ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 13:
ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΘΑΛΗ

Ενότητα: Γεωμετρία

Επίπεδο: 14 -15 ετών

Απαιτούμενες γνώσεις: Βασικές μαθηματικές πράξεις, επίλυση γραμμικών εξισώσεων με ένα άγνωστο

Συσχέτιση: Καθημερινή ζωή, γεωμετρία

ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Οι μαθητές θα μάθουν για το Θεώρημα του Θαλή
- Θα είναι σε θέση να εφαρμόσουν ένα από τα κριτήρια των ομοίων τριγώνων που βασίζεται σε ένα πρόβλημα από την Ιστορία των Μαθηματικών

ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- Διαδραστική Δραστηριότητα
- Ομαδική Εργασία

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΔΙΑ

- Θεώρημα του Θαλή
- Όμοια τρίγωνα

ΥΛΙΚΑ

- Ασπροπίνακας
- Φύλλα εργασίας

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1 (15 λεπτά)

Ο/η καθηγητής/ρια κάνει την εισαγωγή στον Θαλή τον Μιλήσιο και το θεώρημα του. Ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να προτρέψει τους μαθητές να διαβάσουν μόνοι τους ποιος ήταν ο Θαλής ο Μιλήσιος από τις φωτοτυπίες τους.

Ποιος ήταν ο Θαλής ο Μιλήσιος;

Ο Θαλής ο Μιλήσιος γεννήθηκε το 624 π.Χ. στη Μίλητο στην Ελλάδα. Θεωρείται ο αρχαιότερος προσωκρατικός φιλόσοφος και ο πρώτος από τους επτά σοφούς της αρχαιότητας. Ήταν μαθηματικός, φυσικός, αστρονόμος, μηχανικός, μετεωρολόγος. Ήταν ιδρυτής της Ιωνικής Σχολής της φυσικής φιλοσοφίας στη Μίλητο.

Ο Αριστοτέλης, αλλά και άλλοι αρχαίοι φιλόσοφοι, θεωρούσαν τον Θαλή ως τον πρώτο Έλληνα φιλόσοφο. Ο Θαλής ήταν αυτός που κατάφερε να προσεγγίσει και να εξηγήσει φυσικά φαινόμενα με επιστημονική λογική, αρνούμενος να δεχτεί προγενέστερες ερμηνείες των φυσικών φαινομένων, που μέχρι τότε βασίζονταν αποκλειστικά σε μύθους, θρύλους και θρησκευτικές πεποιθήσεις. Ως εκ τούτου, ο Θαλής ο Μιλήσιος θεωρείται αυτός που πρώτος άνοιξε τον δρόμο για την επιστημονική έρευνα.

Ο/η καθηγητής/ρια στη συνέχεια θα παραθέσει το θεώρημα του Θαλή και θα το εξηγήσει στους μαθητές:

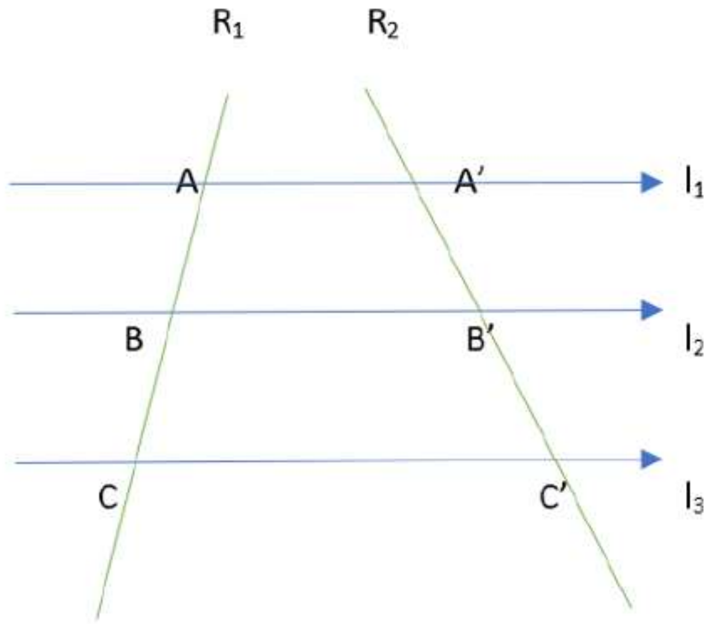
Το θεώρημα του Θαλή

Ο Θαλής ο Μιλήσιος είναι ευρέως γνωστός για τα θεωρήματα του στο πεδίο της γεωμετρίας. Ένα από αυτά είναι το θεώρημα που παρουσιάζεται παρακάτω:

Αν τρεις παράλληλες ίσιες γραμμές l1, l2 και l3 τέμνουν (διασταυρώνονται με) δυο άλλες διαφορετικές, ας τις ονομάσουμε R1 και R2, τότε παράγουν αναλογικά τμήματα.

