

## LESSON SCENARIO 02:

### TEOREMA DEL COSENO

MATERIA: TRIGONOMETRIA

Level: Age 17 -18

PREREQUISITI: DEFINIZIONE DI SENO E COSENO, AREA DI UN QUADRILATERO

MULTIDISCIPLINARIETÀ: Fisica (operazioni con i vettori); Astronomia (metodo della parallasse)

#### RISULTATI D'APPRENDIMENTO

- Utilizzare correttamente la trigonometria
- Ricavare il Teorema del coseno
- Utilizzare il teorema in diversi contesti

#### METODI D'INSEGNAMENTO

- Attività manuale
- Lavoro di gruppo

#### PAROLE CHIAVE

- Angolo acuto
- Angolo ottuso
- Triangoli
- Quadrilateri
- Equivalenza tra poligoni

#### MATERIALE

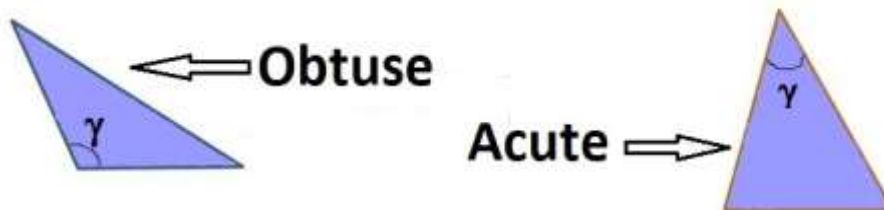
- Cartoncino
- Riga e squadra
- Matita
- Pennarelli
- Forbici
- Triangoli di riferimento  
(di cartoncino)

## ATTIVITA'

Introduzione alla lezione (5 minuti)

L'insegnante invita gli studenti a ripassare alcune definizioni e formule di trigonometria: definizione di coseno di un angolo; formula per l'area di un quadrato; formula per l'area di un parallelogramma. Questi concetti saranno utili nello svolgimento dell'attività.

Quindi la classe viene divisa in quattro gruppi, a ciascuno dei quali viene assegnato un triangolo viola: due gruppi avranno un triangolo acutangolo, gli altri due ottusangolo (vedi figura):

