

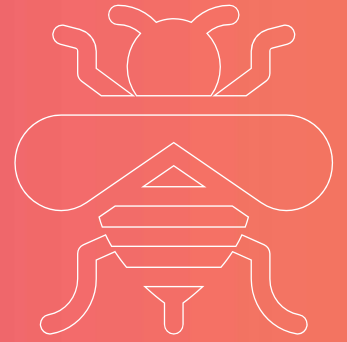
ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 14: ΣΥΣΤΗΜΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

Ενότητα: Γραμμικές Εξισώσεις

Επίπεδο: 13 -15 ετών

Απαιτούμενες γνώσεις: Βασικές μαθηματικές πράξεις, επίλυσης γραμμικών εξισώσεων με ένα άγνωστο

Συσχέτιση: μη-τυπικά παιχνίδια, σπαζοκεφαλιές



ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Οι μαθητές θα εξασκηθούν, μέσω της μεθόδου παιχνοποίησης, πάνω στο πως να βρίσκουν τη λύση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- Διαδραστική Δραστηριότητα
- Ομαδική Εργασία

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΔΙΑ

- Σύστημα Γραμμικών Εξισώσεων
- Σύνολο Μεταβλητών
- Επίλυση ενός Συστήματος

ΥΛΙΚΑ

- Φύλλα Χαρτιού

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (20 ΛΕΠΤΑ)

Ο/η καθηγητής/ρια ξεκινάει εξηγώντας στους μαθητές τον ορισμό ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων, λέγοντας ότι αποτελείται από δύο ή περισσότερες γραμμικές εξισώσεις που έχουν το ίδιο σύνολο μεταβλητών. Ο καθηγητής μπορεί να δώσει ένα προτρεπτικό παράδειγμα στη μορφή μιας σύντομης ιστορίας. Για παράδειγμα: ένα αγόρι και ένα κορίτσι επισκέπτονται ένα κατάστημα κατοικίδιων ζώων. Το αγόρι αγοράζει 1 χρυσόψαρο και 1 κλοουνόψαρο στην τιμή των 10 ευρώ και το κορίτσι αγοράζει 2 χρυσόψαρα και 3 κλοουνόψαρα στην τιμή των 25 ευρώ. Ας συμβολίσουμε το χρυσόψαρο με x και το κλοουνόψαρο με y . Ο/η καθηγητής/ρια μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να βρουν τις δυο γραμμικές εξισώσεις και να τους εξηγήσει τη μέθοδο της αντικατάστασης ώστε να βρουν τις λύσεις του x και y .

Λίγο αργότερα, γίνεται η εισαγωγή στη μέθοδο της αντικατάστασης, ως μέθοδος επίλυσης ενός γραμμικού συστήματος με δύο εξισώσεις και δύο μεταβλητές. Όλη η θεωρία που πρέπει να διδαχθεί δίνεται παρακάτω:

Στα μαθηματικά, ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων αποτελείται από δύο ή περισσότερες γραμμικές εξισώσεις που εμπεριέχουν τον ίδιο αριθμό μεταβλητών. Η επίλυση μιας γραμμικής εξίσωσης είναι μια ομάδα τιμών που επαληθεύει όλες τις εξισώσεις του συστήματος ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, για το παρακάτω γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο μεταβλητές x, y :

$$x + 2y = 7$$

$$x - y = 1$$

Η λύση δίνεται με το αποτέλεσμα $x=3$ και $y=2$, δεδομένου ότι αυτή η απόδοση τιμής επαληθεύει ταυτόχρονα και τις δυο εξισώσεις.

Το ίδιο ισχύει και για ένα γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις μεταβλητές, x, y, z , όπως το παρακάτω:

$$x + 2y + z = 9$$

$$x - y - 2z = -3$$

$$x + y + z = 6$$

στο οποίο $x = 2$, $y = 3$ και $z=1$ ή $(x, y, z) = (2, 3, 1)$ αποτελούν τη λύση του γραμμικού συστήματος.

