεν προκαλούνται από:

- Σωματικές αναπηρίες
- Νοητικές αναπηρίες ή αναπτυξιακές καθυστερήσεις
- Ψυχολογικά προβλήματα ή προβλήματα που σχετίζονται με τις αισθήσεις
- Κοινωνικό-πολιτισμικούς παράγοντες

## Παρακάτω δίνεται μια λίστα των ΕΜΔ:

- Δυσλεξία- Δυσκολία στην ανάγνωση και την ορθογραφία
- Δυσγραφία- Δυσκολία στην γραφή και σε ορισμένες λεπτές κινητικές δεξιότητες
- Δυσαριθμησία-Δυσκολία στην αριθμητική και τα μαθηματικά
- Δυσφασία- Δυσκολία παραγωγής και κατανόησης της ομιλίας

## Επιπλέον:

Δυσπραξία- δυσκολία συντονισμού αδρών και λεπτών κινητικών δεξιοτήτων που κατηγοριοποιείται ως Αναπτυξιακή Διαταραχή Κινητικού Συντονισμού και όχι ως ειδική μαθησιακή διαταραχή αλλά επηρεάζει την μαθησιακή διαδικασία.

Παρόλο που πολλοί μαθητές πάσχουν από ΕΜΔ, ο υπολογισμός του αριθμού τους ποικίλει. Η Ευρωπαϊκή Οργάνωση Δυσλεξίας υπολογίζει ότι περίπου το 5 με 12 τις εκατό του πληθυσμού πάσχει από τουλάχιστον μία ΕΜΔ.

Έχει αναφερθεί νωρίτερα ότι για τους περισσότερους ανθρώπους (συμπεριλαμβανομένων των δασκάλων, εκπαιδευτικών και υπευθύνων λήψης αποφάσεων), τα μαθηματικά αποτελούν ένα περίπλοκο μάθημα που μπορεί να διδαχθεί μόνο μέσω της τυπικής εκπαίδευσης. Πολλοί από εμάς δυσκολεύονται με την επιστήμη των μαθηματικών και την κατανόηση των βασικών εννοιών αλλά για τους μαθητές με ΕΜΔ είναι δύσκολο να φέρουν κάποιες εργασίες εις πέρας.

## Οι κυριότερες δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με ΕΜΔ στα μαθηματικά είναι:

- η κατανόηση των αριθμών και πώς λειτουργούν
- η κατανόηση των συμβόλων και να θυμούνται το λεξιλόγιο
- η κατανόηση των σχημάτων: συμμετρία, γεωμετρικό μέγεθος και πώς να τα χειριστούν
- αδύναμη μακροπρόθεσμη και βραχυπρόθεσμη μνήμη που είναι απαραίτητη για τις αυτόματες διαδικασίες υπολογισμού
- χρήση εργαλείων σχεδίασης λόγω ανεπαρκών κινητικών δεξιοτήτων
- δυσκολίες ανάγνωσης και οργάνωσης που κάνουν δύσκολη την επίλυση προβλημάτων και εργασιών που περιέχουν πολλά βήματα
- να θυμούνται τους πίνακες πολλαπλασιασμού που απαιτεί την δοκιμή πολλών συνδυασμών μέχρι να βρεθεί ο κατάλληλος

Για να γίνουν τα μαθηματικά περισσότερο φιλικά προς μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες απαιτείται αρχικά επικοινωνία με τον μαθητή: χρειάζεται να γνωρίζετε τι τους αρέσει, πώς προσεγγίζουν τις εργασίες και τι τους αποθαρρύνει κατά τη διαδικασία εκμάθησης.

## Ακολουθούν μερικές συμβουλές για τους δασκάλους που θα μπορούσαν να φανούν χρήσιμες για όλους τους μαθητές με ΕΜΔ.

- να χρησιμοποιείτε αντικείμενα που μπορούν να βοηθήσουν στην κατανόηση της γεωμετρίας
- να συμβουλευέτε τους μαθητές να διαβάζουν τα προβλήματα δυνατά και να τους βοηθάτε να χωρίσουν τις εργασίες σε μικρότερα βήματα
- να ξεκινάτε το μάθημα με περίληψη του τι πρόκειται να διδάξετε και να τελειώνετε με μια μικρή ανακεφαλαίωση των κυριότερων πληροφοριών
- βελτίωση της κατανόησης μέσω επεξήγησης και της υπενθύμισης του λεξιλογίου και των συμβόλων με ένα μαθηματικό λεξικό
- να μετριάζετε όσο το δυνατόν περισσότερο τις ασαφείς έννοιες των μαθηματικών μέσω της συσχέτισης των εργασιών με παραδείγματα από την καθημερινή ζωή και τη δυνατότητα εφαρμογής
- να χρησιμοποιείτε βιβλία και φωτοτυπίες μεγάλου μεγέθους και με μεγάλα διαστήματα ανάμεσα σε γραμμές και παραγράφους (συστήνονται διαστήματα γραμμών μεγέθους 1.5). Το μέγεθος γραμματοσειράς να είναι περίπου 12-14. Συστήνεται η χρήση γραμματοσειρών όπως Arial Comic Sans, Verdana, Tahoma, Century Gothic Και Trebuchet. Να θυμάστε ότι δεν ταιριάζει σε όλους το ίδιο μέγεθος και θα πρέπει να ελέγξετε ποιο ταιριάζει καλύτερα στους μαθητές σας.

Η χρήση της τεχνολογίας εικονικής πραγματικότητας παρέχει σημαντικές ευκαιρίες ενίσχυσης των δεξιοτήτων οπτικοποίησης που είναι απαραίτητες στην εκμάθηση των μαθηματικών. Η άλγεβρα βασίζεται σε ένα σύστημα γραπτών συμβόλων με συγκεκριμένο λεξιλόγιο, και απαιτεί εργασίες αυτόματου υπολογισμού, ενώ η γεωμετρία βασίζεται στην κατανόηση του σχήματος, της συμμετρίας, των γεωμετρικών μεγεθών, του τρόπου χειρισμού τους και του τρόπου σχεδίασής τους στο χαρτί

# Μη- τυπική μέθοδος στην εκμάθηση των μαθηματικών

Τα τελευταία χρόνια, το ζήτημα των μαθηματικών δεξιοτήτων έχει γίνει ιδιαίτερα σημαντικό. Χαρακτηρίζονται ως βασικές ικανότητες απαραίτητες τόσο σε προσωπικό επίπεδο όσο και για την ενεργή συμμετοχή στα κοινά, την κοινωνική ένταξη και τη δυνατότητα απασχόλησης σε μια κοινωνία που βασίζεται στη γνώση.

Οι πρώτες εμπειρίες των παιδιών είναι ζωτικής σημασίας, αλλά οι μαθητές συχνά φοβούνται τα μαθηματικά και κάποιοι αλλάζουν την κατεύθυνση της εκπαίδευσής τους για να τα αποφύγουν. Διαφορετικές μέθοδοι μπορούν να αποκαταστήσουν την αρνητική προδιάθεση απέναντι στα μαθηματικά, να επαναφέρουν την επιθυμία για μάθηση, να αυξήσουν το επίπεδο μάθησης και να προσφέρουν νέες ευκαιρίες μάθησης σύμφωνα με τις ανάγκες των μαθητών.

Έχει παρατηρηθεί τα τελευταία χρόνια μια αλλαγή στον τρόπο διδασκαλίας των μαθηματικών: **μία μη τυπική μέθοδος εκμάθησης με περισσότερες δραστηριότητες έρευνας και λιγότερες ασκήσεις υπολογισμού.**

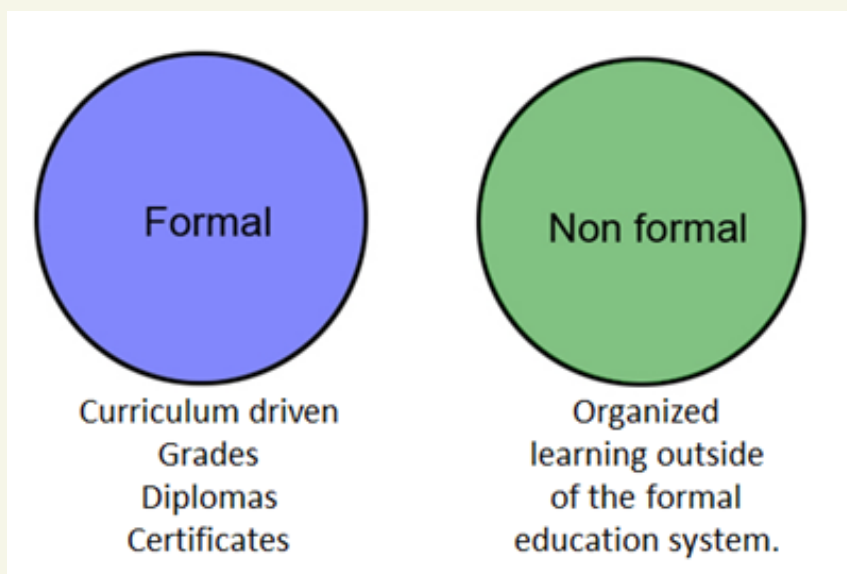
Οι μέθοδοι και οι τρόποι που χρησιμοποιούνται για την πρώτη επαφή των μαθητών με τα μαθηματικά έχουν σημαντική επίπτωση στον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές μαθαίνουν μέσα στην τάξη, καθώς επίσης και στην ποιότητα της εκμάθησης. Μπορούν επίσης να ενισχύσουν το επίπεδο κατανόησης των μαθητών και να τους βοηθήσουν να αριστεύσουν όσον αφορά τους κανόνες και τις διαδικασίες των μαθηματικών. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται μπορούν επίσης να επηρεάσουν την ευχαρίστηση που νιώθουν οι μαθητές καθώς μαθαίνουν, το οποίο σχετίζεται έμμεσα με το τι μαθαίνουν τόσο ποσοτικά όσο και ποιοτικά.

## Ορισμοί

Η τυπική και η μη τυπική εκπαίδευση αποτελούν δύο τρόπους αντίληψης της εκπαίδευσης. Ας ορίσουμε πρώτα τις δύο μεθόδους:

Η **τυπική μάθηση** προσδιορίζεται σε ένα οργανωμένο και δομημένο πλαίσιο (π.χ. σε ένα εκπαιδευτικό ίδρυμα ή στο χώρο εργασίας), και είναι ειδικά σχεδιασμένη ως δραστηριότητα μάθησης (αναφορικά με τους στόχους, τον χρόνο και τους πόρους).

Η **μη τυπική μάθηση** είναι ενσωματωμένη σε οργανωμένες δραστηριότητες που δεν είναι ειδικά σχεδιασμένες ως δραστηριότητες μάθησης (αναφορικά με τους στόχους, τον χρόνο και τους πόρους), αλλά επίσης περιέχουν σημαντικά στοιχεία μάθησης.



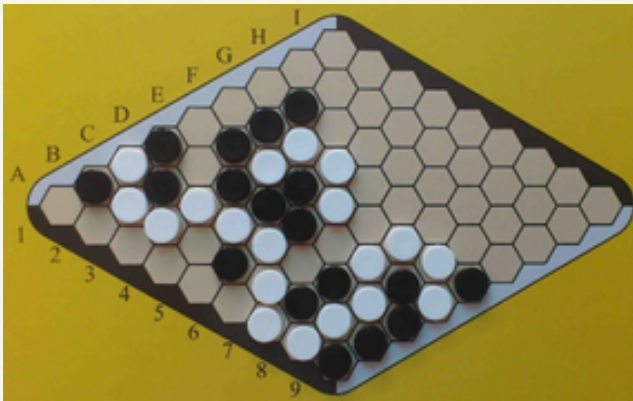
### Μη τυπική μάθηση και ευχάριστα μαθηματικά

Το να γίνουν τα μαθηματικά ευχάριστα δεν συνεπάγεται το να γίνουν πιο απλά ή να μειωθεί το επίπεδο μάθησης. Είναι εντυπωσιακό, το πώς περίπλοκες έννοιες μπορούν να μεταδοθούν μέσω του παιχνιδιού.

Τα ευχάριστα μαθηματικά αντικαθιστούν την υποχρέωση με την οδηγία. Ο μαθητής, το μόνο που χρειάζεται να κάνει είναι να ακολουθήσει μια οδηγία. Σύντομα καταλαβαίνει πως η σωστή κατανόηση των οδηγιών του επιτρέπει να επιτύχει αυτό που έχει επιχειρήσει να κάνει, όπως επισημαίνει η Stella Baruk, καθηγήτρια μαθηματικών και ερευνήτρια σε θέματα ψυχολογίας, στα βιβλία της σχετικά με την εκπαίδευση.

Στη συνέχεια είναι ζήτημα του μαθητή που συμμετέχει στη μαθησιακή διαδικασία να κατανοήσει και όχι απλώς να εφαρμόσει τους κανόνες που του έχουν επιβληθεί. Μέσω αυτού του τρόπου μετρίασης της αρνητικής προδιάθεσης έναντι των μαθηματικών, γίνεται δυνατή η επιστροφή στην τυπική μάθηση, εφόσον έχει αποκατασταθεί η εμπιστοσύνη.