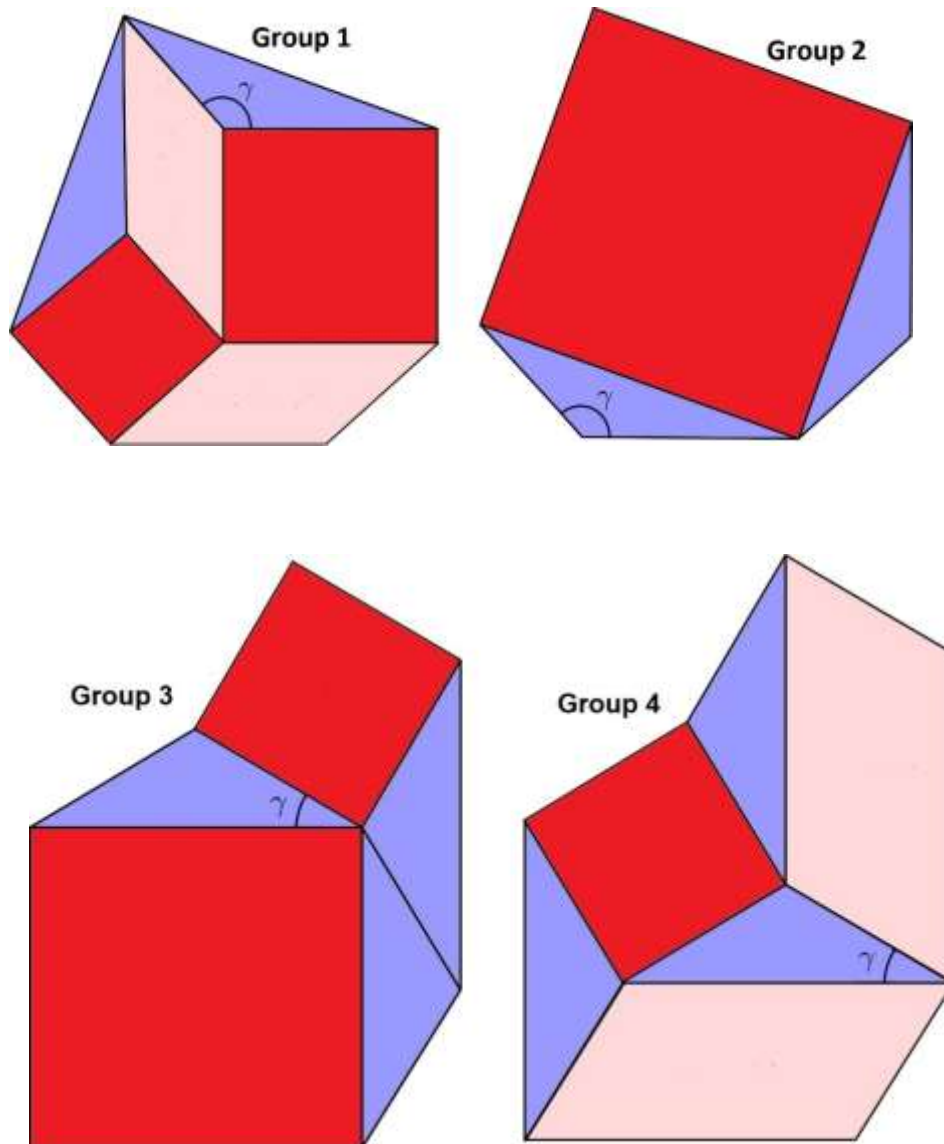


In ogni triangolo un angolo viene indicato con gamma (come in figura sopra), mentre i lati saranno indicati con  $a$ ,  $b$ ,  $c$  (dove  $c$  è il lato opposto a gamma).

Attraverso un confronto tra figure equivalenti, si giungerà all'enunciazione del Teorema del coseno.

attività manuale (10/15 minuti)

Ciascun gruppo dovrà disegnare su cartoncino una delle quattro figure indicate qua sotto, usando come punto di partenza il triangolo viola che è stato loro assegnato. Per questa attività sono necessari cartoncino, forbici, riga e squadra, pennarelli.



Alcuni esempi su come realizzare le quattro figure:

**Gruppo 1:** ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare un quadrato rosso costruito sul lato inferiore del triangolo (adiacente a  $\gamma$ ). Disegnare un parallelogramma rosa costruito sul lato sinistro del quadrato e sull'altro lato del triangolo adiacente a  $\gamma$ . Ecc.

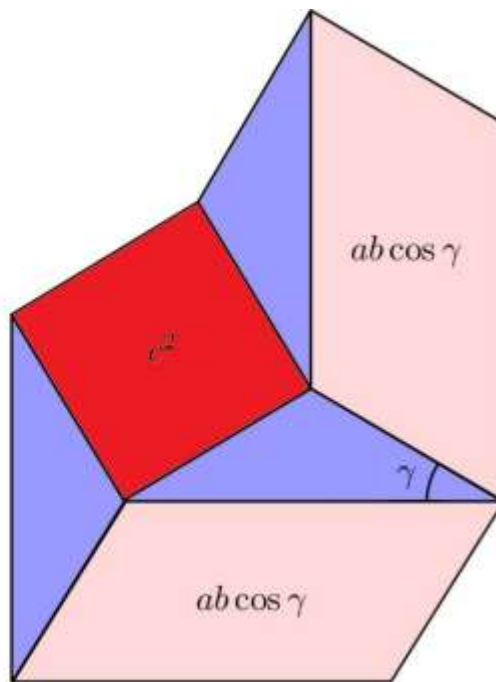
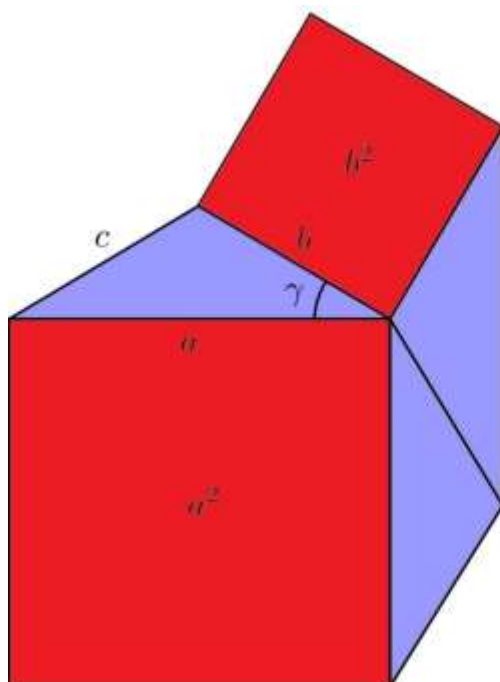
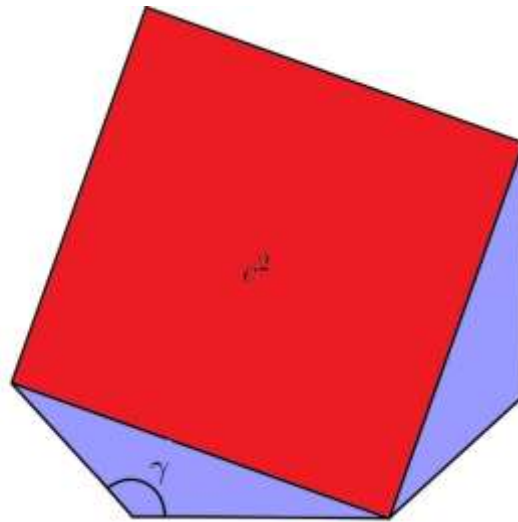
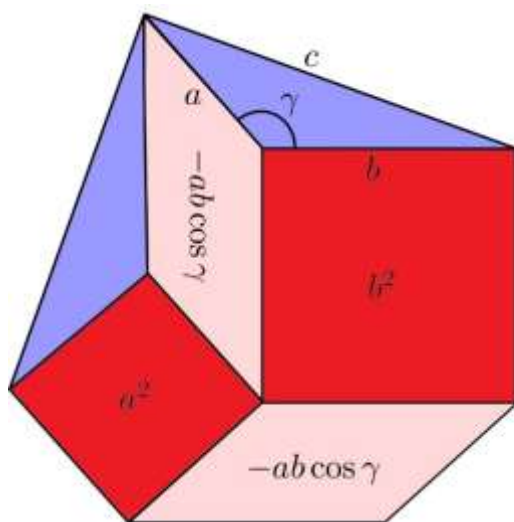
**Gruppo 2:** ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare un quadrato rosso costruito sul lato  $c$  (quello opposto a  $\gamma$ ). Ecc.