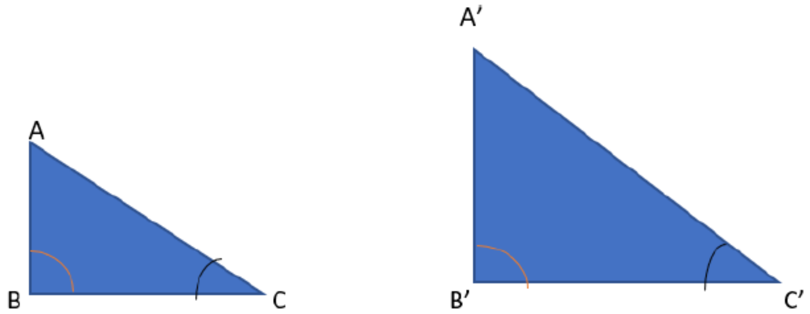
Δηλαδή, αν $l_1 // l_2 // l_3$ και διασταυρώνονται με R_1 και R_2, τότε $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$

Ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να επεξηγήσει περαιτέρω την παραπάνω διατύπωση και τη συσχέτιση της με τα όμοια τρίγωνα χρησιμοποιώντας το παράδειγμα της φωτοτυπίας:



Επιπρόσθετα, η θεωρεία των ομοίων τριγώνων είναι άμεσα συνδεδεμένη με το θεώρημα του Θαλή. Πιο συγκεκριμένα, υπάρχουν τρία κριτήρια ομοιότητας. Εδώ θα επικεντρωθούμε στο δεύτερο κριτήριο ομοιότητας (που συνήθως το βρίσκουμε ως κριτήριο ΑΑ ομοιότητας, το οποίο εκφράζεται με τον παρακάτω τρόπο:

Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο από τις γωνίες τους ίσες (μία προς μία) τότε είναι όμοια τρίγωνα



Ας υποθέσουμε ότι η γωνία B από το τρίγωνο ABC είναι ίση με την γωνία B' του A'B'C' και ότι η γωνία C είναι ίση με την C'. Τότε, σύμφωνα με το κριτήριο AA της ομοιότητας που αναφέραμε παραπάνω, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι τα τρίγωνα ABC και A'B'C' είναι όμοια, ακολουθώντας επομένως την παρακάτω αναλογία:

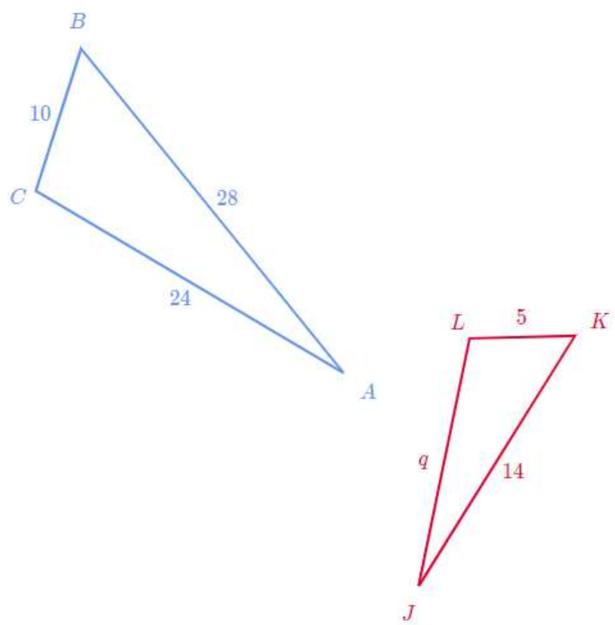
$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$ =λ, όπου λ είναι ο «λόγος ομοιότητας»

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2 (15 λεπτά):Οι μαθητές μπορούν να λύσουν το θεώρημα στην πράξη

Προτείνεται ο/η καθηγητής/ρια να ζητήσει από τους μαθητές να λύσουν μια απλούστερη άσκηση πάνω στα όμοια τρίγωνα προτού να προχωρήσουν στη δραστηριότητα. Ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να χρησιμοποιήσει το παρακάτω παράδειγμα πάνω στα όμοια τρίγωνα:

Ο καθηγητής μπορεί να σχεδιάσει τα παρακάτω τρίγωνα στον ασπροπίνακα.

Το τρίγωνο ABC είναι όμοιο με το JKL. Βρείτε το q.