Η έννοια του παιχνιδιού είναι αρκετά ευρεία, περιλαμβάνει τόσο τα παραδοσιακά παιχνίδια με έναν ή περισσότερους παίκτες (παιχνίδι Hex) μέχρι μαγικά κόλπα, οριγκάμι, γρίφους ή άλλες κατασκευές περιέργων αντικειμένων (όπως για παράδειγμα τα hexaflegons). Τα παιχνίδια αποτελούν έναν καλό τρόπο εκμάθησης μιας μαθηματικής έννοιας.



Jeu de Hex, source : images.math.cnrs.fr



Hexaflexagon, source : JustOrigami

### Παράδειγμα ενός ευχάριστου μαθήματος: το Τάνγκραμ

Το Τάνγκραμ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάπτυξη των δεξιοτήτων παρατήρησης των παιδιών και για να τα εισαγάγει στην γεωμετρία με έναν εμπειρικό και οπτικό τρόπο.

Η προέλευση αυτού του παιχνιδιού ανέρχεται στον 16ο αιώνα στην Κίνα: σύμφωνα με τον μύθο, ένα βασιλιάς, θαυμάζοντας το εκπληκτικό φαγεντιανό πλακάκι, κατά λάθος το έριξε κάτω και έσπασε σε 7 κομμάτια. Παρότι προσπαθούσε να φτιάξει το σπασμένο πλακάκι, δεν τα κατάφερε ποτέ, ωστόσο δημιούργησε χιλιάδες διαφορετικά σχέδια. Το παιχνίδι Τάνγκραμ πρόσφατα εισήχθη στη Δύση: τα πρώτα έργα που το αναφέρουν ανέρχονται στον 18ο αιώνα.

Ο κανόνας είναι απλός: έχοντας ακολουθήσει μια μέθοδο κατασκευής για τα κομμάτια του Τάνγκραμ, η οδηγία είναι η δημιουργία σχημάτων που αντιπροσωπεύουν χαρακτήρες, γεωμετρικά σχήματα, ζώα, γράμματα... Όλα τα κομμάτια πρέπει να χρησιμοποιηθούν και μπορούν μόνο να τοποθετηθούν το ένα δίπλα στο άλλο και όχι το ένα πάνω στο άλλο. Υπάρχουν πολλοί συνδυασμοί, περίπου 2000 γεωμετρικά σχήματα ή σχήματα που αντιπροσωπεύουν φιγούρες, άλλα περισσότερο και άλλα λιγότερο περίπλοκα.



Tangram, source : dhgate.com



## Ακόμη μια ευχάριστη μέθοδος: η ιστορία των μαθηματικών

Η ιστορία των μαθηματικών κάνει δυνατή την κατανόηση ορισμένων μαθηματικών εννοιών. Αυτή η μέθοδος δίνει έμφαση στη σημασία της μάθησης, που κινδυνεύει να χαθεί σύμφωνα με τους μαθητές. Αντί για έννοιες αποστασιοποιημένες από την ζωή, η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει την αξία της συνεισφοράς των μαθηματικών στην εξέλιξη της ανθρωπότητας και στον πολιτισμό. Η χρήση της ιστορίας των μαθηματικών αποτελεί επίσης έναν αποτελεσματικό τρόπο δημιουργίας κινήτρων μέσω των μαθηματικών ανακαλύψεων ως μέρος της ανθρώπινης περιπέτειας. Έτσι ο μαθητής αποκτά την επιθυμία να κατανοήσει σε βάθος για παράδειγμα τον Θαλή και τον υπολογισμό του ύψους της πυραμίδας, τον Ερατοσθένη και την μέτρηση της περιφέρειας της γης ή το τελευταίο σημαντικό Θεώρημα του Pierre Fermat.

### Συμπεράσματα

Το επίπεδο κινήτρων στην εκμάθηση των μαθηματικών είναι ένα βασικός καθοριστικός παράγοντας της ακαδημαϊκής απόδοσης των μαθητών. Οι εθνικές στρατηγικές προς αύξηση των κινήτρων των μαθητών οργανώνονται σχεδόν στις μισές ευρωπαϊκές χώρες.

Η βελτίωση δεν είναι απαραίτητα άμεση, αλλά μόλις αποκατασταθεί η εμπιστοσύνη και προσφερθούν εργαλεία κατάλληλα για σωστή κατανόηση, αλλάζει ο τρόπος σκέψης και η στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά.

Σύμφωνα με τη Stella Baruk, τα παιδιά μπορούν να ενθουσιαστούν με ένα μάθημα από την πρώτη κιόλας τάξη. Τα μαθηματικά είναι χρήσιμα και απαραίτητα σε ολόένα και περισσότερους τομείς, στην πληροφορική και φυσικά σε όλη την οικονομία: στατιστικές, γεωμετρία, πιθανότητες κτλ.

Η προώθηση της επιστημονικής μεθόδου μέσω των κατάλληλων μέσων συνεπάγεται την προώθηση της δημιουργικότητας, καθώς και την ενίσχυση της εκπαίδευσης και της οικονομίας.



Eratosthenes research, source : gerard-verhoest.com



Mathematics careers, source : tun.com



# Πώς θα πείσετε ένα δάσκαλο να χρησιμοποιήσει μη-τυπικές μεθόδους εκμάθησης;

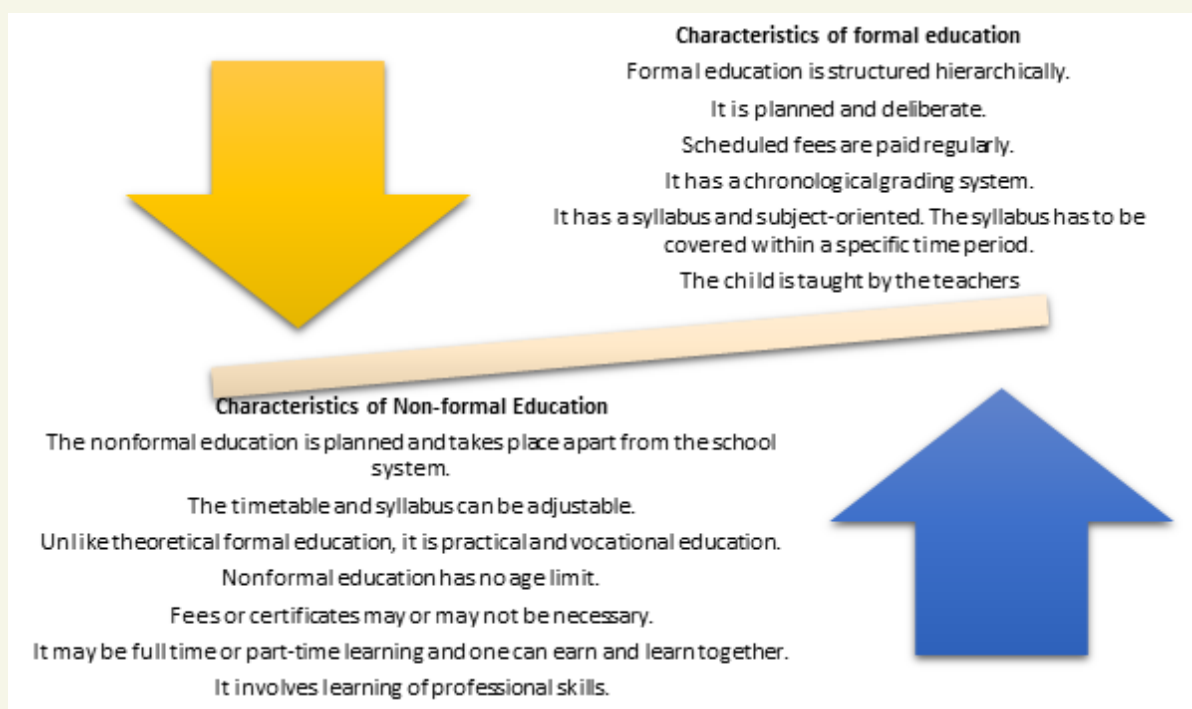
Τα τελευταία χρόνια, προσπαθούμε να βρούμε τρόπους για να παρακινήσουμε και να πείσουμε τους μαθητές πως τα μαθηματικά μπορούν να είναι διασκεδαστικά και ευχάριστα. Επιπλέον, θέλουμε να συμμετέχουν ενεργά στην εκπαιδευτική διαδικασία, ωστόσο δεν βρίσκουμε πάντα τα κατάλληλα μέσα για να το πετύχουμε.

**Οι εκπαιδευτικοί της τυπικής μάθησης** συχνά προσπαθούν να επιβληθούν στους μαθητές μέσω της διδασκαλίας. Τα μαθήματα είναι αρκετά δομημένα έτσι ώστε οι μαθητές να μαθαίνουν χωρίς περισπασμούς. Η τυπική μάθηση συχνά λαμβάνει χώρα αποκλειστικά στην αίθουσα μέσω της παροχής υλικού στους μαθητές, ειδικά σχεδιασμένο για το κάθε μάθημα για όλη την ακαδημαϊκή χρονιά. Μόλις οι μαθητές ολοκληρώσουν την μια χρονιά, συνεχίζουν στο επόμενο ακαδημαϊκό επίπεδο.

**Η μη τυπική μάθηση**, από την άλλη πλευρά, αποτελεί εσκεμμένη ατομική επιλογή και λαμβάνει χώρα σε οποιονδήποτε εκπαιδευτικό οργανισμό, ακόμη και σε εθελοντικό πλαίσιο, σε εθνικές δημόσιες υπηρεσίες, σε ιδιωτικές κοινωνικές υπηρεσίες και επιχειρήσεις. Έτσι, η μη τυπική εκπαίδευση αποτελεί κάθε είδος δομημένης και οργανωμένης μάθησης που καθιερώνεται και διοργανώνεται εσκεμμένα από ένα εκπαιδευτικό φορέα, **αλλά που δεν παρέχει επίσημο τίτλο εκπαίδευσης που να αναγνωρίζεται από τις εθνικές εκπαιδευτικές αρχές.** Άτομα όλων των ηλικιών μπορούν να συμμετάσχουν στην μη τυπική εκπαίδευση που παρέχεται μέσω μαθημάτων, εργαστηρίων και σεμιναρίων.

Η πλειοψηφία των εκπαιδευτικών θεωρεί πιο εύκολη την τυπική μέθοδο, καθώς υπάρχει πληθώρα διδακτικού υλικού που μπορεί να τους βοηθήσει. Επιπλέον, και οι ίδιοι έχουν εκπαιδευτεί με την τυπική μέθοδο και ορισμένοι από αυτούς δεν έχουν ποτέ δει ή βιώσει την μη τυπική μέθοδο. Μέσω της επανεκπαίδευσης, η Ευρωπαϊκή Ένωση προσπαθεί να πείσει τους εκπαιδευτικούς να χρησιμοποιούν καινοτόμες μεθόδους διδασκαλίας και σε βαθμό που τους εξυπηρετούν. Σύμφωνα με τη δική μου εμπειρία, οι εκπαιδευτικοί επιστρέφουν ενθουσιασμένοι στα σχολεία και για μερικές εβδομάδες προσπαθούν να εισαγάγουν τις μη τυπικές μεθόδους στην καθημερινή διδασκαλία. Ωστόσο, η διαδικασία γίνεται δύσκολη όταν αντιληφθούν πως το εκπαιδευτικό υλικό είναι δυσεύρετο, και πως οι συνάδελφοι εκπαιδευτικοί αντιμετωπίζουν τις μεθόδους αυτές με καχυποψία.

Η διαδικασία δυσκολεύει ακόμη περισσότερο όταν πρέπει να συσχετίσουν τις μη τυπικές μεθόδους με τις τυπικές διαδικασίες των εξετάσεων. Αυτό τους κάνει να αναρωτιούνται : είναι η μη τυπική μέθοδος τελικά δυνατή; Μπορώ να διδάξω χωρίς αυτήν; Αυτό είναι φυσικά δυνατό, ωστόσο ο κύριος στόχος της διδασκαλίας είναι η γνώση και η ευημερία των μαθητών. Υπάρχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα όσον αφορά τις τυπικές και μη τυπικές μεθόδους διδασκαλίας, και ως ανθρώπινα όντα, τείνουμε πάντα να επιλέγουμε τον εύκολο τρόπο. Οι εκπαιδευτικοί που δεν είναι πρόθυμοι να εγκαταλείψουν εύκολα τις τυπικές μεθόδους πρέπει είναι καλά ενήμεροι σχετικά με την μη τυπική μέθοδο διδασκαλίας σε σύγκριση με την τυπική.