**Gruppo 3:** ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare due quadrati rossi, costruiti rispettivamente sui due lati del triangolo viola adiacenti a  $\gamma$ . Ecc.

**Gruppo 4:** ricopiare il triangolo viola sul cartoncino. Disegnare un quadrato rosso costruito sul lato opposto a  $\gamma$ . Disegnare altri due triangoli viola costruiti sui due lati del quadrato rosso, come in figura. Ecc.

ATTIVITA' DI CALCOLO (10/15 minuti)

Ogni gruppo dovrà calcolare l'area della figura da esso costruita, come somma delle varie componenti (quadrati, triangoli e parallelogrammi). Il risultato ottenuto sarà quello indicato nella figura sotto:



Conclusioni (10/15 minuti)

Verificando l'equivalenza delle figure (a due a due sovrapponibili) e con alcuni semplici passaggi algebrici, si arriva alla formula:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$$

Esempio dei passaggi algebrici necessari, nel caso dei gruppi 3 e 4 (che hanno due figure tra loro equivalenti, in quanto sovrapponibili come è facilmente verificabile):

L'area della figura 3 (in alto a sinistra) è

$$a^2 + b^2 + A_T + A_T + A_T \quad \text{dove con } A_T \text{ si indica l'area del triangolo viola.}$$

L'area della figura 2 (in alto a destra) è

$$c^2 + A_T + A_T + A_T + abc\cos\gamma + abc\cos\gamma .$$

Uguagliando le due aree (poichè come detto prima le figure sono equivalenti) si ottiene:

$$a^2 + b^2 + 3A_T = c^2 + 3A_T + 2abc\cos\gamma .$$

Sottraendo  $(3A_T + 2abc\cos\gamma)$  ad entrambi i termini dell'uguaglianza si ottiene la formula cercata.

Analogamente si procede per i gruppi 1 e 2.

A questo punto il docente invita gli studenti a dare una formulazione scritta dell'enunciato del Teorema del coseno appena ricavato: "Il quadrato di un qualunque lato di un triangolo è uguale alla somma dei quadrati degli altri due lati, diminuito del doppio prodotto di tali lati per il coseno dell'angolo tra essi compreso."

