

# ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 06: Η ΑΚΤΙΝΑ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΣΑ ΣΕ ΕΝΑ ΤΡΙΓΩΝΟ

Ενότητα: Γεωμετρία

Επίπεδο: 14 -15 ετών

Απαιτούμενες γνώσεις: ο κύκλος μέσα σε ένα τρίγωνο, διχοτόμοι, το κέντρο του κύκλου μέσα σε ένα τρίγωνο, η περίμετρος ενός τριγώνου, το εμβαδόν ενός ορθογώνιου τριγώνου, ο τύπος του Ήρων, το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου.

Συσχέτιση: Ξυλουργεία, Τέχνη, Κατασκευαστικός τομέας, Αρχιτεκτονική

## ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Η κατασκευή ενός κύκλου μέσα σε ένα τρίγωνο
- Η κατανόηση της σχέσης μεταξύ του εμβαδού, της περιμέτρου και της ακτίνας του κύκλου μέσα στο τρίγωνο
- Η εφαρμογή του τύπου που θα ανακαλύψουμε στην πράξη, σε συγκεκριμένες καταστάσεις

## ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- Πρακτική Άσκηση
- Διαδραστική Δραστηριότητα
- Ομαδική Εργασία

## ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

- Ο κύκλος μέσα σε τρίγωνο
- Εμβαδόν τριγώνου
- Ημιπερίμετρος τριγώνου
- Ήρων
- Ακτίνα

## ΥΛΙΚΑ

- Πίνακας
- Γεωμετρικά αντικείμενα
- Φωτοτυπίες
- Ψαλίδια
- Ψηφιακός προβολέας
- Φορητός υπολογιστής/κομπιουτεράκι



## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1 (1 – 5 λεπτά)

Ο/η καθηγητής/ρια υπενθυμίζει τις έννοιες:

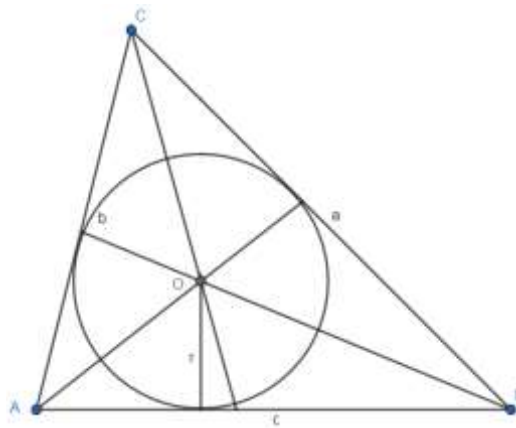
Ο κύκλος εγγεγραμμένος σε τρίγωνο. Οι πλευρές του τριγώνου (που θεωρούνται τμήματα) εφάπτονται στον κύκλο.

Το κέντρο του κύκλου μέσα στο τρίγωνο βρίσκεται στην τομή των διχοτόμων των γωνιών του τριγώνου.

Η διχοτόμος ενός τριγώνου είναι μια ημιευθεία που ξεκινά από την κορυφή της γωνίας και χωρίζει την γωνία σε δύο άλλες ίσες γωνίες.

Η ημιπερίμετρος του τριγώνου  $p = \frac{a+b+c}{2}$ .

Το εμβαδόν τριγώνου, χρησιμοποιώντας το θεώρημα του Ήρωνα είναι  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ . Το εμβαδόν του δίσκου  $A = \pi r^2$ .



### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2 (5 λεπτά)

Ο/η καθηγητής/ρια διατυπώνει το θεώρημα:

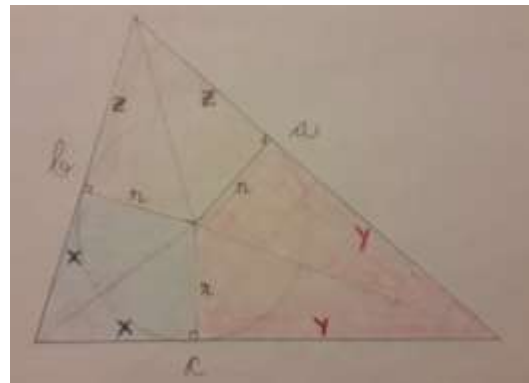
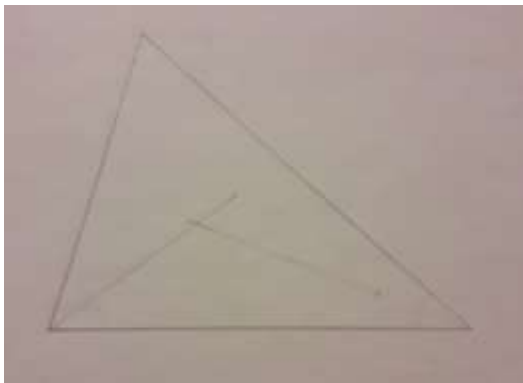
Σε όλα τα τρίγωνα, ισχύει η εξίσωση  $r=S/p$ , όπου  $r$  είναι η ακτίνα του κύκλου μέσα στο τρίγωνο,  $S$  είναι το εμβαδόν του τριγώνου και  $p$  είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου,  $p=(a+b+c)/2$ .

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3 (10 minutes)

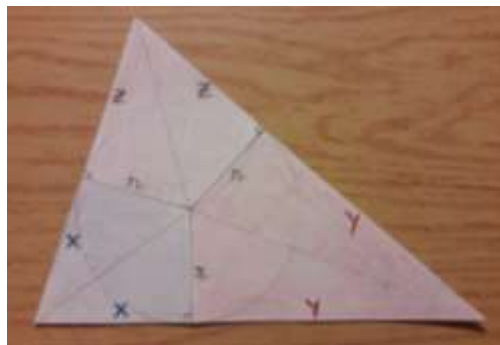
Αφού παρουσιαστεί το θεώρημα, ο/η καθηγητής/ρια σχεδιάζει στον πίνακα το σχήμα και οι μαθητές δουλεύουν σε ζευγάρια.

1. Πάρτε ένα φύλλο χαρτί και σχεδιάστε ένα τρίγωνο. Μέσα στο τρίγωνο σχεδιάστε έναν κύκλο. Από το κέντρο του κύκλου, σχεδιάστε τα εφαπτόμενα σημεία.

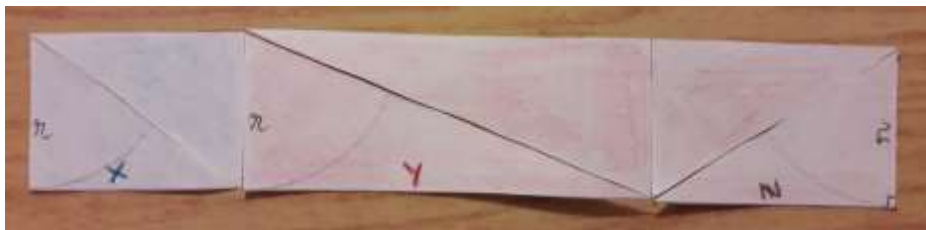
$$a + b + c = 2(x + y + z), \text{ από όπου προκύπτει } p = x + y + z$$



2. Κόψτε τα 6 νέα τρίγωνα που σχηματίστηκαν.



3. Ανασυντάξτε τα τρίγωνα ώστε να σχηματίσετε ένα παραλληλόγραμμο με τη μία πλευρά μήκους  $r$  και την άλλη πλευρά μήκους  $x+y+z$ .



4. Το εμβαδόν του αρχικού τριγώνου είναι ίσο με το εμβαδόν του ορθογώνιου παραλληλόγραμμου, άρα  $S = r(x + y + z)$ ,  $S = rp$ .

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4 (15 λεπτά)**

Ο Γιώργος ο μαραγκός πρέπει να κατασκευάσει ένα ντουλάπι του οποίου τα ράφια να έχουν το σχήμα ισοσκελών τριγώνων, όπως στην εικόνα. Βοηθήστε τον να υπολογίσει την κάθετη πλευρά του τριγώνου, δεδομένου ότι τα πιάτα στο ράφι θα έχουν διάμετρο 40 εκ.

$a$  είναι η μια πλευρά του τριγώνου

Σαφώς, η άλλη πλευρά είναι επίσης  $a$ . Η υποτείνουσα είναι  $a\sqrt{2}$ .

Με αυτόν τον τρόπο, το εμβαδόν του τριγώνου είναι  $S = \frac{a^2}{2}$

και η περίμετρος  $p = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}$ .