Η τυπική μάθηση πράγματι λειτουργεί, είμαστε όλοι τα ορατά αποτελέσματα αυτής. Ωστόσο οι ειδικοί σε όλο τον κόσμο προσπαθούν να αφυπνίσουν τον κόσμο: η εκπαίδευση είναι πολύ σημαντική και πρέπει να είναι προσανατολισμένη προς τους μαθητές, καθώς αυτοί θα δημιουργήσουν τον κόσμο στον οποίο θα ζούμε εμείς σε μεγαλύτερη ηλικία. Σύμφωνα με τον Ken Robinson: « Οι ανθρώπινοι πόροι είναι σαν τους φυσικούς πόρους, συχνά θάβονται βαθιά. Πρέπει να ψάξεις για να τους βρεις, δεν παραμένουν στην επιφάνεια. Πρέπει να δημιουργήσεις τις κατάλληλες συνθήκες ώστε να εμφανιστούν.» Το να στέκεται κάποιος μπροστά από παιδιά ή εφήβους και να τους μιλάει για επιστήμες, λογοτεχνία ή οποιοδήποτε άλλο μάθημα δεν αποτελεί την εικόνα ενός εξερευνητή. Οι συνθήκες στις οποίες αναφέρεται ο Ken Robinson δημιουργούνται μέσα από τις μη τυπικές μεθόδους, όπως δραστηριότητες που συναρπάζουν τους μαθητές μέσω της χρήσης της Εικονικής Πραγματικότητας, που θα τους βοηθήσει να οπτικοποιήσουν και να γνωρίσουν έννοιες οι οποίες μέχρι τώρα τους φαίνονταν ασαφείς.

Από ψυχολογική άποψη, η εκμάθηση των μαθηματικών μπορεί να είναι αρκετά δύσκολη. Υπάρχει μια πάθηση που ονομάζεται δυσαριθμησία, η οποία δυσκολεύει τους ανθρώπους να κάνουν μαθηματικές πράξεις και εργασίες που περιλαμβάνουν μαθηματικά. Υπολογίζεται ότι περίπου το 5 με 10% των ανθρώπων πιθανώς πάσχουν από δυσαριθμησία. Η πάθηση αυτή δεν επηρεάζει μόνο τα παιδιά αλλά συνεχίζεται και στην ενήλικη ζωή και μπορεί να επηρεάσει την ποιότητα ζωής των ανθρώπων. Μέσω εναλλακτικών, μη τυπικών μεθόδων διδασκαλίας και εκμάθησης των μαθηματικών, εμείς ως δάσκαλοι μπορούμε να ενισχύσουμε την αυτοπεποίθηση των παιδιών και να καταφέρουμε να μειώσουμε τον αριθμό των ατόμων που εγκαταλείπουν πρόωρα το σχολείο.

Πώς λοιπόν μπορείτε να πείσετε τους δασκάλους των μαθηματικών να χρησιμοποιούν μη τυπικές μεθόδους; Η διαδικασία είναι χρονοβόρα και μερικές φορές κουραστική. Πρώτα, σιγουρευτείτε πως γνωρίζουν τι είναι η μη τυπική μέθοδος. Έπειτα, διδάξτε τους το ίδιο πράγμα με την τυπική και την μη τυπική μέθοδο. Εκεί θα καταλάβουν την διαφορά. Το επόμενο βήμα περιλαμβάνει το διαθέσιμο εκπαιδευτικό υλικό, που κυρίως βρίσκεται στο διαδίκτυο (για παράδειγμα <https://www.ixl.com/>). Οι εκπαιδευτικοί αγαπούν τις προκλήσεις και ίσως θελήσουν να διδάξουν σε δύο τάξεις της ίδιας ηλικιακής ομάδας χρησιμοποιώντας τις διαφορετικές μεθόδους, την τυπική και την μη τυπική. Με αυτόν τον τρόπο θα αντιληφθούν ότι η μη τυπική μέθοδος είναι αποτελεσματική και ευχάριστη όχι μόνο για τους μαθητές αλλά και για τους ίδιους. Τέλος, ζητήστε τους να κάνουν μια αναφορά στο τέλος αυτής της διαδικασίας. Εάν κυλήσει ομαλά η διαδικασία, τα πλεονεκτήματα της χρήσης της μη τυπικής μεθόδου θα είναι περισσότερα από τα μειονεκτήματα.

**Επομένως δάσκαλοι να είστε γενναίοι, νέοι εξερευνητές ενός νέου και μοντέρνου κόσμου, θα το λατρέψετε!**

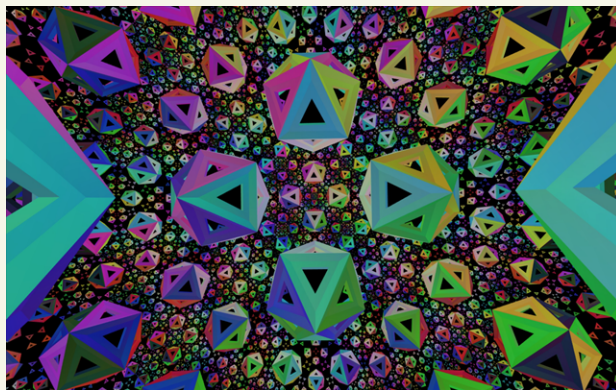
# Διαφορετικοί κόσμοι στην Εικονική Πραγματικότητα

Η σπουδαίες δυνατότητες της τεχνολογίας Εικονικής Πραγματικότητας μπορούν να αναδειχθούν πλήρως όταν δημιουργούμε μια ρεαλιστική προσομοίωση του κόσμου μας. Ωστόσο υπάρχει μια ακόμα πιο ενδιαφέρουσα χρήση της ΕΠ, η οποία δεν συγκρίνεται με τίποτα άλλο: η προσομοίωση των μαθηματικών χώρων, όπως ο υπερβολικός χώρος, οι τετραδιάστατοι κόσμοι ή ο χωρόχρονος του Einstein.

Οπότε, φορέστε το σετ ΕΠ σας και ας παρατηρήσουμε από κοντά κάτι που δεν έχετε ξαναδεί!

## 1) ΕΠ Υπερβολής

Αν μελετάτε ή αν μόλις ακούσατε κάτι για τη μη-Ευκλείδεια γεωμετρία και θέλετε να τη δείτε, δεν μπορείτε να χάσετε την ΕΠ Υπερβολής, έναν εναλλακτικό κόσμο που δημιουργήθηκε από τους Hart, Hawksely, Matsumoto και Segerman. Αν επισκεφτείτε το [h3.hypernom.com](http://h3.hypernom.com) θα έχετε την ευκαιρία να περιηγηθείτε σε αυτόν τον εναλλακτικό κόσμο, όπου δεν ισχύουν οι βασικοί κανόνες γεωμετρίας που γνωρίζουμε: βιώνετε, για παράδειγμα, πως οι παράλληλες γραμμές μπορούν να συναντηθούν ή να απομακρυνθούν.



Εικόνα 1: Μη-Ευκλείδεια εικονική πραγματικότητα |εξερευνήσεις του H3  
(Ανακτήθηκε στις 26 Μαρτίου 2020 από: <https://arxiv.org/pdf/1702.04004.pdf>)

Αφού εισέλθετε σε αυτόν τον κόσμο, μπορείτε να κατανοήσετε ευκολότερα τη μη-Ευκλείδεια γεωμετρία από το να αναλύετε αφηρημένα μαθηματικά μοντέλα και τύπους... και αν θεωρείτε ότι κάτι τέτοιο είναι περίεργο, με καμία επαφή με την πραγματικότητα, απλά θυμηθείτε ότι το ίδιο το Σύμπαν είναι ένας μη-Ευκλείδειος χώρος!

## 2) Τετραδιάστατα Παιχνίδια

Έχετε βαρεθεί τα συνηθισμένα τρισδιάστατα παιχνίδια σας; Αναζητάτε κάτι καινούργιο; Η τέταρτη διάσταση είναι εδώ για να σας συνεπάρει! Τα Τετραδιάστατα Παιχνίδια αποτελούν μια πολύ διαδραστική εμπύθιση στον τετραδιάστατο κόσμο: θα πρέπει να μετακινείτε αντικείμενα στην τέταρτη διάσταση, σηκώνοντάς τα και έπειτα, ακουμπώντας στην επιφάνεια αφής με το δάχτυλό σας, να τα πηγαινοφέρνετε στον τετραδιάστατο χώρο. Για το κάθε αντικείμενο που πιάνετε και μετακινείτε στον τετραδιάστατο χώρο, εμφανίζονται οδηγίες.



Εικόνα 2: Τετραδιάστατα Παιχνίδια  
(Η εικόνα είναι ευγενική χορηγία του mtb design works, inc.)

Σε αυτόν τον παράξενο κόσμο, εμείς, ως τρισδιάστατα όντα, μπορούμε να δούμε μόνο ένα μέρος ενός τετραδιάστατου αντικειμένου: για αυτό το λόγο, τα τετραδιάστατα παιχνίδια «αλλάζουν το σχήμα τους» καθώς κινούνται, αλλά μόνο επειδή δεν μπορούμε να αντιληφθούμε την τέταρτη διάσταση. Ακόμα σας φαίνεται περίπλοκο; Νιώθετε ότι ζείτε στην Επιπεδοχώρα και μιλάτε στη Σφαίρα; Ίσως να είναι ευκολότερο να βιώσετε την τέταρτη διάσταση από το να προσπαθείτε να τη φανταστείτε!

## 3) Καπετάν-Einstein

Μπορείτε να φανταστείτε έναν κόσμο όπου η ταχύτητα φωτός είναι 10 χλμ. την ώρα; Και, αν μπορείτε, μπορείτε να φανταστείτε πως θα έμοιαζε ο κόσμος γύρω σας, όσο σταδιακά πλησιάζετε την ταχύτητα φωτός; Λοιπόν, το Πανεπιστήμιο Ghent δημιούργησε τον Καπετάν-Einstein, μια ταινία ΕΠ που επιτρέπει την οπτικοποίηση των επιδράσεων της Θεωρίας της Σχετικότητας του Einstein κατά τη διάρκεια μιας βαρκάδας στην πόλη: ουράνια τόξα στον ουρανό εξαιτίας της υπέρυθρης ακτινοβολίας και την αλλοίωση του χρωχρόνου.



Εικόνα 3: Καπετάν-Einstein- Αυθεντική βαρκάδα από το 1905  
(Η εικόνα ανακτήθηκε από <http://captaineinstein.org/>)

Η εμπειρία της ΕΠ σας προσφέρει την ευκαιρία να βιώσετε τη Θεωρία της Σχετικότητας βλέποντας τις επιδράσεις της στο περιβάλλον. Και, μετά από αυτό, αν πραγματικά θέλετε να καταλάβετε τι συμβαίνει στο παρασκήνιο μιας τέτοιας ταινίας, μπορείτε να κάνετε μια ακόμη βόλτα (αυτή τη φορά, με τους δικούς σας ρυθμούς) στο <http://captaineinstein.org/>.

Για περισσότερα νέα ΕΠ, δείτε το Twitter μας: [Twitter/MathRealit](https://twitter.com/MathRealit)



# Πως θα έμοιαζε μια ιδανική τάξη τον 21ο αιώνα;

*Συγγραφέας: Lidija Kozina, Principal Srednja škola Ivanec in Croatia*

Η εκπαίδευση του 21ου αιώνα πρέπει να παρέχει στους μαθητές τις δεξιότητες που απαιτούνται για να επιτύχουν σε έναν νέο κόσμο που αλλάζει σε ταχείς ρυθμούς και να τους βοηθά να ενισχύσουν την αυτοπεποίθησή τους εξασκώντας αυτές τις δεξιότητες. Η εκπαίδευση επηρεάζεται από τις κοινωνικές και πολιτισμικές τάσεις και τις εξελίξεις της τεχνολογίας πληροφοριών και επικοινωνίας. Επομένως, όλο και περισσότερα σχολεία επανασχεδιάζουν τις τάξεις τους, σύμφωνα με τις ανάγκες των μαθητών του 21ου αιώνα.

