



## ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 02: ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΗΜΙΤΩΝΩΝ

Τopic: Cosine rule

Επίπεδο: 17 -18 ετών

Απαιτούμενες γνώσεις: Η έννοια του ημιτόνου και του συνημιτόνου, το εμβαδόν ενός τετράπλευρου

Συσχέτιση: Φυσική (πράξεις με διανύσματα), Αστρονομία (η μέθοδος της παράλλαξης)

### ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Η χρήση τριγωνομετρίας
- Η εξερεύνηση του κανόνα των Συνημιτόνων
- Η ικανότητα σύγκρισης διαφορετικών προτάσεων του ίδιου εννοιολογικού πλαισίου

### ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- τεχνολογία ΕΠ
- ατομική και ομαδική εργασία

### ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΔΙΑ

- οξεία/ αμβλεία γωνία
- τρίγωνα
- τετράπλευρα
- ισοδυναμία των πολυγώνων

### ΥΛΙΚΑ

- σετ ΕΠ
- μαυροπίνακας
- χαρτόνι, μολύβι, χρωματιστά στυλό, δυο τρίγωνα αναφοράς από χαρτόνι
- τριγωνικοί χάρακες, γεωμετρικά εργαλεία, ψαλίδια
- Φορητός/σταθερός υπολογιστής, κομπιουτεράκι τσέπης, προτζέκτορας

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

**ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΟΤΑΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΕ ΕΠ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ (5 λεπτά)**

Ο/η καθηγητής/ρια ξεκινά μια συζήτηση με τους μαθητές, ρωτώντας τους για τη χρήση ΕΠ και τις προσδοκίες τους χρησιμοποιώντας ΕΠ στην τάξη.

Μετά τη συζήτηση, ο/η καθηγητής/ρια καθορίζει τις μεθόδους εργασίας και τους κανόνες συμπεριφοράς των μαθητών αναφορικά με τα μέτρα ασφαλείας για τη χρήση ΕΠ στην τάξη και τη μάθηση σε ψηφιακό περιβάλλον:

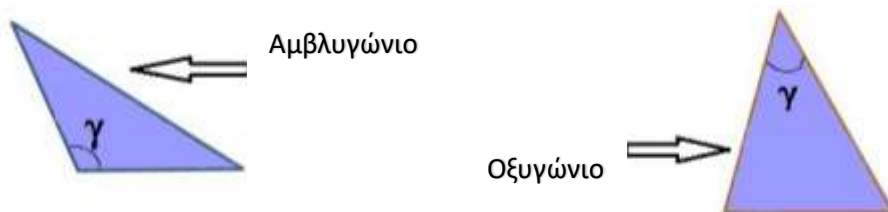
- ακούστε προσεκτικά τον/την καθηγητή/ρια
- αφαιρέστε τα φυσικά εμπόδια προτού χρησιμοποιήσετε την ΕΠ
- δουλεύετε πάντα σε ζευγάρια – ποτέ μόνοι
- διατηρήστε καθαρή τη συσκευή.

**Δραστηριότητα 1 (5 λεπτά) ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ**

Είδος εργασίας: μετωπιαία

Απαιτούμενα αντικείμενα: ένας μαυροπίνακας και μια έτοιμη παρουσίαση PowerPoint

Ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από τους μαθητές να αναφέρουν κάποιους ορισμούς και τύπους: τον ορισμό του συνημιτόνου μίας γωνίας, τον τύπο που αποδίδει το εμβαδόν ενός τετραγώνου, τον τύπο που αποδίδει το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου. Θα χρησιμοποιήσουν αυτούς τους τύπους κατά της διάρκεια της δραστηριότητας. Έπειτα ο/η καθηγητής/ρια χωρίζει την τάξη σε τέσσερις ομάδες και δίνει σε κάθε ομάδα ένα μοβ τρίγωνο φτιαγμένο από χαρτόνι: τα δύο από αυτά είναι οξυγώνια τρίγωνα, τα άλλα δύο είναι αμβλυγώνια τρίγωνα (βλ. εικόνα):



Ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από τους μαθητές να ονομάσουν μια γωνία του τριγώνου (τη  $\gamma$  της παραπάνω εικόνας) και να ονομάσουν τις τρεις πλευρές του τριγώνου  $a$ ,  $b$  και  $c$  (όπου  $c$  είναι η πλευρά απέναντι από τη γωνία  $\gamma$ ).