(Πηγή: https://www.khanacademy.org/math/geometry/hs-geo-similarity/hs-geo-solving-similar-triangles/e/solving_similar_triangles_1)

Λύση: Πριν ζητηθεί η λύση από τους μαθητές, ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να προσθέσει ότι σε αυτήν την περίπτωση μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα που αναφέραμε $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$. Αυτό συμβαίνει γιατί η άσκηση επισημαίνει στην αρχή ότι τα τρίγωνα είναι όμοια, κάτι που είναι άμεσα συνδεδεμένο με το θεώρημα του Θαλή, όπως αναφέρθηκε παραπάνω.

Για κάθε βήμα της ερώτησης, ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να ρωτάει διαφορετικό μαθητή, ώστε να συμμετέχουν περισσότεροι μαθητές.

Βήμα 1: ποιες πλευρές των τριγώνων ABC και JKL είναι όμοιες;

Η λύση είναι: $\frac{AB}{JK} = \frac{BC}{LK} = \frac{CA}{JL}$ **.**

Βήμα 2: Ποιο είναι το επόμενο βήμα; Υποκαθιστώντας τις διαστάσεις, καταλήγουμε: $\frac{28}{14} = \frac{10}{5} = \frac{24}{q}$

Άρα, ο "λόγος ομοιότητας" των τριγώνων ABC και JKL ισοδυναμεί με δύο.

q = 12.

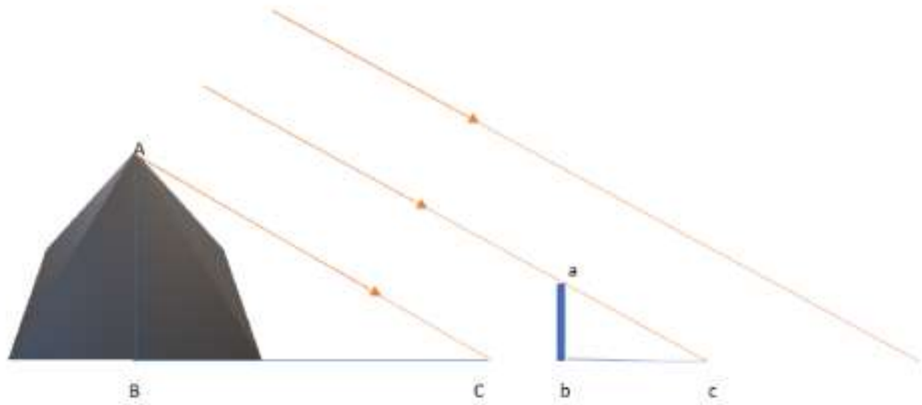
<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ (40 λεπτά):</u>

Συμβουλή: ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να επιλύσει τις παρακάτω ερωτήσεις με τους μαθητές μέσω μιας συζήτησης (με ολόκληρη την τάξη). Μπορεί να δώσει 5-10 λεπτά για κάθε ερώτηση πριν συζητηθεί η σωστή απάντηση.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Με βάση την ιστορία των μαθηματικών και σύμφωνα με τον Πλούταρχο (τον Αρχαίο Έλληνα Δοκιμιογράφο), ο Θαλής ο Μιλήσιος χρησιμοποίησε την θεωρία των ομοίων τριγώνων ώστε να λύσει ένα πρακτικό πρόβλημα που είχε προκύψει στην εποχή του. Εικάζεται ότι μέχρι τότε, κανένας δεν είχε καταφέρει να υπολογίσει το ύψος της πυραμίδας του Χέοπα, εξαιτίας της ιδιαιτερότητας του σχήματος της (είχε χτιστεί πλάγια).

Παρ' όλα αυτά, ο Θαλής κατάφερε να λύσει το πρόβλημα, υπολογίζοντας το μήκος της σκιάς της πυραμίδας, κερδίζοντας έτσι τον θαυμασμό του Αιγύπτιου Βασιλιά, Άμαση. Η παρακάτω εικόνα δείχνει την λύση του Θαλή:



Μια συγκεκριμένη ώρα της ημέρας, κατά την οποία οι ακτίνες του ηλίου έπεφταν πλάγια στην πυραμίδα, ο Θαλής τοποθέτησε ένα ξυλαράκι παράλληλα με την πυραμίδα, ενώ ταυτόχρονα παρατήρησε την σκιά που δημιουργούσε το ξυλαράκι στο έδαφος. Ακολούθως, συνειδητοποίησε ότι το μήκος από το ξυλαράκι (ab), το μήκος της σκιάς από το ξυλαράκι (bc), καθώς και το μήκος της σκιάς της πυραμίδας (BC), ήταν όλα μετρήσιμες ποσότητες. Αναλόγως, κατάφερε να υπολογίσει το ύψος της πυραμίδας εφαρμόζοντας το πρώτο κριτήριο της ισότητας των τριγώνων στα δυο τρίγωνα που σχηματίστηκαν.