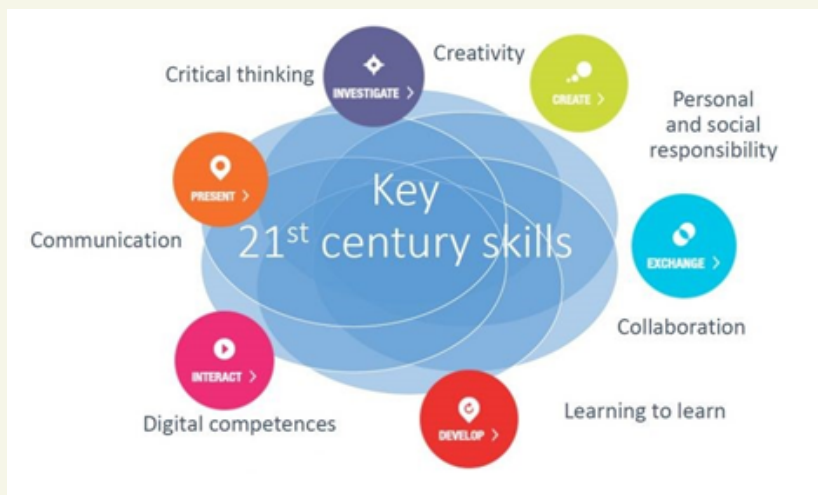
Το μαθησιακό περιβάλλον έχει μεγάλη επίδραση στη διδασκαλία και στη μάθηση, συνεπώς οι τάξεις πρέπει να προσαρμόζονται για να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της κριτικής σκέψης, της δημιουργικότητας, της επικοινωνίας και του συνεργατικού πνεύματος που θα χρειαστούν οι μαθητές στην επαγγελματική και προσωπική τους ζωή. Η νέα έννοια της τάξης του 21ου αιώνα θα πρέπει να επικεντρώνεται στη δημιουργία ενός εξατομικευμένου, μαθητοκεντρικού, ευέλικτου, ενθαρρυντικού και εμπνευστικού μαθησιακού περιβάλλοντος που ενσωματώνει ψηφιακές τεχνολογίες προκειμένου να θεμελιώσουν δεξιότητες για την μελλοντική τους επιτυχία. Τα σχολεία που πραγματοποιούν έστω μια απλή αλλαγή, μπορούν να συνεισφέρουν σημαντικά στη δημιουργία μιας θετικής σχολικής κουλτούρας και να έχουν σπουδαίο αντίκτυπο στη διδασκαλία και στη μάθηση



Πηγή: <http://fcl.eun.org/blog>



Όταν σκέφτονται τον επανασχεδιασμό και την προσαρμογή των μαθησιακών χώρων προκειμένου να δημιουργηθεί ένα διαδραστικό και δημιουργικό μαθησιακό περιβάλλον και να εισαχθεί η καινοτόμος παιδαγωγική μέσω της τεχνολογίας, τα σχολεία συχνά ανατρέχουν στο «European Schoolnet Future Classroom Lab», το οποίο είναι ένα μαθησιακό περιβάλλον στις Βρυξέλλες που αποτελεί πηγή έμπνευσης. Σύμφωνα με το μοντέλο τους, ο τρόπος για την ενίσχυση των δεξιοτήτων του 21ου αιώνα των μαθητών, είναι ο σχεδιασμός έξι ζωνών μάθησης στην τάξη: έρευνα, δημιουργία, παρουσίαση, αλληλεπίδραση, ανταλλαγή και ανάπτυξη.



<http://fcl.eun.org/blog>

Οι έξι ζώνες μάθησης αντανακλούν το τι θα πρέπει να εμπειριέχει η σωστή διδασκαλία: τη σύνδεση, την εμπλοκή και την πρόκληση. Μια ιδανική τάξη θα πρέπει να έχει διάφορες ζώνες μάθησης όπου οι μαθητές θα μπορούν να είναι ενεργοί και να υποστηρίζει διαφορετικών ειδών μάθηση με τη χρήση τεχνολογίας, επομένως τα έπιπλα πρέπει να είναι ευέλικτα και να αναδιατάσσονται με ευκολία.



<http://www.eun.org/professional-development/future-classroom-lab>

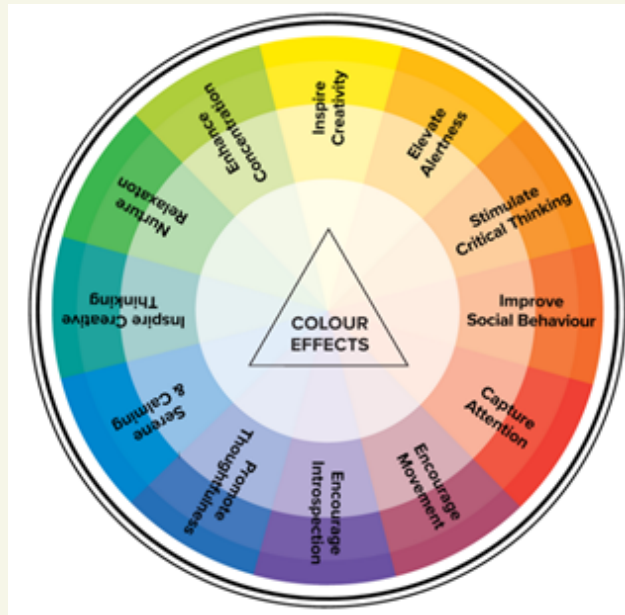
Ανοιχτοί και πολύχρωμοι χώροι, ευέλικτα έπιπλα και σύγχρονες τεχνολογίες εξασφαλίζουν μια διαδραστική διδασκαλία και μάθηση. Διαφορετικές ζώνες μάθησης εξασφαλίζουν την κινητικότητα των μαθητών, την αρθρωτή μορφή, την ευελιξία των επίπλων και την ασφαλή και αόρατη χρήση της τεχνολογίας. Ο ρόλος του καθηγητή συνεπώς αλλάζει σε αυτόν του συντονιστή, παρέχοντας βοήθεια και όντας δημιουργικός στο σχεδιασμό δραστηριοτήτων για τους μαθητές, κάνοντας όσο το δυνατόν καλύτερη χρήση των πόρων της τάξης. Ο καθηγητής μπορεί να οργανώσει διαφορετικές δραστηριότητες για τους μαθητές, οι οποίες τους παρακινούν να είναι ενεργοί συμμετέχοντες στη μάθηση. Οι δραστηριότητες μπορούν να υλοποιηθούν την ίδια στιγμή εξαιτίας του αρθρωτού εξοπλισμού της τάξης και οι μαθητές μπορούν να συνεργαστούν με ευκολία και να επικοινωνήσουν χρησιμοποιώντας διαφορετικά τεχνολογικά μέσα.

Η ένταξη της τεχνολογίας στην εκπαίδευση ανοίγει νέες και ευρείες δυνατότητες για την επίτευξη στόχων με διαφορετικό τρόπο από ότι ήταν εφικτό παλιότερα. Επιτρέπει στον καθηγητή να διδάξει διαδραστικά με επίκεντρο το μαθητή. Μπορεί να ενσωματωθεί σε καθημερινές τάξεις και προσφέρει μια σειρά ευκαιριών για την ενίσχυση της διδασκαλίας και των μαθησιακών χώρων. Τα μαθήματα γίνονται πιο προσεγγιστικά στους μαθητές και η διδασκαλία και η μάθηση πιο ενδιαφέρουσες και εύστοχες.



High school Ivanec

Ο σχεδιασμός της τάξης πρέπει να προσφέρει μια ευχάριστη και συναρπαστική εμπειρία, επομένως τα χρώματα της τάξης είναι επίσης σημαντικά. Τα χρώματα της τάξης επιδρούν σημαντικά στα μαθησιακά αποτελέσματα, στην ανάπτυξη του εγκεφάλου, στην προσοχή, στο κίνητρο και τη συμμετοχή των μαθητών. Η επιλογή των σωστών χρωμάτων μπορεί να αλλάξει το περιβάλλον και να το κάνει μοντέρνο και συναρπαστικό, αλλά η επιλογή διαφορετικών χρωμάτων θα έχει και διαφορετική επίδραση στους μαθητές.



Όλο και περισσότερα σχολεία αναγνωρίζουν την ανάγκη δημιουργίας καινοτόμων μαθησιακών χώρων όπου οι μαθητές μπορούν να μάθουν με καινούργιους τρόπους, που τους εμπλέκουν, τους εμπνέουν και τους παρέχουν κίνητρο. Επομένως, είναι ξεκάθαρο ότι σε αυτούς τους χώρους οι μαθητές δεν πρέπει απλά να ψυχαγωγούνται αλλά να συμμετέχουν ενεργά, προκειμένου να εγκαθιδρύσουν το θεμέλιο της δια-βίου μάθησης και να προετοιμάσουν τους μαθητές για τις ταχείες αλλαγές και δεξιότητες για τον 21ο αιώνα.



# Προσαρμογή της τάξης για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες

*Πως να προσαρμόσετε την τάξη ώστε όλοι οι μαθητές να νιώθουν καλά και να αποδίδουν όσο το δυνατόν καλύτερα;*

Τα τελευταία χρόνια έχουμε συνειδητοποιήσει ότι ένας μαθητής δεν μαθαίνει με τον ίδιο τρόπο ή ρυθμό με έναν άλλον μαθητή. Στις μέρες μας, αν ένας μαθητής αντιμετωπίζει δυσκολίες στη μάθηση, ευτυχώς δεν κατηγοριοποιείται πλέον ως ακαδημαϊκά αποτυχημένος μαθητής. Προτού ανατραπεί μια τέτοια πρόταση, συνιστάται να απευθύνετε το μαθητή σε έναν ειδικό (σε λογοθεραπευτή ή ψυχολόγο).

Ο ρόλος του ειδικού είναι να αναγνωρίσει ποια μαθησιακή διαταραχή μπορεί να αντιμετωπίζει ο μαθητής και πως να τον βοηθήσει να την ξεπεράσει. Κάποια παιδιά έχουν διαταραχές προσοχής, άλλα έχουν συγκεκριμένες μαθησιακές δυσκολίες όπως είναι η δυσλεξία, ή δυσαριθμησία, η δυσπραξία... Ο μαθητής μπορεί να έχει μια ή περισσότερες διαταραχές την ίδια στιγμή. Και σε αυτήν την περίπτωση δεν υπάρχουν κανόνες ή νόρμες.

Συνιστάται οι καθηγητές να προσαρμόσουν τόσο τη διδασκαλία όσο και το περιβάλλον της τάξης προκειμένου να αναπτυχθεί και να μάθει ο κάθε μαθητής σε καλές συνθήκες. Φυσικά, δεν εξαρτάται μόνο από τον καθηγητή να λάβει αυτά τα μέτρα. Αυτά πρέπει να συζητηθούν πρωτίτερα με τους ειδικούς που παρακολουθούν τα παιδιά, με τους γονείς των παιδιών και τα υπόλοιπα παιδιά της τάξης. Για την ακρίβεια, προκειμένου η προσαρμοσμένη εκπαίδευση να είναι αποδεκτή, κατανοητή και αποτελεσματική πρέπει να εφαρμόζεται όσο πιο αρμονικά γίνεται, χωρίς να προκαλεί σε κάποιον συναισθήματα ταραχής, προνομίου ή αμέλειας.

Για τους μαθητές με μαθησιακές διαταραχές, αυτές οι προσαρμογές είναι απαραίτητες. Όπως ένας μαθητής μπορεί να χρειάζεται γυαλιά για να διαβάσει, έτσι και τα παιδιά με μαθησιακές διαταραχές χρειάζονται ειδική ύλη και δομή. Επιπρόσθετα, πρέπει να αναφερθεί ότι κάποιες προσαρμογές είναι πολύ ωφέλιμες για όλη την τάξη, επομένως οι μη-ΔΥΣ μαθητές θα έχουν μια εξίσου θετική εμπειρία μάθησης. Είναι επίσης σημαντικό οι άλλοι μαθητές να γνωρίζουν και να καταλαβαίνουν τι μπορεί να βιώνουν κάποιοι από τους συμμαθητές τους. Αυτό το βήμα είναι απαραίτητο ώστε να αποδεχθούν τη βοήθεια που τους προσφέρεται, χωρίς οι υπόλοιποι μαθητές να αντιλαμβάνονται κάτι τέτοιο ως κλέψιμο ή αδικία.

Για να διευκολυνθεί η ευαισθητοποίηση, ο καθηγητής θα πρέπει να αναφερθεί στην τάξη στην ιδέα της ενσυναίσθησης. Για να αναπτύξει κανείς ενσυναίσθηση, πρέπει αρχικά να καταλαβαίνει. Η σύντομη άσκηση ανάγνωσης είναι ένας απλός και αποτελεσματικός τρόπος για να δείξετε και να καταλάβετε τι βλέπει ένα δυσλεκτικό άτομο όταν διαβάζει ένα κείμενο:

**Inclusion is the conscious and purposeful uoiεεω of an intercscctional environment in which cvcry pcerson is valucd, connctcd and cngagcd. Pccple havc control of thcir own subbort and making thcir own dccisions. That mcans cvcryody gcts thc support thcy nccd in thc way thcy want it. Whcn pcople choosc to participatc, thcy do so without cxpcricncing rcstrictions or suoιεεωιι of any kind, including prcjudicc and qiscriminaticn.**

Αυτό βλέπει ένα δυσλεκτικό άτομο όταν διαβάζει ένα κείμενο. Τα γράμματα είναι ανεστραμμένα, μπερδεμένα, ανακατωμένα.

Με αυτού του είδους την άσκηση αναφορικά με την ενσυναίσθηση, ο καθηγητής μπορεί με ευκολία να αγγίξει την ουσία του προβλήματος και να ξεκινήσει συζητήσεις κατά τις οποίες όλοι μπορούν να εκφράσουν τα ερωτήματά τους, τις αμφιβολίες τους ή τους φόβους τους.

Ανάμεσα στα τεχνολογικά εργαλεία που βοηθούν στην ανάπτυξη της ενσυναίσθησης, η ΕΠ μπορεί επίσης να είναι αποτελεσματική «Όντας κάποιος άλλος – μπορείτε να βρείτε περισσότερα σχετικά με αυτό στο προηγούμενό μας άρθρο «Η ΕΠ ως μια 'μηχανή ενσυναίσθησης'.»