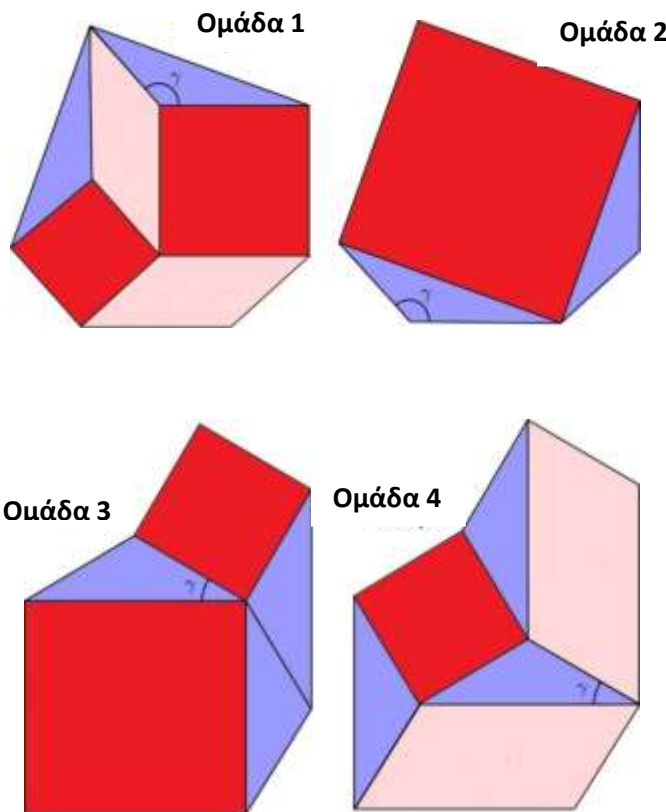
Έπειτα, αναφέρει ότι οι μαθητές θα ανακαλύψουν τον κανόνα των Συνημιτόνων συγκρίνοντας τα σχήματα.

## Δραστηριότητα 2 (10 - 15 λεπτά) ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

Είδος εργασίας: μετωπιαία

Απαιτούμενα αντικείμενα: ένας μαυροπίνακας και μια έτοιμη παρουσίαση PowerPoint, χαρτόνι, μολύβι, χρωματιστά στυλό, δυο τρίγωνα αναφοράς από χαρτόνι, τριγωνικοί χάρακες, γεωμετρικά εργαλεία, ψαλίδια

Ο/η καθηγητής/ρια ζητάει από την κάθε ομάδα να σχεδιάσει ένα από τα παρακάτω σχήματα, χρησιμοποιώντας ως σημείο αναφοράς το τρίγωνο που μόλις έλαβαν. Οι μαθητές μπορούν να χρησιμοποιήσουν χαρτόνια, χάρακες και ψαλίδια. Μπορούν επίσης να χρωματίσουν το σχήμα τους, χρησιμοποιώντας τα παρακάτω χρώματα.



Ένα παράδειγμα σχετικά με το πως να σχεδιάσουν το σχήμα:

**Ομάδα 1:** Σχεδιάστε το μοβ τρίγωνο στο χαρτόνι. Σχεδιάστε ένα κόκκινο τετράγωνο χαμηλότερα από την κάτω πλευρά του τριγώνου (παρακείμενα στη  $\gamma$ ). Σχεδιάστε ένα ροζ παραλληλόγραμμο που να ξεκινά από την αριστερή πλευρά του τετραγώνου. Κ.ο.κ.

