

LESSON SCENARIO 06:

IL RAGGIO DEL CERCHIO INSCRITTO IN UN TRIANGOLO

MATERIA: GEOMETRIA

CLASSE/ETÁ: 14-15 ANNI

PREREQUISITI: CERCHIO INSCRITTO IN UN TRIANGOLO, BISETTRICI, CENTRO DEL CERCHIO INSCRITTO, PERIMETRO ED AREA DI UN TRIANGOLO, FORMULA DI ERONE, AREA DI UN CERCHIO.

: COSTRUZIONI, ARCHITETTURA, ARTE



OBIETTIVI D'APPRENDIMENTO

- costruire un cerchio inscritto in un triangolo
- trovare la relazione tra area, perimetro e il raggio del cerchio inscritto in un triangolo
- applicare la formula scoperta in situazioni pratiche e concrete

METODI D'INSEGNAMENTO

- Lavoro manuale
- Lavoro a coppie

PAROLE CHIAVE

- Cerchio inscritto in un triangolo
- Area di un triangolo
- Semiperimetro di un triangolo
- Formula di Erone
- Raggio

MATERIALE

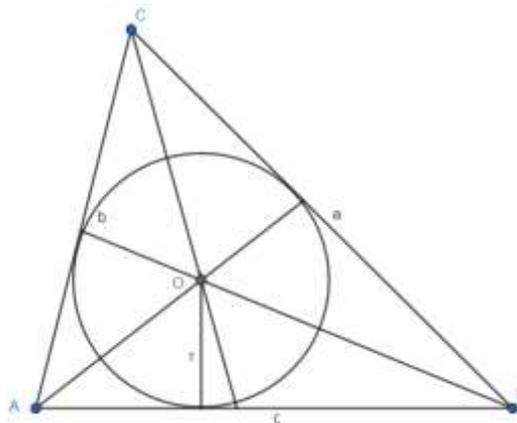
- Lavagna
- Lim/videoproiettore
- riga, squadra, goniometro, compasso
- fogli
- forbici
- calcolatrice

ATTIVITA'

Attività 1 – 5 minuti

L'insegnante ricorda brevemente il concetto di cerchio inscritto in un triangolo:

- I lati del triangolo sono tangenti alla circonferenza.
- Il centro del cerchio inscritto si trova nel punto di incontro delle bisettrici del triangolo.
- La bisettrice è la semiretta che ha origine in un vertice del triangolo e divide l'angolo in due parti uguali. (in un triangolo ci sono tre bisettrici, una per ogni vertice)
- Il semiperimetro di un triangolo è dato da $p = \frac{a+b+c}{2}$.
- L'area del triangolo, secondo la formula di Erone, è data da $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.
- L'area di un cerchio è $A = \pi r^2$.



Attività 2 – 5 minuti

L'insegnante enuncia il seguente teorema:

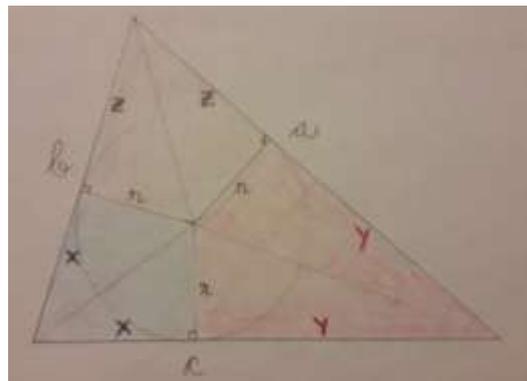
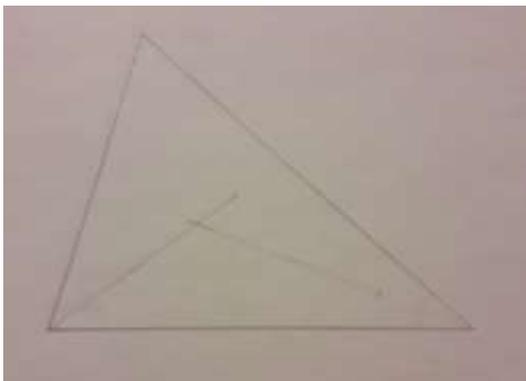
Per ogni triangolo vale l'uguaglianza $r = \frac{S}{p}$, dove r isè il raggio del cerchio inscritto nel triangolo, S è l'area del triangolo e p è il semiperimetro del triangolo, $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Attività 3 – 10 minuti