Source: [https://www.freepik.com/free-vector/boy-girls-school-classroom\\_4770653.htm#page=1&query=classroom&position=34](https://www.freepik.com/free-vector/boy-girls-school-classroom_4770653.htm#page=1&query=classroom&position=34)  
<a href="https://www.freepik.com/free-photos-vectors/school">School vector created by stockgiu - www.freepik.com</a>

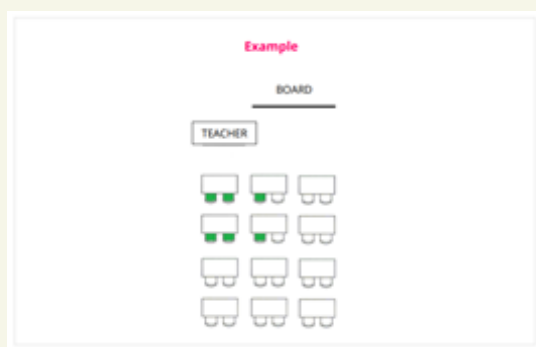


Πέρα από την απλή ενσυναίσθηση και κατανόηση, υπάρχει ένα σύνολο προσαρμογών της τάξης που μπορούν να γίνουν, απλές και ωφέλιμες για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες και άλλους.

Κάποια παραδείγματα:

### Για τη διάταξη της τάξης:

Δημιουργήστε ένα πλάνο τάξης και τοποθετήστε τους μαθητές με διαταραχές προσοχής ή δυσκολίες στην ανάγνωση στις πρώτες σειρές. Κάτι τέτοιο τους προστατεύει από αντιπερισπασμούς που δημιουργούν οι πόρτες, τα παράθυρα και η υπόλοιπη τάξη και τους επιτρέπει να βλέπουν καλύτερα τον πίνακα. Το να είναι κοντά στον καθηγητή μπορεί επίσης να τους καθησυχάσει και να τους παροτρύνει να συμμετέχουν.



### Για τα μαθήματα:

Οι μαθητές με ΔΥΣ διαταραχές ίσως δυσκολεύονται να οργανώνουν το χρόνο, το χώρο και τις ιδέες τους.

Η εγκαθίδρυση ενός δομημένου πλάνου στην αρχή του μαθήματος, μπορεί να τους βοηθήσει να μη χαθούν στην πορεία. Το πλάνο είναι επίσης χρήσιμο για μαθητές χωρίς μαθησιακές δυσκολίες.

Για να ενισχυθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη τους, ο καθηγητής μπορεί να παρέχει στους μαθητές τις επικεφαλίδες με μια σύντομη περιγραφή του κάθε κεφαλαίου και τα βασικά σημεία πριν το μάθημα.

### Κατά τις αξιολογήσεις:

Οι προσαρμογές που παρέχονται για τους ΔΥΣ μαθητές πρέπει να παρέχονται και για τις αξιολογήσεις.

Αν οι ΔΥΣ μαθητές έχουν συνηθίσει στη χρήση κατάλληλου υλικού ή στη χρήση συγκεκριμένων εργαλείων στην τάξη γενικά, αυτές οι προσαρμογές πρέπει να διατηρηθούν και κατά τη διάρκεια των αξιολογήσεων.



## Η χρήση τεχνολογίας:

Υπάρχουν μερικά απλά εργαλεία που μπορούν να είναι πολύ χρήσιμα για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Ωστόσο, πρέπει πάντα να έχετε κατά νου ότι πριν επιτρέψετε τη χρήση αυτών των εργαλείων, είναι πολύ σημαντικό να τα παρουσιάσετε σε ολόκληρη την τάξη και να εξηγήσετε την κατάσταση. Για να καθησυχάσετε τους μαθητές που μπορεί να αισθάνονται ενοχλημένοι ή για να ενθαρρύνεται τον μαθητή που μπορεί να αισθάνεται πολύ διαφορετικός, ο διάλογος είναι το καλύτερο όπλο.

## Ανάμεσα στα εργαλεία:

- Μια συσκευή ηχογράφησης (απλή λειτουργία ηχογράφησης τηλεφώνου), ώστε ο μαθητής να μην χάσει τίποτα από το μάθημα και να ολοκληρώσει την καταγραφή σημειώσεων στο σπίτι, αν χρειαστεί.
- Χρησιμοποιήστε λογισμικό ανάγνωσης (όπως το Kurtzweil 3000 ή το Medialexie)
- Η χρήση ενός υπολογιστή με λογισμικό επεξεργασίας κειμένου, εάν ο γραφικός χαρακτήρας είναι δυσανάγνωστος, για λόγους συντονισμού ή λεπτών κινητικών δεξιοτήτων.

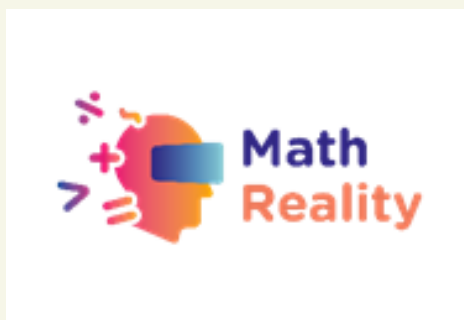
Και όσο παράξενο φαίνεται, η χρήση της εικονικής πραγματικότητας μπορεί να είναι επωφελής για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Δείτε το άρθρο: «Πώς η ΕΠ μπορεί να είναι ωφέλιμη για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες;»

Συμπερασματικά, πρέπει να σημειωθεί ότι τα παραδείγματα είναι ανεξάντλητα. Υπάρχουν πολλοί, λίγο-πολύ απλοί και προσιτοί τρόποι για να καταστεί η εκπαίδευση προσιτή και επωφελής για όλους. Και πάλι, πρέπει να θυμόμαστε ότι η διδασκαλία από μόνη της δεν πρέπει να είναι ο μόνος τρόπος για να καλυφθούν οι ανάγκες ενός ή περισσότερων μαθητών με μαθησιακές διαταραχές. Η επικοινωνία και η συνεργασία με γονείς, ειδικούς και το παιδί είναι ζωτικής σημασίας.

# Η ΕΠ ως εργαλείο εκπαίδευσης – παραδείγματα χρήσης

*Οι νέες τεχνολογίες μπορούν να μας προσφέρουν την ευκαιρία να αναθεωρήσουμε τον κόσμο της εκπαίδευσης και να τον βελτιώσουμε με τρόπους που είναι ακόμα αφάνταστοι.*

Ενώ πολλοί άνθρωποι συνεχίζουν να εξετάζουν τη χρήση της εικονικής πραγματικότητας (ΕΠ) και τη μελλοντική ανάπτυξή της, μπορούμε να παρατηρήσουμε ήδη την παρουσία της στην εκπαίδευση. Στο πλαίσιο της προετοιμασίας για το έργο μας «Math Reality», το οποίο εμπεριέχει την από κοινού ανάπτυξη και εφαρμογή μιας καινοτόμου διδακτικής μεθοδολογίας που βασίζεται στη χρήση της ΕΠ, οι εταίροι ανακάλυψαν διάφορα παραδείγματα της χρήσης της. Αυτό το έργο συγχρηματοδοτείται από το πρόγραμμα Erasmus + της Ευρωπαϊκής Ένωσης.



Ως γρήγορη υπενθύμιση, η Εικονική πραγματικότητα είναι μια μορφή προσομοίωσης υπολογιστή, κατά την οποία ο συμμετέχων εμβυθίζεται σε ένα τεχνητό περιβάλλον. Προσφέρει νέες μορφές και μεθόδους οπτικοποίησης, βασισμένες στα πλεονεκτήματα των οπτικών αναπαραστάσεων. Η ΕΠ μπορεί με μεγαλύτερη ακρίβεια, σε σχέση με άλλα μέσα, να απεικονίσει ορισμένα χαρακτηριστικά και διαδικασίες, καθώς μπορεί να προσφέρει μια ξεχωριστή εμπειρία με κάποιους έμμεσους τρόπους «προσέγγισης» εννοιών που ήταν μέχρι τώρα μόνο θεωρητικές.



Φωτογραφία από τη συνάντηση – Mons (Belgique) – Έργο Math Reality©Fermat Science

## 1/ Επιστήμη Εικονικής Πραγματικότητας «zSpace»

Αυτό το σχολείο χρησιμοποίησε σταθμούς εργασίας «zSpace» για να διδάξει διαφορετικά θέματα, όπως οι νόμοι κίνησης του Νεύτωνα ή η ανατομία. Οι μαθητές μπορούν να αλληλεπιδράσουν με το θέμα που διδάσκεται με δημιουργικό και συναρπαστικό τρόπο, στοιβάζοντας τουβλάκια, στήνοντας ράμπες, πετώντας μπάλες ή μπορούν κυριολεκτικά να στριφογυρίσουν μια τρισδιάστατη καρδιά, για να καταλάβουν πώς φτιάχνεται και πώς λειτουργεί, και να αισθάνονται τον παλμό της να χτυπάει πιο γρήγορα ή πιο αργά. Οι μαθητές μπορούν να εξερευνήσουν τα θέματα με το δικό τους ρυθμό, χωρίς να ντρέπονται για τα λάθη τους, που μετατρέπονται, σύμφωνα με την κατασκευαστική μάθηση, σε μια ευκαιρία ενίσχυσης των δεξιοτήτων και των γνώσεων τους.



Φωτογραφία των σταθμών εργασίας «zSpace» ©ZSpace

## 2/ Ένα εικονικό εργαστήριο με τη Google

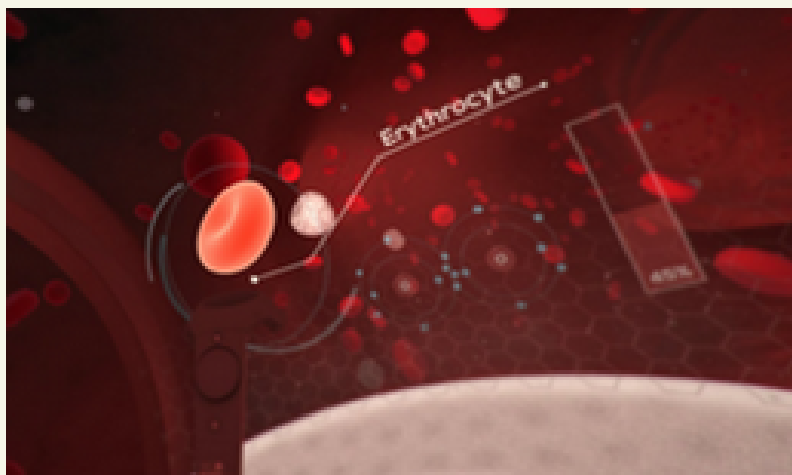
Το εργαστήριο βιολογίας εικονικής πραγματικότητας του Πανεπιστημίου της Αριζόνα είναι ένας από τους πιο ενδιαφέροντες τρόπους που υιοθέτησε αυτό το Πανεπιστήμιο για να διδάξει αυτό το θέμα. Μέσω της ΕΠ «Daydream», ενός λειτουργικού συστήματος Google. Αφού συνδεθούν, οι μαθητές πρέπει να «φορέσουν» μια ρόμπα εργαστηρίου και γάντια για να προχωρήσουν. Σε αυτό το εργαστήριο, οι μαθητές πρέπει να πάρουν δύο δείγματα αίματος από παίκτες μπάσκετ για να προσδιορίσουν το επίπεδο γλυκόζης στο αίμα τους. Στη συνέχεια, μπορούν να δουν τι υπάρχει μέσα σε ένα μόριο γλυκόζης και τους ζητείται να τοποθετήσουν το μόριο στο σωστό μέρος για να δείξουν τον κύκλο Krebs (μια βασική βιοχημική διαδικασία).



Εικονικό εργαστήριο - Έργο της Google με την εταιρεία Labster ©Google

### 3/ Μέσα στο ανθρώπινο σώμα με την εφαρμογή εικονικής πραγματικότητας: The Body VR

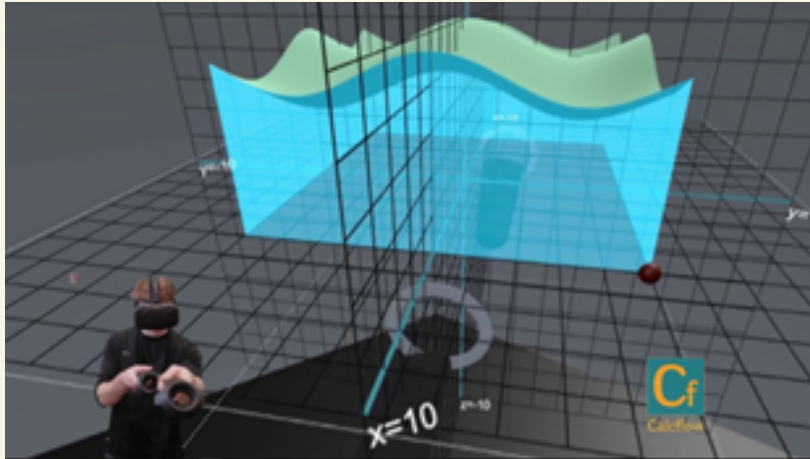
Ένα ταξίδι μέσα σε ένα Κύτταρο: χάρη σε αυτήν την εμπειρία εικονικής πραγματικότητας που διατίθεται δωρεάν, οι μαθητές μπορούν να ταξιδέψουν μέσα στην κυκλοφορία του αίματος, ανακαλύπτοντας πώς λειτουργούν τα κύτταρα του αίματος για να παρέχουν οξυγόνο σε όλο το σώμα: οι μαθητές μπορούν επίσης να αποφασίσουν να «πηδήξουν» μέσα σε ένα ζωντανό κύτταρο, προκειμένου να μάθουν πώς λειτουργεί (The Body VR).