Παρατηρήστε την παραπάνω φωτογραφία και δουλέψτε πάνω στις παρακάτω ερωτήσεις:

<u>Ερώτηση 1</u>: Ποια δυο τρίγωνα χρησιμοποίησε για να εφαρμόσει το κριτήριο ΑΑ της ομοιότητας τριγώνων; Χρησιμοποιήστε τα γράμματα που δίνονται στην παραπάνω φωτογραφία για να ορίσετε τα τρίγωνα.

<u>Απάντηση 1</u>: Τα τρίγωνα είναι: τρίγωνο ABC και τρίγωνο abc

<u>Ερώτηση 2</u>: Πως ο Θαλής ο Μιλήσιος απέδειξε ότι μπορούσε να εφαρμόσει το συγκεκριμένο κριτήριο ομοιότητας; Με άλλα λόγια, πως γνώριζε ότι οι προϋποθέσεις του κριτηρίου ΑΑ της ομοιότητας πληρούνταν στη συγκεκριμένη περίπτωση;

<u>Απάντηση 2</u>: Οι προϋποθέσεις για το κριτήριο ΑΑ ομοιότητας είναι τα εξής:
- Τα δυο τρίγωνα πρέπει να έχουν τις δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία.

Σε αυτήν την περίπτωση, η γωνία Β είναι ίση με τη γωνία b δεδομένου ότι και τα δύο τμήματα ΑΒ και ab, είναι κάθετα προς το έδαφος, σχηματίζοντας έτσι μια ορθή γωνία και στις δύο περιπτώσεις.

Ταυτόχρονα, η γωνία C είναι ίση με τη γωνία c. "Ο Θαλής εφάρμοσε το πείραμα μια συγκεκριμένη ώρα της ημέρας, κατά την οποία οι ακτίνες έπεφταν πλάγια στην

πυραμίδα" αναφέρεται στις οδηγίες της δραστηριότητας. Αυτό υποδηλώνει ότι οι ακτίνες του ήλιου ήταν παράλληλες εκείνη τη χρονική στιγμή, κάτι που σημαίνει πως η γωνία C είναι ίση με τη γωνία c.

Με τον ίδιο τρόπο, έχουμε αποδείξει ότι τα δύο τρίγωνα έχουν δύο από τις γωνίες τους ίσες, μία προς μία, γεγονός που υποδεικνύει πως ο Θαλής ήταν σε θέση να χρησιμοποιήσει το συγκεκριμένο κριτήριο.

Ερώτηση 3: Ποια ήταν η αναλογία που διαμόρφωσε ο Θαλής ώστε να υπολογίσει το ύψος της Πυραμίδας του Χέοπα;

Απάντηση 3: $\frac{AB}{ab} = \frac{BC}{bc}$ όπου AB είναι το ύψος της πυραμίδας

Ερώτηση 4: Ας υποθέσουμε ότι το ξυλαράκι είχε μήκος 2 πόδια, η σκιά του είχε μήκος 4 πόδια, ενώ η σκιά της πυραμίδας ήταν 912 πόδια. Εφαρμόζοντας την αναλογία της 'Ερώτησης 3', υπολογίστε το ύψος της Πυραμίδας του Χέοπα.

Απάντηση 4: AB είναι το ύψος της πυραμίδας

ab = 2

bc = 4

BC = 912

$\frac{AB}{2} = \frac{912}{4}$

$\frac{AB}{2} = 228$

AB = 228 x 2

AB = 456 πόδια

Ερώτηση 5: Υπολογίστε τον λόγο ομοιότητας.

Απάντηση 5:

$\lambda = \frac{AB}{\alpha\beta} = \frac{BC}{bc}$

$\lambda = \frac{912}{4} = \frac{456}{2} = 228$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

1. ΓΝΩΡΙΖΩ το Θεώρημα του Θαλή;

Παραθέστε το θεώρημα.

2. ΚΑΤΑΛΑΒΑΙΝΩ πώς να εφαρμόσω το Θεώρημα του Θαλή όταν χρησιμοποιώ όμοια τρίγωνα;

3. ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΤΟ ΕΞΗΓΗΣΩ στους συμμαθητές μου;

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

- Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.

- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.

- Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσβάσιμα για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.

- Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα τις μαθησιακής διαδικασίας.

- Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.

- Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.

- Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»

- **Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)**
- **Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)**
- **Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)**
- **Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)**
- **Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα**

2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»

- **Στη διάρκεια του μαθήματα μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)**
- **Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)**
- **Μπορέσαμε να κάνουμε… (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)**
- **Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)**

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.