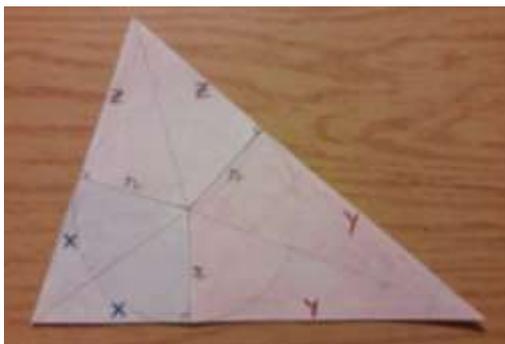
Per dimostrare il teorema, il docente scrive le istruzioni alla lavagna, passaggio per passaggio, mentre gli studenti lavorano a coppie.

1. Disegna su un foglio di carta un triangolo. Traccia le bisettrici degli angoli interni. Dal punto di incontro delle bisettrici disegna il cerchio inscritto. Congiungi il centro della circonferenza con i punti di tangenza. Dal disegno risulta:

$$a + b + c = 2(x + y + z), \text{ and you get } p = x + y + z$$



2. Taglia il triangolo nei 6 triangoli in cui è stato suddiviso dalle tre bisettrici e dai tre raggi.



3. Ricomponi i sei triangoli in modo da formare un rettangolo con un lato pari ad r e l'altro lato di lunghezza .

$$x + y + z$$



4. l'area del triangolo iniziale è uguale all'area del rettangolo finale, quindi $S = r(x + y + z)$, $S = rp$.

Attività 4 – 15 minuti

Il falegname George deve costruire un armadio le cui mensole hanno la forma di triangoli rettangoli isosceli, come nel disegno. Aiutalo a calcolare la profondità che deve avere la mensola (cioè il cateto del triangolo rettangolo), sapendo che su ogni scaffale andranno posizionati dei piatti con un diametro di 40 cm.



Indichiamo con a un cateto del triangolo.

Ovviamente, anche l'altro cateto è a (poiché il triangolo è isoscele), mentre l'ipotenusa (per il teorema di Pitagora) sarà $a\sqrt{2}$.

Quindi l'area del triangolo è $S = \frac{a^2}{2}$ e il semiperimetro $p = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}$.

Sostituendo le formule precedenti nell'uguaglianza del punto 3. otteniamo:

Substituting in the newly learned equality, we get:

$$S = rp \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}r \Leftrightarrow a = (2 + \sqrt{2})r$$

Nel nostro caso $r = 20$ e $\sqrt{2} \simeq 1,42$ da cui si ottiene $a \simeq (2 + 1,42) \cdot 20 = 68,4$ cm

VALUTAZIONE

Verifica finale

Per le domande 1 e 2 è richiesta solo la risposta corretta, mentre per le domande 3 e 4 è richiesto l'intero processo di calcolo.

(20p) 1. Il centro del cerchio inscritto in un triangolo è:

- a) il punto d'incontro delle mediane del triangolo
- b) il punto d'incontro degli assi del triangolo
- c) il punto d'incontro delle bisettrici del triangolo

d) il punto d'incontro delle altezze del triangolo

(20p) 2. La formula di Erone, per determinare l'area di un triangolo, è:

a) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, dove p è il perimetro del triangolo

b) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, dove p è il semiperimetro del triangolo

c) $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$, dove p è il perimetro del triangolo

d) $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$, dove p è il semiperimetro del triangolo

(20p) 3. Dato un triangolo la cui area è 96 m^2 e il perimetro 48 m , calcola il raggio del cerchio inscritto.

(30p) 4. All'incrocio nell'immagine a fianco, la società di design deve posizionare un prato nel cerchio centrale, e il marmo bianco nel resto del triangolo. Aiuta i lavoratori a calcolare la superficie del prato e quella che deve essere coperta di marmo, conoscendo le lunghezze dei lati del triangolo: $a = 40 \text{ m}$, $b = 30 \text{ m}$ e $c = 20 \text{ m}$.