The Body VR: Ταξίδι μέσα σε ένα κύτταρο @ The Body VR

#### 4/ Ανακαλύψτε μαθηματικά θεωρήματα με το CalcFlow:

Αυτή η εφαρμογή, που απευθύνεται σε μαθητές λυκείου, δίνει την ευκαιρία να εξερευνήσουν μαθηματικά θεωρήματα και σενάρια στην ΕΠ. Τα χαρακτηριστικά που περιλαμβάνονται είναι: η διαχείριση διανυσμάτων με τα χέρια, η εξερεύνηση της πρόσθεσης διανυσμάτων και των διανυσματικών γινομένων, η δημιουργία παραμετροποιημένης συνάρτησης και διανυσματικού πεδίου.



Εικόνα της εφαρμογής @ CalcFlow

#### 5/ Ένα ταξίδι στον κόσμο της γεωμετρίας με το Neotrie VR:

Το «NeoTrie VR» είναι ένα λογισμικό εικονικής πραγματικότητας που προσφέρει στο χρήστη τη δυνατότητα δημιουργίας, χειρισμού και αλληλεπίδρασης με γεωμετρικά αντικείμενα και γενικότερα τρισδιάστατα μοντέλα. Επιτρέπει την απόλυτη εμπύθιση. Το περιβάλλον «Neotrie» περιβάλλει εντελώς τον παίκτη, με δυνατότητα εναλλαγής του περιβάλλοντος με οποιαδήποτε πανοραμική φωτογραφία 360 °.

Με τα χειριστήρια, τα οποία προσομοιώνουν εικονικά χέρια, ο χρήστης μπορεί να αλληλεπιδράσει με τρισδιάστατα αντικείμενα στο περιβάλλον, να δημιουργεί φιγούρες με κορυφές, πλευρές, ακμές και να τροποποιεί εύκολα τα στοιχεία.



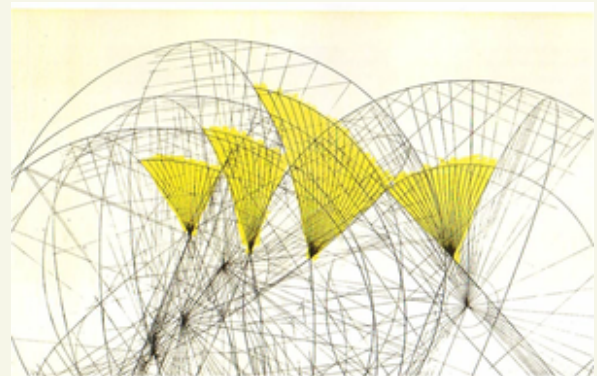
@ Neotrie VR



# Η γλώσσα των Μαθηματικών

Τα Μαθηματικά αποτελούνται από εκατομμύρια διαφορετικές εξισώσεις, άπειρους αριθμούς και ολόκληρη την ελληνική αλφάβητο! Παρ' όλα αυτά, τα μαθηματικά γράφονται με τον ίδιο τρόπο σε όλες τις γλώσσες του κόσμου. Με άλλα λόγια, μια μαθηματική εξίσωση ή έκφραση δεν χρειάζεται να μεταφραστεί σε μια άλλη γλώσσα για να γίνει κατανοητή από κάποιον που ζει στην άλλη άκρη του κόσμου. Τα μαθηματικά δεν κάνουν διακρίσεις όσον αφορά τη θρησκεία, το φύλο, το χρώμα ή τη γλώσσα. Το  $2 + 2 = 4$  είναι ίδιο για όλες τις χώρες του κόσμου. (Why Math Is Important In Life, 2018)

Ενώ συνήθως τα παιδιά και οι έφηβοι παραπονιούνται για τις δυσκολίες και τη βαρεμάρα που τους προκαλούν τα μαθηματικά, ένας κόσμος χωρίς αυτά ίσως να σήμαινε ένας διαφορετικός κόσμος, ένας κόσμος λιγότερο ενδιαφέρων. Φανταστείτε έναν κόσμο χωρίς μαθηματικά. Ένας αρχιτέκτονας δεν θα ήξερε πως να υπολογίσει τις γωνίες ή τις γραμμές, ένας γιατρός δεν θα ήξερε πως να μετρήσει τον καρδιακό σας σφυγμό, ένας χημικός δεν θα μπορούσε να ετοιμάσει φάρμακα χωρίς να μπορεί με ακρίβεια να μετρήσει τις ποσότητες, ένας μηχανικός δεν θα μπορούσε να κατασκευάσει γέφυρες κ.λπ. (Nautiya, 2012)

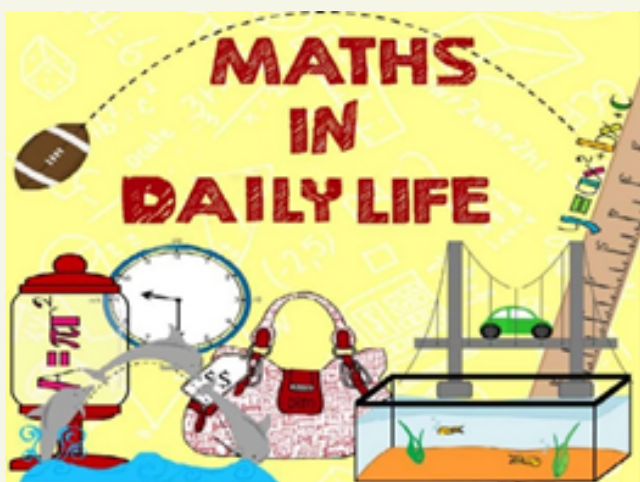


Πηγή:  
<http://stevekingonsustainability.blogspot.com/2013/02/mysterio-us-mathematics.html>

“Τα Μαθηματικά μας βοηθούν να καταλάβουμε τον κόσμο και χρησιμοποιούμε τον κόσμο για να καταλάβουμε τα μαθηματικά” (Understanding the World Through Math, χ.χ.)

Πολλοί μαθηματικοί τομείς προήλθαν από την προσπάθεια να περιγράψουμε τον πραγματικό κόσμο και να λύσουμε αληθινά φαινόμενα. Κάποια παραδείγματα είναι ο υπολογισμός καλλιεργήσιμων εκτάσεων (γεωμετρία), τα μήλα που έχουν πέσει (αριθμητική) ακόμα και ο τζόγος (πιθανότητες). Τα μαθηματικά μας έχουν βοηθήσει επιτυχώς να κατανοήσουμε εις βάθος στο σύμπαν – από τις μεγάλες κλίμακες (φυσική κοσμολογία) μέχρι και τις μικρότερες (κβαντική μηχανική).





Πηγή:

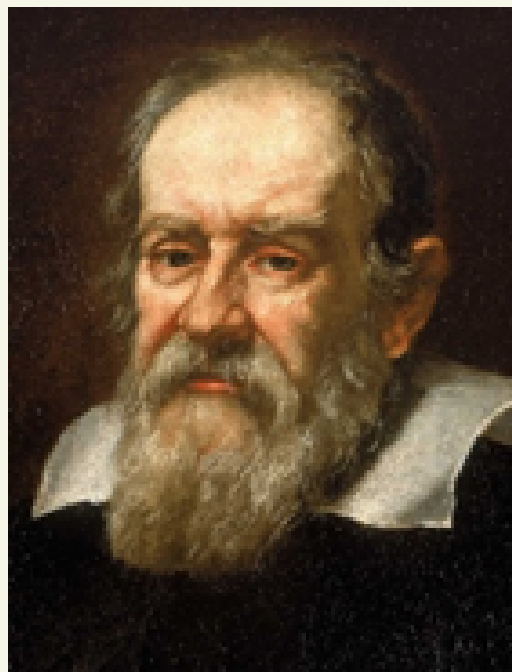
<https://www.slideshare.net/himanshukotnala99/math-s-in-daily-life-54382866>

Στις μέρες μας, τα μαθηματικά υπάρχουν παντού γύρω μας, σε κάθε βήμα της ζωής μας. Έχετε αναλογιστεί πόσα πράγματα στην καθημερινότητάς μας χρησιμοποιούν τα μαθηματικά και τα θεωρούμε δεδομένα; Από το ρολόι και το ημερολόγιο μέχρι τη μαγειρική και τα αθλήματα, από τον ηλεκτρισμό και την τεχνολογία (υπολογιστές, τηλεόραση, κινητά τηλέφωνα) μέχρι την κηπουρική και την τέχνη. Εξαιτίας των μαθηματικών, γνωρίζουμε πως λειτουργούν τα πάντα γύρω μας και μπορούμε να τα εφαρμόσουμε σε όλους τους κλάδους και επαγγέλματα (Krishnan, 2016).

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, οι άνθρωποι από όλο τον κόσμο καταλαβαίνουν αυτές τις έννοιες χωρίς την ανάγκη να τις μεταφράσουν. Επομένως, θα μπορούσαν τα μαθηματικά να θεωρηθούν μια γλώσσα;

Σύμφωνα με τον Ιταλό αστρονόμο Galileo Galilei «Το σύμπαν δεν μπορεί να γίνει κατανοητό μέχρι να μάθουμε τη γλώσσα του και να εξοικειωθούμε με τους χαρακτήρες με τους οποίους έχει γραφτεί. Είναι γραμμένο στη μαθηματική γλώσσα». Αν τα μαθηματικά θεωρούνται γλώσσα, τότε όπως και σε όλες τις συνηθισμένες γλώσσες, τα μαθηματικά είναι ανεξάρτητα και δεν στηρίζονται σε κάποια άλλη γλώσσα για να γίνουν κατανοητά. (Silver, 2017) Κάποια βασικά δεδομένα σχετικά με το γιατί τα Μαθηματικά μπορούν να θεωρηθούν γλώσσα:

- Είναι ένα σύστημα επικοινωνίας που έχει λεξιλόγιο, γραμματική, σύνταξη
- Οι λέξεις και τα σύμβολα περιέχουν νόημα
- Είναι ένας γραπτός και όχι προφορικός τρόπος επικοινωνίας
- Μια έκφραση σκέψης με συγκεκριμένο τρόπο
- Υπάρχει μια ομάδα ανθρώπων που τα χρησιμοποιούν και τα καταλαβαίνουν (Helmenstine, 2019)



Πηγή:

[https://mg.wikipedia.org/wiki/Galileo\\_Galilei](https://mg.wikipedia.org/wiki/Galileo_Galilei)

Συνεπώς, τα μαθηματικά μπορούν να θεωρηθούν ως μια απλούστερη, σταθερότερη και συνηθέστερη γλώσσα από την αγγλική. Οι αριθμοί μπορούν να συμβολίζουν τα ουσιαστικά και τα αριθμητικά σύμβολα τα ρήματα. Μια μαθηματική εξίσωση όπως το  $2 \times 3 = 6$  μπορεί να θεωρηθεί μια πρόταση. Όπως και στην αγγλική γλώσσα, τα μαθηματικά βασίζονται στη γραμματική και στην ορθή σύνταξη. Για παράδειγμα, από μικρή ηλικία, τα παιδιά μαθαίνουν πως μια μαθηματική πρόταση εκφράζεται ως  $2 \times 3 = 6$  και όχι ως  $5 \ 6 \ + \ = \ 11$ . Η γλώσσα των μαθηματικών έχει άπειρα ουσιαστικά αλλά μόνο πέντε ρήματα (αριθμητικά σύμβολα)  $+$ ,  $-$ ,  $/$ ,  $\times$ ,  $=$ . (Teaching Math as a Language, 2016)

Τα μαθηματικά είναι μια γλώσσα που μπορεί να οριστεί πιο αυστηρά και είναι θεμελιωδώς πιο αφηρημένη από το συνηθισμένο λόγο και έκφραση που χρησιμοποιούμε καθημερινά. Μπορεί να θεωρηθεί γλώσσα. Ωστόσο, τα μαθηματικά διαφέρουν από τις συμβατικές γλώσσες για ένα σημαντικό λόγο – τους κανόνες τις διαχείρισης. Μόλις μια διατύπωση μετουσιωθεί σε μαθηματική μορφή, μπορεί να διαχειριστεί σύμφωνα με τους κανόνες. Η κάθε διαμόρφωση των συμβόλων θα αποτυπώνει γεγονότα σε αρμονία, βασιζόμενη σε αυτά της αρχικής διατύπωσης (“Language of Mathematics,” 2020)