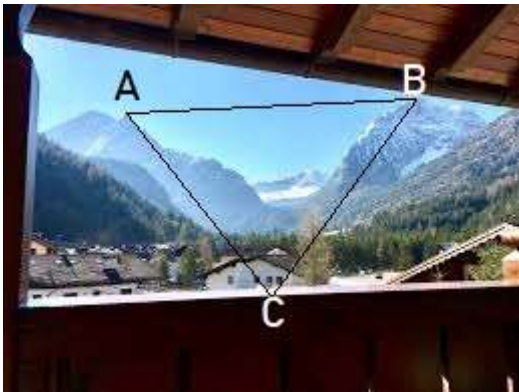
## VALUTAZIONE

1. CONOSCO IL TEOREMA DEL COSENO?

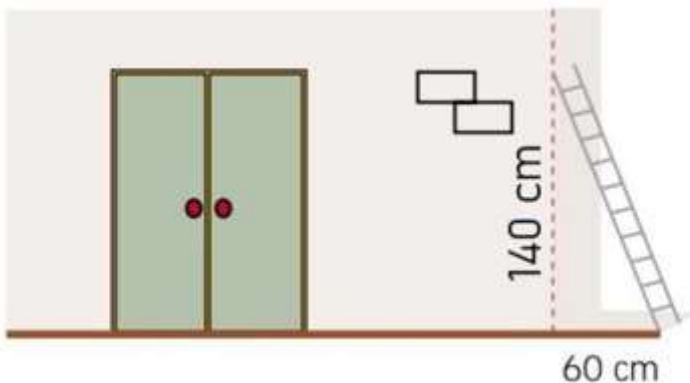
2. SONO IN GRADO DI APPLICARLO?

Gli studenti devono rispondere ai seguenti quesiti in 5/10 minuti:

1) Un alpinista (C nella foto) osserva le cime di due montagne, che distano in linea d'aria rispettivamente 8 km e 12 km dalla finestra del rifugio. Se l'alpinista deve girare lo sguardo di 75 gradi per passare da un picco ad un altro, qual è la distanza tra le due cime?



2) In Figura è mostrata una scala appoggiata ad un muro: determina la lunghezza della scala. In questo caso specifico, come diventa il teorema del coseno? Trova anche l'angolo che la scala forma con il pavimento



## GUIDA ALL'INCLUSIONE

- Gli studenti sono uno diverso dall'altro, così come le loro esigenze. Di seguito troverai diversi suggerimenti per poter rendere la lezione di matematica più inclusiva per gli studenti che lottano con disturbi dell'apprendimento.
- • Quando assegni compiti alla classe, cerca di suddividerli in sotto comandi. Evita doppi comandi in ciascuna istruzione. Ricorda che in caso di operazioni / esercizi con più passaggi, è fondamentale aiutare gli studenti a scomporre i singoli passaggi.
- • Puoi utilizzare delle forme di controllo per i tuoi studenti, per assicurarti che abbiano completato tutti i passaggi
- • Assicurati che il carattere, l'interlinea e l'allineamento del documento siano accessibili agli studenti con disturbi dell'apprendimento. Si consiglia di utilizzare un carattere sans serif semplice e con spaziatura uniforme, come Arial e Comic Sans. Altre possibili font: Verdana, Tahoma, Century Gothic e Trebuchet. La spaziatura dovrebbe essere 1,5 e si dovrebbe evitare la giustificazione nel testo.
- • Alla fine di ogni attività, dedica del tempo a chiedere agli studenti cosa hanno imparato, per capire meglio il loro processo di apprendimento
- • Assicurati che il materiale che gli studenti hanno a disposizione sia abbastanza „maneggevole“
- • Durante l'utilizzo di supporti diversi (carta, computer e ausili visivi) sceglie uno sfondo diverso dal bianco, che può essere troppo luminoso per gli studenti con disturbi dell'apprendimento. La scelta migliore sarebbe crema o pastello morbido, ma prova a testare colori diversi per saperne di più sulle preferenze degli studenti.
- • Per stimolare la memoria a breve e lungo termine, prepara per tutti gli studenti uno schema che descriva ciò che impareranno in questa lezione, e terminalo con un riassunto di ciò che è stato insegnato. In questo modo rafforzeranno la capacità di ricordare le informazioni.
- **ESEMPIO:**
- **1. Inizia ogni lezione con un breve "CHECK-IN"**
- • Oggi studieremo l'argomento (nome dell'argomento)
- • Vi parlerò di: (nomina 3 parole chiave legate all'argomento)
- • Quindi presenterò gli esercizi: (nomina gli esercizi dal libro o altro testo)
- • Quindi faremo gli esercizi (spiegare il modo in cui lo studente lavorerà: es. Insieme all'insegnante / in coppia / individualmente)
- • Una volta terminati gli esercizi passa al successivo:
- 
- **2. Quindi termina la lezione con un breve "CHECK-OUT"**
- • Durante la lezione abbiamo studiato (argomento della lezione)

- • Le cose più importanti sono state: (nomina 3 parole chiave collegate all'argomento)
- • Siamo stati in grado di fare ... (racconta il lavoro svolto dallo studente durante la lezione)
- • Esploreremo l'argomento la prossima volta quando studieremo (nomina il seguente argomento)

È un piccolo aggiustamento che richiederà 5 minuti della lezione, ma può fare una grande differenza per lo studente. Prova a renderlo una routine abituale.