Punti aggiuntivi: 10

Tempo: 15 minuti



RISPOSTE: 1. c) 2. b)

3. Calcolo del semiperimetro del triangolo: $p = \frac{a+b+c}{2} = 24 \text{ m}$.

Calcolo del raggio del cerchio inscritto: $r = \frac{S}{p} = 4 \text{ m}$.

4. Calcolo del semiperimetro del triangolo: $p = \frac{a+b+c}{2} = 45 \text{ m}$.

Calcolo dell'area del triangolo usando la formula di Erone: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25} = 75\sqrt{15} \text{ m}^2$.

Calcolo del raggio del cerchio inscritto: $r = \frac{S}{p} = \frac{75\sqrt{15}}{45} = \frac{5\sqrt{15}}{3} \text{ m}$.

Calcolo dell'area del cerchio: $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\right)^2 = \pi \frac{125}{3} \text{ m}^2$.

La superficie da coprire di marmo è: $S - A = 75\sqrt{15} - \pi \frac{125}{3} \text{ m}^2$

LINEE GUIDA PER L'INCLUSIONE

Gli studenti sono uno diverso dall'altro, così come le loro esigenze. Di seguito troverai diversi suggerimenti per poter rendere la lezione di matematica più inclusiva per gli studenti che lottano con disturbi dell'apprendimento.

- Quando assegni compiti alla classe, cerca di suddividerli in sotto comandi. Evita doppi comandi in ciascuna istruzione. Ricorda che in caso di operazioni / esercizi con più passaggi, è fondamentale aiutare gli studenti a scomporre i singoli passaggi.
- Puoi utilizzare delle forme di controllo per i tuoi studenti, per assicurarti che abbiano completato tutti i passaggi
- Assicurati che il carattere, l'interlinea e l'allineamento del documento siano accessibili agli studenti con disturbi dell'apprendimento. Si consiglia di utilizzare un carattere sans serif semplice e con spaziatura uniforme, come Arial e Comic Sans. Altre possibili font: Verdana, Tahoma, Century Gothic e Trebuchet. La spaziatura dovrebbe essere 1,5 e si dovrebbe evitare la giustificazione nel testo.
- Alla fine di ogni attività, dedica del tempo a chiedere agli studenti cosa hanno imparato, per capire meglio il loro processo di apprendimento
- Assicurati che il materiale che gli studenti hanno a disposizione sia abbastanza „maneggevole“
- Durante l'utilizzo di supporti diversi (carta, computer e ausili visivi) sceglie uno sfondo diverso dal bianco, che può essere troppo luminoso per gli studenti con disturbi dell'apprendimento. La scelta migliore sarebbe crema o pastello morbido, ma prova a testare colori diversi per saperne di più sulle preferenze degli studenti.
- Per stimolare la memoria a breve e lungo termine, prepara per tutti gli studenti uno schema che descriva ciò che impareranno in questa lezione, e terminalo con un riassunto di ciò che è stato insegnato. In questo modo rafforzeranno la capacità di ricordare le informazioni.

ESEMPIO:

1. Inizia ogni lezione con un breve "CHECK-IN"

- Oggi studieremo l'argomento (nome dell'argomento)
- Vi parlerò di: (nomina 3 parole chiave legate all'argomento)
- Quindi presenterò gli esercizi: (nomina gli esercizi dal libro o altro testo)

Quindi faremo gli esercizi (spiegare il modo in cui lo studente lavorerà: es. Insieme all'insegnante / in coppia / individualmente)

- Una volta terminati gli esercizi passa al successivo:

2. Quindi termina la lezione con un breve "CHECK-OUT"

- Durante la lezione abbiamo studiato (argomento della lezione)

- Le cose più importanti sono state: (nomina 3 parole chiave collegate all'argomento)
- Siamo stati in grado di fare ... (racconta il lavoro svolto dallo studente durante la lezione)
- Esploreremo l'argomento la prossima volta quando studieremo (nomina il seguente argomento)

È un piccolo aggiustamento che richiederà 5 minuti della lezione, ma può fare una grande differenza per lo studente. Prova a renderlo una routine abituale.

BIBLIOGRAFIA

Roger B. Nelsen, Proofs Without Words III - Further Exercises in Visual Thinking, Published and Distributed by The Mathematical Association of America, 2015