Μείνετε συντονισμένοι στα νέα του έργου για να είστε ενήμεροι για την εξέλιξη του έργου: @MathReality

# Διδάσκοντας μαθηματικά σε μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες

*Ο σπουδαίος μαθηματικός Grigore Moisil είπε μια μέρα ότι «ο καθηγητής μαθαίνει πολλά κάθε μέρα, περισσότερα από χθες, διδάσκοντας σε κάποιον άλλον τι ξέρει, προετοιμάζοντάς τον για αυτό που θα μάθει αύριο».*

Ενώ συνήθως τα παιδιά και οι έφηβοι παραπονιούνται για τις δυσκολίες και τη βαρεμάρα που τους προκαλούν τα μαθηματικά, ένας κόσμος χωρίς αυτά ίσως να σήμαινε ένας διαφορετικός κόσμος, ένας κόσμος λιγότερο ενδιαφέρων. Φανταστείτε έναν κόσμο χωρίς μαθηματικά. Ένας αρχιτέκτονας δεν θα ήξερε πως να υπολογίσει τις γωνίες ή τις γραμμές, ένας γιατρός δεν θα ήξερε πως να μετρήσει τον καρδιακό σας σφυγμό, ένας χημικός δεν θα μπορούσε να ετοιμάσει φάρμακα χωρίς να μπορεί με ακρίβεια να μετρήσει τις ποσότητες, ένας μηχανικός δεν θα μπορούσε να κατασκευάσει γέφυρες κ.λπ. (Nautiya, 2012)

## Η ιδιαιτερότητα της μεθόδου διδασκαλίας των μαθηματικών

Η διδασκαλία και η εκμάθηση μαθηματικών είναι μια πραγματική πρόκληση τόσο για τους καθηγητές όσο και για τους μαθητές. Είτε συναντούμε μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες είτε μαθητές με περισσότερες ικανότητες, η τρέχουσα τάση στην εκπαίδευση απαιτεί την προσαρμογή της γνώσης, των μέσων και των μεθόδων διδασκαλίας στις ατομικές ιδιαιτερότητες των μαθητών, υποστηρίζοντας ακόμα παραπάνω την έννοια της διαφοροποιημένης μάθησης.

Η στάση του μαθητή που μαθαίνει μαθηματικά πρέπει να είναι ενεργή. Πρέπει να σκέφτεται για τον εαυτό του, να αναζητά εξατομικευμένες λύσεις στα προβλήματα ή στις διατυπώσεις των θεωρημάτων που θα μπορεί να τις συζητά με τους άλλους. Η μαθηματική σκέψη εμπεριέχει την ικανότητα λογικής σε επιμελώς συγκροτημένα στάδια, το καθένα από τα οποία συνδέεται με το προηγούμενο αλλά και την ικανότητα συγκέντρωσης για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα. Λαμβάνοντας υπόψη την υπολογιστική τεχνική στην τωρινή ζωή, ο καθηγητής των μαθηματικών θα πρέπει να δίνει έμφαση την ανάπτυξη της αλγοριθμικής σκέψης των μαθητών. Ένας ακόμα στόχος στο μάθημα των μαθηματικών πρέπει να είναι η εξάσκηση στην αφηρημένη σκέψη. Ωστόσο, η εις βάθος γνώση των μαθηματικών δεν εγγυάται δεξιότητες διδασκαλίας. Η ικανότητα επικοινωνίας και παρουσίασης με τρόπο προσβάσιμο, χαλαρό και ενθαρρυντικό είναι επίσης σημαντική για τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα. Για να γίνει αυτό, ο καθηγητής πρέπει να γνωρίζει την ψυχολογία των παιδιών της τάξης του, να βελτιώνει συνεχώς τη μέθοδο διδασκαλίας-μάθησης-αξιολόγησής του, να ενισχύει τις παιδαγωγικές του γνώσεις, να είναι διακριτικός και ανοιχτός σε κάτι νέο.

Στη σύγχρονη μάθηση, δίνεται έμφαση στην τυπική εκπαίδευση μαζί με γνώσεις έρευνας και εξακρίβωσης της γνώσης, με επέκταση στην αυτό-κατάρτιση και αυτό-εκπαίδευση.

Συνιστάται επίσης η χρήση μεθόδων ενεργής συμμετοχής για αυτούς που χρειάζονται τα συσχετιστικά στοιχεία της διδασκαλίας: καθηγητής/μαθητής, μαθητής/μαθητής μπορούν να βελτιωθούν. Η αποτελεσματικότητα και η αξία της μεθόδου εξαρτάται από την ποιότητα, τις σωστές επιλογές και τη συσχέτιση των διαδικασιών από τις οποίες αποτελείται.

Για μαθητές με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες, υπάρχει ήδη ένα καλά οργανωμένο σύστημα σε μορφή ειδικής εκπαίδευσης αλλά και με την έννοια της ένταξης των τάξεων στην τυπική εκπαίδευση. Υπάρχουν διαφοροποιημένα προγράμματα που λειτουργούν βάσει των Εξειδικευμένων Εκπαιδευτικών Πλάνων μέσω της προσαρμογής της σχολικής ύλης. Προσφάτως στη Ρουμανία έχει δοθεί βάση στα παιδιά με ειδικές ικανότητες, που είναι επίσης παιδιά με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες.

### **Μαθησιακές δυσκολίες και η διδασκαλία των μαθηματικών**

Αν και οι μαθησιακές δυσκολίες ξεκίνησαν να αναγνωρίζονται και να μελετιούνται μόλις από τη δεκαετία του '60, ειδικά στα παιδιά, είναι εμφανές ότι αυτό που αποκαλούμε και αντιλαμβανόμαστε σήμερα ως μαθησιακές δυσκολίες υπήρχε από πάντα. Οι μαθησιακές δυσκολίες αναφέρονται σε μια ετερογενή ομάδα διαταραχών που εκφράζονται ως σημαντικές δυσκολίες στην εκμάθηση, στις ικανότητες αφομοίωσης και στην κατανόηση της μαθηματικής γλώσσας.

Ήδη από την πρώτη δημοτικού, η «αριθμητική» της μάθησης λαμβάνει χώρα. Ξεκινά από ένα σημείο που περιγράφεται ως «άνυδρο», υψηλής σύλληψης, αφηρημένο, συμβολικό και συμβατικό: το σημείο ή τον κόσμο των αριθμών. Κάποια παιδιά μπορεί να παρουσιάσουν από την αρχή δυσκολίες στην μάθηση των μαθηματικών ενώ άλλα πολύ αργότερα. Αυτό συμβαίνει επειδή το πεδίο των μαθηματικών είναι συνεχώς και σταδιακά περίπλοκο κατά τη διάρκεια της αφομοίωσης και η εσωτερική δομή του μαθήματος είναι οργανωμένη με συγκεκριμένο τρόπο. Για παράδειγμα, το κρυπτογραφημένο σύμβολο «0» είναι παράδοξο για το παιδί, το οποίο μαθαίνει ότι αντιπροσωπεύει το κενό ή το «τίποτα» και ανακαλύπτει ότι το ίδιο «0» δίπλα στο 1, γίνεται 10, το οποίο είναι μεγαλύτερο του 9 και δεν μοιάζει με αυτό που διατυπώθηκε πρωτότερα. Το ψηφίο «6» για παράδειγμα, ως απλό γραφικό σύμβολο παρουσιάζει ομοιότητα με το γράμμα «σ», αλλά όταν προφέρεται, το παιδί πρέπει να το αρθρώσει με τρία ξεχωριστά γράμματα (E-Ξ-I) και αυθόρμητα θα αναλογιστεί τα γράμματα. Υπάρχουν πολυάριθμα τέτοια παραδείγματα, κάτι που αποδεικνύει ξανά τα πολλά αριθμητικά (και γενικότερα μαθηματικά) προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι μαθητές.

Στο μάθημα της τάξης, κάποιοι μαθητές τείνουν να δέχονται τα πράγματα ως έχουν, χωρίς να υπολογίζουν τη σημασία της λογικής συνοχής. Δεν ενδιαφέρονται για την άλογη σχέση μεταξύ των πράξεων και των δικών τους απαντήσεων. Αυτή η έλλειψη λογικής δεν προέρχεται από μειωμένη οξυδέρκεια αλλά μάλλον αποτελεί την πηγή ενός ελλιπούς συστήματος, στο οποίο η λογική δεν θεωρείται σημαντική. Η εναρκτήρια και σταδιακή μάθηση των μαθηματικών και αργότερα των μαθηματικών δεξιοτήτων είναι κομμάτι της ζωής. Συνεπώς, ο καθηγητής κατέχει καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη «λιλιπούτειων μαθηματικών». Ωστόσο, παρά τη σημασία τους, η ίδια η μάθηση των μαθηματικών είναι ανεπαρκής. Θα πρέπει να εξελιχθούν, σε όλα τα επίπεδα, μέθοδοι αποτελεσματικής σκέψης. Η κατανόηση των αποτελεσματικών νοητικών μεθόδων θα πρέπει να εφαρμοστεί τόσο στη σχολική ύλη όσο και σε άλλα πεδία (γενίκευση και μετάδοση). Είναι μια προσπάθεια ενθάρρυνσης των μαθητών για κατανοήσουν τους κανόνες και τις αρχές, ενεργοποιώντας την επιθυμία να μάθουν για τον εαυτό τους.

Συνεπώς, συμπεραίνουμε ότι ο ρόλος του καθηγητή είναι πλέον σημαντικότερος από οτιδήποτε, επηρεάζοντας τη γνώση του κάθε μαθητή ξεχωριστά. Ωστόσο, όσο σημαντικός και να είναι, συναγωνίζεται καθημερινά με τις αρνητικές επιρροές στη ζωή των μαθητών: την τηλεόραση, το ίντερνετ... Όποιος και να είναι ο λόγος, οι μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά είναι επαναλαμβανόμενες και συχνές στα σχολεία.

Το φαινόμενο παρατηρείται συνήθως από την αρχή του σχολείου (6-7 ετών) και ενισχύεται ιδιαίτερα στην 2α και την 3η έως και την 4η δημοτικού. Στατιστικά, στον κύκλο της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε μια σημαντική κορύφωση τόσο στη συχνότητα όσο και στη σοβαρότητα (συνήθως στην 6η δημοτικού και 1η γυμνασίου). Αν και είναι δύσκολο να παραχθούν σημαντικές στατιστικές στο πεδίο των μαθησιακών δυσκολιών των μαθηματικών, εκτιμάται ότι στην πρώτη δημοτικού, περίπου το 8-10% των παιδιών αντιμετωπίζουν κάποιου είδους μαθησιακές δυσκολίες. Στην 4η και 5η δημοτικού, αυτό το ποσοστό αυξάνεται στο 20-25% και επιδεινώνεται περαιτέρω καθώς στην 1η και 2α γυμνασίου προσεγγίζουν ένα ανησυχητικό 40%. Τα παιδιά με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά που έχουν φτάσει στην 2α γυμνασίου, συχνά είτε εγκαταλείπουν το σχολείο είτε ακολουθούν τεχνική εκπαίδευση.

Αναρωτιόμαστε: «Γιατί είχε να κάνει με την εκμάθηση των μαθηματικών;» Η απάντηση: επαναλαμβανόμενες αποτυχίες, απογοητευτικές εμπειρίες στην τάξη των μαθηματικών, παρατεταμένο άγχος κατά τη διάρκεια των εξετάσεων. Τέτοια επίπεδα άγχους μπορούν να καταλήξουν σε ένα σταθερό και μόνιμο άγχος.

Πρόσφατες μελέτες έδειξαν ότι τα κορίτσια είναι πιθανότερο να έχουν υψηλότερο επίπεδο άγχους από τα αγόρια, ότι οι νεότεροι μαθητές είναι λιγότερο πιθανό να αντιμετωπίσουν υψηλά επίπεδα στρες από τους μεγαλύτερους μαθητές και, τέλος, ότι η επίλυση ασκήσεων και προβλημάτων είναι πιο αγχωτική από την αξιολόγηση στη μαθηματική θεωρία.