Εφαρμόζοντας την νέα εξίσωση που μάθαμε, προκύπτει:

$$S = rp \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{a + a + a\sqrt{2}}{2}r \Leftrightarrow a = (2 + \sqrt{2})r$$

για  $r = 20$  και  $\sqrt{2} \approx 1,42$  από όπου προκύπτει  $a \approx (2+1,42) \cdot 20 = 68,4$  cm



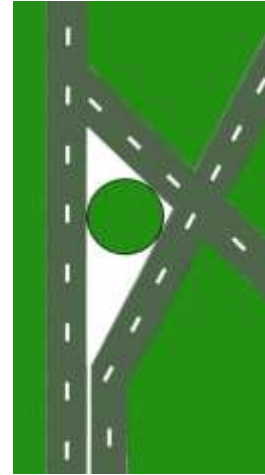
## ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

Το φυλλάδιο της αξιολόγησης

Για τις δραστηριότητες 1 και 2 απαιτείται μόνο η σωστή απάντηση, αλλά για την 3 και 4 απαιτείται ολόκληρη η διαδικασία υπολογισμού.

(20β) 1. Το κέντρο του κύκλου μέσα σε τρίγωνο βρίσκεται:

- a) στην τομή της μεσοκάθετος του τριγώνου
- b) στην τομή των διαμέσων του τριγώνου
- c) στον τομή των διχοτόμων γωνιών του τριγώνου
- d) στην τομή των υψών του τριγώνου



(20β) 2. Ο τύπος του Ήρωνα για τον υπολογισμό του εμβαδού του τριγώνου είναι:

- a)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , όπου  $S$  είναι η περίμετρος του τριγώνου
- b)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , όπου  $S$  είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου
- c)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , όπου  $S$  είναι η περίμετρος του τριγώνου
- d)  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , όπου  $S$  είναι η ημιπερίμετρος

(20β) 3. Υπολογίστε την ακτίνα του κύκλου μέσα σε τρίγωνο με εμβαδόν  $96 \text{ m}^2$  και περίμετρο  $48 \text{ m}$ .

(30β) 4. e. Στις διασταυρώσεις της εικόνας, η κατασκευαστική εταιρεία πρέπει να τοποθετήσει γρασίδι στο κυκλικό σημείο στην μέση και να τοποθετήσει λευκό μάρμαρο στο υπόλοιπο τρίγωνο. Βοηθήστε τους εργάτες να υπολογίσουν την επιφάνεια του γρασιδιού και την επιφάνεια που πρέπει να καλυφθεί με μάρμαρο, γνωρίζοντας πως τα μήκη των πλευρών του τριγώνου είναι:  $a = 40 \text{ m}$ ,  $b = 30 \text{ m}$  και  $c = 20 \text{ m}$ .

Οι βαθμοί του/της καθηγητή/ριας: 10

Χρόνος άσκησης: 15 λεπτά

Λύσεις:

1. c)

2. b)

3. Υπολογίζουμε την ημιπερίμετρο του τριγώνου  $p = \frac{a+b+c}{2} = 24 \text{ m}$ .

Υπολογίζουμε την ακτίνα του κύκλου μέσα στο τρίγωνο  $r = \frac{S}{p} = 4 \text{ m}$ .

4. Υπολογίζουμε την ημιπερίμετρο του τριγώνου  $p = \frac{a+b+c}{2} = 45 \text{ m}$ .

Υπολογίζουμε την επιφάνεια του τριγώνου χρησιμοποιώντας τον τύπο του Ήρωνα  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25} = 75\sqrt{15} \text{ m}^2$ .

Υπολογίζουμε την ακτίνα του κύκλου μέσα στο τρίγωνο  $r = \frac{S}{p} = \frac{75\sqrt{15}}{45} = \frac{5\sqrt{15}}{3} \text{ m}$ .

Υπολογίζουμε την επιφάνεια του δίσκου  $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\right)^2 = \pi \frac{125}{3} \text{ m}^2$ .

Η επιφάνεια που πρέπει να καλυφθεί με μάρμαρο είναι  $S - A = 75\sqrt{15} - \pi \frac{125}{3} \text{ m}^2$ .

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.

Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσβάσιμα για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.

Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα τις μαθησιακής διαδικασίας.

Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.

Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.

Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»

Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)

Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)

Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)

Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)

Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα

2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»

Στη διάρκεια του μαθήματα μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)

Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)

Μπορέσαμε να κάνουμε... (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)

Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.