Σε αυτό το εργαλείο, θα επικεντρωθούμε στη μέθοδο της αντικατάστασης ως μέθοδο επίλυσης του γραμμικού συστήματος των εξισώσεων. Θα προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε τη μέθοδο μέσω του παρακάτω παραδείγματος, ενός γραμμικού συστήματος που περιλαμβάνει 2 εξισώσεις και 2 μεταβλητές:

$$2x + 3y = 8$$

$$4x - 5y = -6$$

Ως πρώτο βήμα, επιλύουμε μια από τις δυο εξισώσεις για το x σε σχέση με το y , ή για το y σε σχέση με το x . Σε αυτήν την περίπτωση, επιλέγουμε να λύσουμε την πρώτη εξίσωση για το x σε σχέση με το y .

$$2x + 3y = 8$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = (8-3y)/2$$

$$x = 4 - 3y/2$$

Σε αυτό το στάδιο, μετατρέπουμε αυτή την έκφραση του x στην άλλη (δεύτερη) εξίσωση του γραμμικού συστήματος. Ως εκ τούτου, η εξίσωση $4x - 5y = -6$ θα πάρει τη μορφή: $4(4 - 3y/2) - 5y = -6$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$16 - 11y = -6$$

$$-11y = -22$$

$$(-11y)/(-11) = (-22)/(-11)$$

$$y = 2$$

Τώρα, επαναποθετούμε το $y = 2$ σε οποιαδήποτε εξίσωση του συστήματος που περιλαμβάνει τη μεταβλητή x . Για παράδειγμα, ας επαναποθετήσουμε το $y = 2$ στην εξίσωση $2x + 3y = 8$:

$$2x + 3 \cdot 2 = 8$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = 2$$

$x = 1$. Επομένως, η λύση είναι $x = 1$ and $y = 2$ ή $(x, y) = (1, 2)$

ΟΙ ΜΑΘΗΤΕΣ ΕΞΑΣΚΟΥΝΤΑΙ ΣΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ (10 λεπτά)

Συνιστάται ο/η καθηγητής/ρια να ζητήσει από τους μαθητές να λύσουν μόνοι τους τουλάχιστον 2-3 γραμμικά συστήματα δυο εξισώσεων, ώστε να εξοικειωθούν με τη διδασκόμενη μεθοδολογία προτού να προχωρήσουν στη ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ που περιλαμβάνεται στο φύλλο εργασίας. Συνεπώς, αυτό το εργαλείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως επιβεβαίωση ότι οι μαθητές έχουν πραγματικά κατανοήσει σε βάθος τον τρόπο επίλυσης τέτοιων συστημάτων, και όχι ως εργαλείο εισαγωγής στη θεωρία του γραμμικού συστήματος με δύο εξισώσεις και δύο μεταβλητές.

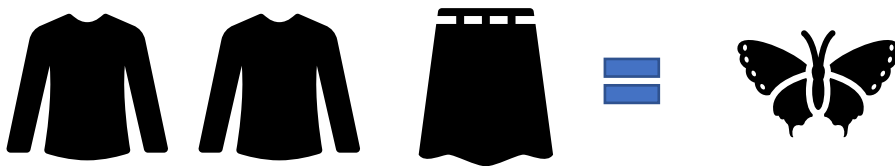
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΑΣΚΗΣΗ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ (20 ΛΕΠΤΑ)