Είναι δύσκολο να ορίσουμε με βεβαιότητα σε ποιο βαθμό το μαθηματικό άγχος επηρεάζει τις μαθησιακές διαταραχές στα μαθηματικά. Είναι γεγονός ότι τα δύο φαινόμενα συσχετίζονται συχνά και επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό τη μαθηματική απόδοση και «δομούν» αργά αλλά σταθερά. Το μαθηματικό άγχος συνοδεύεται από χαρακτηριστική συμπεριφορά, η οποία προσδιορίζεται ως εξής:

Τα μαθηματικά είναι ένα μάθημα ανεκτό από τους περισσότερους μαθητές, ωστόσο εξακολουθεί να παρουσιάζει μαθησιακές προκλήσεις, μερικές φορές ως αποτέλεσμα της αμέλειας του ίδιου του μαθητή. Οι μαθητές έχουν μικρότερη προσήλωση στην τάξη και δεν αντιλαμβάνονται την «ομορφιά των μαθηματικών». Η νεότερη γενιά τείνει να ενδιαφέρεται λιγότερο για την κλασική προσέγγιση των μαθηματικών και δείχνει ενδιαφέρον σε άλλους, πιο σύγχρονους κλάδους όπως οι επιστήμες υπολογιστών και η ψυχαγωγία. Τα θεωρητικά αποτελέσματα των ερευνητών στον τομέα αποδείχτηκαν ακριβή και ο στόχος είναι να ξεπεραστούν αυτές οι προκλήσεις με το πέρασμα του χρόνου.

Ως απάντηση σε αυτά τα ζητήματα, είναι σημαντικό να ηχήσει ο κώδων του κινδύνου και να υποστηριχθούν οι καθηγητές, ώστε να εφαρμόσουν αποτελεσματικά μέτρα για την αποτροπή των διάφορων δυσκολιών εκμάθησης μαθηματικών στο σχολείο.

Η σκληρή πραγματικότητα του εκπαιδευτικού συστήματος καθιστά μερικές φορές δύσκολο για τους καθηγητές μαθηματικών να βοηθήσουν με τον τρόπο που αρμόζει, καθιστώντας μερικές φορές σχεδόν αδύνατο το να πετύχουν.

Παρακάτω υπάρχουν μερικές ιδέες που μπορούν να ληφθούν υπόψη για την αντιμετώπιση αυτών των ζητημάτων:

Συνιστάται, μπροστά σε όλη την τάξη, οι καθηγητές να ακολουθούν αυτές τις συμβουλές:

- παρουσιάστε ξεκάθαρα τη δομή των προβλημάτων που παρουσιάζονται, τη διαδικασία επίλυσης και τα απαιτούμενα ανάλογα με τι ζητούν οι μαθητές
- Οργανώστε καθαρά και ολοκληρωτικά το κάθε μάθημα μαθηματικών.
- Ενθαρρύνετε την ενεργή συμμετοχή και παρακινήστε την αυτό-απασχόληση των μαθητών στο μάθημα.
- Αποφύγετε τις δύσκολες λέξεις.



- Χρησιμοποιήστε χρώματα και υπογράμμιση για να παρακινήσετε και να βοηθήσετε τον μαθητή στην κατανόηση, στην εφαρμογή και στη γενίκευση των εννοιών που διδάσκονται.
- Εφαρμόστε στην τάξη την αλγοριθμική προσέγγιση, με μικρά βήματα, σε κάθε ενότητα που παρουσιάζεται.
- Διαφοροποιήστε τις μεθόδους παρουσίασης των διδακτικών δραστηριοτήτων και των διαφόρων μαθηματικών προβλημάτων και ασκήσεων.
- Η στάση του καθηγητή είναι ευέλικτη και διευκολύνει την κατανόηση των μαθητών καθώς η ίδια η μαθηματική αυστηρότητα, επιβαρυνόμενη με αυτήν του καθηγητή, προκαλεί άγχος.
- χρησιμοποιήστε συχνά, τρέχοντα τεστ αξιολόγησης που αποτρέπουν τη συσσώρευση λαθών και μειώνουν τον φόβο της αξιολόγησης.

Συνιστάται οι γονείς να επιβλέπουν τους νέους μαθητές, ειδικά μπροστά από τον υπολογιστή και να αποθαρρύνουν τη χρήση του πριν κάνουν τα μαθήματά τους στο σπίτι, και στη συνέχεια να περιορίσουν το χρόνο για την κάθε μέρα, δηλαδή όχι περισσότερες από 3 ώρες την ημέρα.

Συνιστάται επίσης να δημιουργήσετε κύκλους μαθηματικών που να περιλαμβάνουν μαθηματικά παιχνίδια και όχι αναλυτικά προβλήματα, για να προσελύσετε τους μαθητές σε μια διασκεδαστική δραστηριότητα για να σχηματίσουν και να ενισχύσουν τις δεξιότητες και τις ικανότητές τους. Ωστόσο, αυτό δεν είναι τόσο εύκολο να γίνει. Χρειάζονται οικονομικοί πόροι, ενθουσιώδεις καθηγητές, πρόθυμοι να διατηρήσουν τον κύκλο μία φορά την εβδομάδα, υπομονή, χρόνος και διαφορετικές ανταμοιβές για τους μαθητές ανάλογα με το επίπεδο και την εξέλιξή τους.

Υπό αυτές τις σχολαστικές συνθήκες, οι δυσκολίες στην εκμάθηση των μαθηματικών ελπίζουμε να μειωθούν στο μέλλον.

Καθηγητής μαθηματικών Jurge Horea Adrian  
Colegiul Național Doamna Stanca Satu Mare

## ΕΠ και COVID-19:

Ένας σύντομος οδηγίας για τον καθαρισμό και την αποστείρωση των σετ ΕΠ σας. Η διαδικασίες αποστείρωσης είναι ένα από τα τρέχοντα θέματα στον μετα-COVID-19 κόσμο και ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα για τον κάθε οργανισμό που επιθυμεί να χρησιμοποιήσει την ΕΠ ως ένα εκπαιδευτικό εργαλείο. Οι μαθητές υποτίθεται ότι μοιράζονται τον ίδιο εξοπλισμό κατά τη διάρκεια ενός μαθήματος που βασίζεται στην ΕΠ: η ασφάλεια τους πρέπει να εγγυάται, αλλά με ποιον τρόπο;

Παρακάτω υπάρχουν κάποιες καλές πρακτικές που μπορούν να εφαρμοστούν με ευκολία.

### 1) Πλύνετε τα χέρια και το πρόσωπό σας

Το πρώτο πράγμα που πρέπει να κάνετε είναι να πλύνετε τα χέρια και το πρόσωπό σας πριν και μετά τη χρήση του σετ ΕΠ, καθώς αυτή η πρακτική έχει αποδειχθεί η πιο αποτελεσματική στην καταπολέμηση των μικροβίων, των βακτηριδίων και των ιών. Αν δεν υπάρχει πρόσβαση σε νιπτήρα ή σαπούνι, θα ήταν χρήσιμο να υπάρχει ένα αντισηπτικό χεριών στο δωμάτιο όπου θα χρησιμοποιηθεί η ΕΠ. Αυτό θα διατηρήσει καθαρά το σετ και τα χειριστήρια και θα μειώσει την πιθανότητα εξάπλωσης μικροβίων από τους ανθρώπους που μπαινοβγαίνουν στο δωμάτιο.



Εικόνα από τη Rama Widya από Pixabay

### 2) Αντισηπτικά μαντηλάκια: με αλκοόλ ή χωρίς;

- Τόσο τα σετ όσο και τα χειριστήρια πρέπει να καθορίζονται πριν και μετά τη χρήση.
- Οι φακοί δεν πρέπει να καθαρίζονται με αντισηπτικά μαντηλάκια, καθώς κάτι τέτοιο μπορεί να οδηγήσει σε μόνιμη βλάβη. Θα πρέπει να καθαρίζονται με ειδικά πανιά μικροϊνών.

- Τα καθαριστικά με βάση την αιθανόλη φαίνεται να είναι τα πιο αποτελεσματικά έναντι των ιών (συμπεριλαμβανομένου του COVID-19) και είναι συνήθως άμεσα διαθέσιμα (Gold & Anya, 2020), αλλά η χρήση τους μπορεί να προκαλέσει βλάβη στο υλικό των ακουστικών και των χειριστηρίων, διαλύοντας ορισμένα πλαστικά κομμάτια, κάνοντας το πλαστικό λιγότερο ευέλικτο ή αποχρωματίζοντάς το.
- Εν αντιθέσει, τα αντισηπτικά μαντηλάκια χωρίς αλκοόλ (με χλωριούχο βενζαλκόνιο) δεν επιδρούν σε κανένα μέρος του σετ ΕΠ, αλλά δεν έχουν αποδειχθεί τόσο αποτελεσματικό όσο τα καθαριστικά με βάση την αιθανόλη: τα προϊόντα με χλωριούχο βενζαλκόνιο ήταν αναποτελεσματικά στην εξουδετέρωση του ανθρώπινου κορωνοϊού. (Wood & Paine, 1998)
- Συμπερασματικά, πρέπει να γίνει μια επιλογή όταν διαλέγουμε τα μαντηλάκια ως αντισηπτική μέθοδο: είτε ενδεχομένως να βλάψουμε τα σετ μακροπρόθεσμα είτε το προστατεύουμε, χωρίς όμως να είμαστε εντελώς σίγουροι ότι είναι αποστειρωμένο.



### 3) Συσκευή αποστείρωσης με υπεριώδες φως

Το υπεριώδες φως είναι μια μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας στο φάσμα των 200-280 νμ., η οποία μπορεί να εμποδίσει τα βακτήρια, τους ιούς και άλλα μικρόβια να αναπαραχθούν, μπαίνοντας στα κύτταρά τους και διαταράσσοντας τη δομή των μορίων DNA.

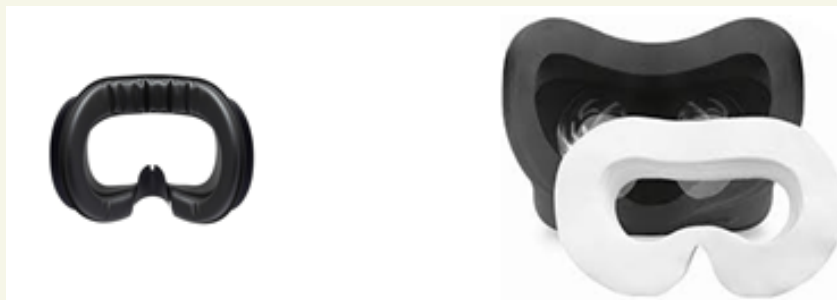
Αυτή η τεχνολογία χρησιμοποιείται εδώ και πολλά χρόνια για την απολύμανση του πόσιμου νερού και των τροφίμων, αλλά τώρα είναι διαθέσιμη και για την ΕΠ.

- Το υπεριώδες φως φαίνεται να είναι ο ασφαλέστερος (99.9% αποτελεσματικότητα) και ασφαλέστερος τρόπος για την απολύμανση των σετ και των χειριστηρίων σε λίγο χρόνο (περίπου 1 λεπτό).
- Το υπεριώδες φως δεν προκαλεί κάποια βλάβη στο σετ ΕΠ, ωστόσο είναι πολύ βλαβερό στο δέρμα και στα μάτια. Επομένως, χρειάζεται προσοχή κατά τη διάρκεια της αποστείρωσης.
- Το μειονέκτημα είναι ότι μια τέτοια συσκευή αποστείρωσης μπορεί να είναι μια ακριβή επένδυση.



#### 4) Καθαριζόμενες μάσκες προσώπου ΕΠ μιας χρήσης

- Οι μάσκες προσώπου των σετ ΕΠ δεν είναι αδιάβροχες: είναι καλύτερο να τις αντικαταστήσετε με αδιάβροχες, επειδή μπορούν να απολυμανθούν εύκολα, επομένως είναι ασφαλέστερες στη χρήση.
- Η χρήση βαμβακερού καλύμματος δεν συνιστάται, επειδή η υγρασία μπορεί να εξαπλωθεί. Το κάλυμμα πρέπει να πλένεται μετά από κάθε χρήση με ζεστό νερό και απορρυπαντικό.
- Οι μάσκες προσώπου μίας χρήσης μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ένα ακόμα στρώμα προστασίας, αλλά αντιμετωπίζουν το ίδιο πρόβλημα με τα βαμβακερά καλύμματα (δηλ. υγρασία), οπότε είναι αποτελεσματικά έναντι των λεκέδων, όπως το μακιγιάζ.
- Εάν χρησιμοποιούνται βαμβακερά καλύμματα ή μάσκες προσώπου μίας χρήσης, φροντίστε να απολυμαίνετε κάτω από αυτά μετά από κάθε χρήση.



Πηγή: [www.amazon.com](http://www.amazon.com)

#### 5) Πινακίδες για τη Διαδικασία Καθαρισμού του σετ ΕΠ

Γράψτε ένα γράφημα για να υπάρχει ένας βήμα-προς-βήμα οδηγός για τη διαδικασία καθαρισμού του σετ ΕΠ: με αυτόν τον τρόπο, όλοι θα είναι ενημερωμένοι για τη σωστή συμπεριφορά προκειμένου να διατηρηθούν καθαρά τα σετ ΕΠ και να αποφευχθεί η διάδοση του Covid-19 (δείτε εδώ ένα παράδειγμα: <https://vrschoolresearch.files.wordpress.com/2020/08/be-vr-safe-2020-final-1.png>).



# Erasmus+

The Math Reality project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Project code: 2018-1-FR01-KA201-048197



**Math  
Reality**