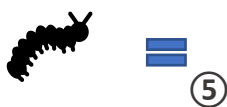
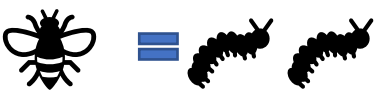
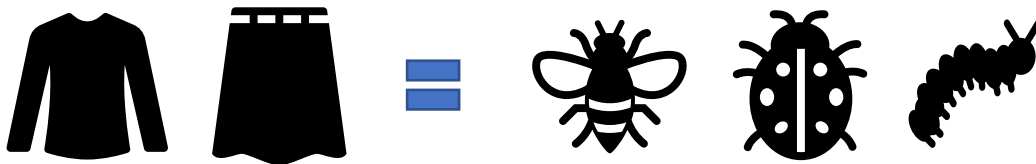
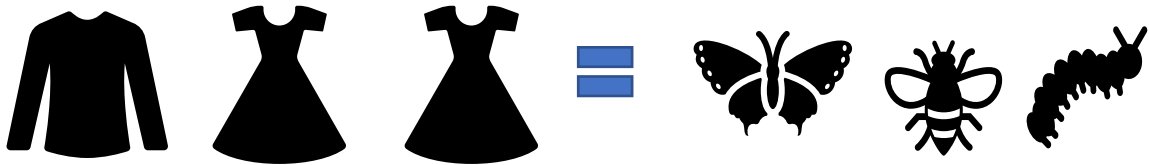
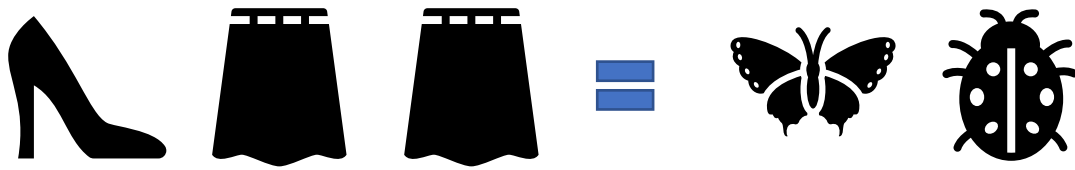
Ο καθηγητής ζητάει από τους μαθητές να σχηματίσουν ζευγάρια ώστε να δουλέψουν ομαδικά και να επιλύσουν την παρακάτω «σπαζοκεφαλιά», χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης.


ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ:

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης που είδαμε παραπάνω, προσπαθήστε να βρείτε μια αριθμητική τιμή για όλα τα αντικείμενα που βρίσκονται στο σύστημα που ακολουθεί:





Μετά την εισαγωγή στη δραστηριότητα, ο/η καθηγητής/ρια ρωτάει τους μαθητές εάν έχουν κάποια ιδέα σχετικά με το πως να λύσουν τη δραστηριότητα. Μία βασική ερώτηση θα μπορούσε να είναι: "Πως ξεκινάμε;". Η απάντηση θα μπορούσε να είναι "Εφόσον η αριθμητική τιμή της σαρανταποδαρούσας  ισούται με 5, και δεδομένου ότι οι τιμές της μέλισσας, της πασχαλίτσας και της πεταλούδας βασίζονται στην τιμή της σαρανταποδαρούσας, μπορούμε με ευκολία να υπολογίσουμε την τιμή της μέλισσας, της

πασχαλίτσας και της πεταλούδας που είναι 10, 20 και 50 αντίστοιχα".

Λίγο αργότερα, ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από τους μαθητές να δουλέψουν σε ζευγάρια και να σχηματίσουν τις εξισώσεις του συστήματος που παρουσιάστηκε στη δραστηριότητα. Ο/η καθηγητής/ρια υπενθυμίζει στους μαθητές ότι θα πρέπει να χρησιμοποιήσουν την ίδια μεταβλητή κάθε φορά που εμφανίζεται ένα συγκεκριμένο σύμβολο, π.χ. τη μεταβλητή x για την μπλούζα, τη μεταβλητή y για τη φούστα, τη μεταβλητή z για το παπούτσι και τη μεταβλητή n για το φόρεμα. Κατά συνέπεια, οι μαθητές καταλήγουν στο γραμμικό σύστημα εξισώσεων που ακολουθεί:

$$2x + y = 50 \text{ [εξίσωση 1]}$$

$$z + 2y = 70 \text{ [εξίσωση 2]}$$

$$y + 2n = 65 \text{ [εξίσωση 3]}$$

$$x + y = 35 \text{ [εξίσωση 4]}$$

Έπειτα, ο/η καθηγητής/ρια θέτει την εξής βοηθητική ερώτηση: "Ποιο θα είναι το κριτήριο μας στην επιλογή των εξισώσεων από τις οποίες θα ξεκινήσουμε;" Η βοηθητική ερώτηση θα δώσει έναυσμα στη συζήτηση και οι μαθητές θα αρχίσουν να ανταλλάσσουν απόψεις μέχρι να καταλήξουν στη σωστή απάντηση η οποία είναι: "Θα πρέπει να ξεκινήσουμε δουλεύοντας στο σύστημα των 2 εξισώσεων και 2 μεταβλητών, το οποίο σχηματίζεται από την εξίσωση 1 και 4· αυτές οι εξισώσεις περιλαμβάνουν το ίδιο σύνολο μεταβλητών, δηλαδή τους x και y ".

Έπειτα, ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από τους μαθητές να δουλέψουν σε ζευγάρια και να προσπαθήσουν να λύσουν το γραμμικό σύστημα των μεταβλητών: $2x + y = 50$ [εξ. 1]

$$x + y = 35 \text{ [εξ. 4]}$$

Η επίλυση του παραπάνω συστήματος δίνεται παρακάτω: Ως πρώτο βήμα, λύνουμε την εξίσωση 4 για y ως προς x :

$$x + y = 35$$

$$y = 35 - x$$

Έπειτα, αντικαθιστούμε αυτή την έκφραση του y στην άλλη εξίσωση του γραμμικού συστήματος [εξ. 1]. Έτσι, η εξίσωση $2x + y = 50$ θα πάρει τη μορφή $2x + 35 - x = 50$

$$x + 35 = 50$$

$$x = 50 - 35$$

$$x = 15$$

Με την αντικατάσταση της τιμής του x μέσα στην εξ.1 ή εξ.4 προκύπτει: $y = 20$

Συνεπώς, μέχρι στιγμής γνωρίζουμε ότι η τιμή της μπλούζας ισοδυναμεί με 15, ενώ η τιμή της φούστας ισοδυναμεί με 20.

Σε αυτό το σημείο, ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από τους μαθητές να ανακοινώσουν τις τιμές x και y . Έπειτα, ζητάει από τους μαθητές να δουλέψουν σε ζευγάρια και να βρουν την τελική λύση.

Οι μαθητές αντιλαμβάνονται σύντομα πως εφόσον η τιμή του y είναι γνωστή, μπορούν να την αντικαταστήσουν και στις δύο εξισώσεις που απομένουν και να καταλήξουν στα παρακάτω αποτελέσματα:

$$z + 2y = 70 \text{ (εξ. 2)}$$

$$z + 40 = 70$$

$$z = 30 \text{ (τιμή παπουτσιού)}$$

$$y + 2n = 65$$

$$20 + 2n = 65$$

$$2n = 65 - 20$$

$$2n = 45$$

$$n = 22.5 \text{ (τιμή φούστας)}$$

Ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από τους μαθητές να ανακοινώσουν τις τιμές του z και n , ή με άλλα λόγια τις τιμές του παπουτσιού και του φορέματος.

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΕΛΙΚΟ ΜΕΡΟΣ (5 λεπτά)

1. ΓΝΩΡΙΖΩ τη θεωρία πίσω από τα γραμμικά συστήματα;

2. ΚΑΤΑΛΛΑΒΑΙΝΩ πώς να χρησιμοποιώ τη μέθοδο της αντικατάστασης για να λύσω ένα γραμμικό σύστημα;

3. ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΤΟ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΩ για να λύσω:

1. το συγκεκριμένο σύστημα με τη μέθοδο της αντικατάστασης 2×2 ?
2. το ειδικό σύστημα με τη μέθοδο του 3×3 ?

4. ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΤΟ ΕΞΗΓΗΣΩ στους συμμαθητές μου;

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

- Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.
- Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσβάσιμα για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.
- Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα τις μαθησιακής διαδικασίας.
- Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.
- Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.
- Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»

- Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)
- Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)
- Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)
- Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα

2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»

- Στη διάρκεια του μαθήματος μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)
- Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Μπορέσαμε να κάνουμε... (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)
- Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.