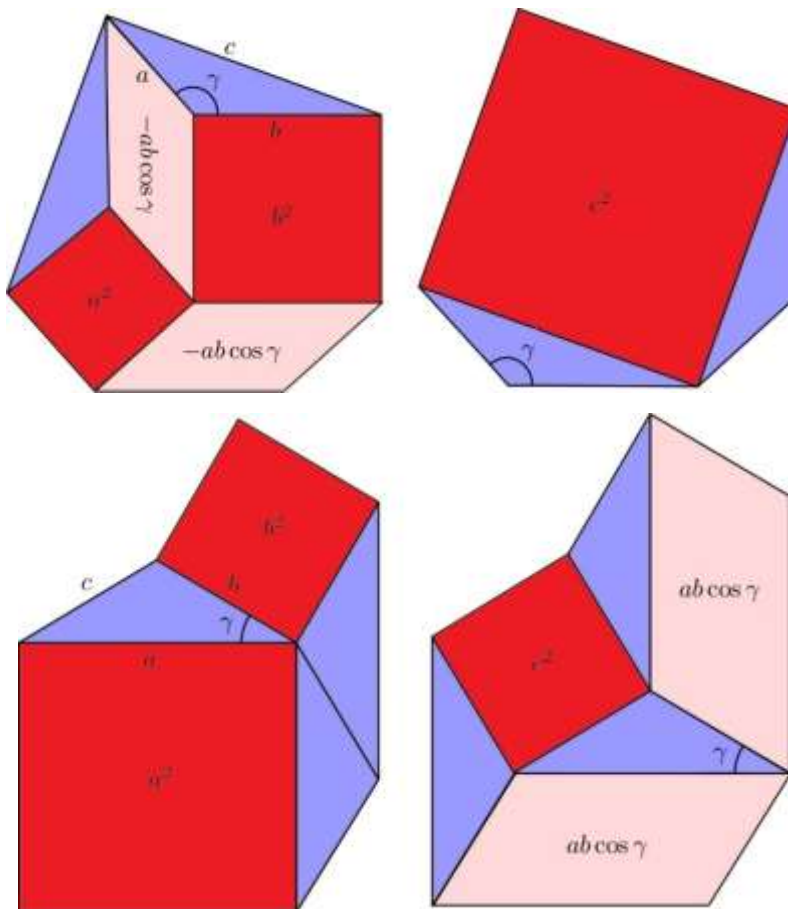
**Ομάδα 2:** Σχεδιάστε ένα κόκκινο τετράγωνο με πλευρά  $c$ , την μακρύτερη πλευρά του τριγώνου (απέναντι από τη  $\gamma$ ). Σχεδιάστε ένα μοβ τρίγωνο στη μια πλευρά του τετραγώνου. Κ.ο.κ.

Ομάδα 3: Σχεδιάστε το μοβ τρίγωνο στο χαρτόνι. Σχεδιάστε δυο κόκκινα τετράγωνα που να ξεκινάνε από τις δυο πλευρές του τριγώνου, παράπλευρες στη  $\gamma$  ( $a$  και  $c$ ). Κ.ο.κ.

Ομάδα 4: Σχεδιάστε ένα κόκκινο τετράγωνο με πλευρά  $c$ . Σχεδιάστε το μοβ τρίγωνο στις τρεις από τις τέσσερις πλευρές του κόκκινου τετραγώνου. Κ.ο.κ.

### Δραστηριότητα 3 (15-20 λεπτά) ΤΟ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Η κάθε ομάδα θα πρέπει να υπολογίσει το εμβαδόν του σχήματός της, προσθέτοντας τα εμβαδά των διαφορετικών κομματιών (τετράγωνα και παραλληλόγραμμα). Θα πρέπει να καταλήξουν σε αυτόν τον υπολογισμό (βλ. εικόνες)



Από την ισοδυναμία των σχημάτων (ανά δύο) και μέσω κάποιων αλγεβρικών διατάξεων, οι μαθητές θα καταλήξουν στον τύπο του κανόνα των Συνημιτόνων:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$$

Ένα παράδειγμα αλγεβρικών διατάξεων για τις ομάδες 3 και 4:

Το εμβαδόν του σχήματος 3 (επάνω αριστερά) είναι  $a^2 + b^2 + A_T + A_T + A_T$  όπου  $A_T$  είναι το εμβαδόν του μοβ τριγώνου.

Το εμβαδόν του σχήματος 2 (επάνω δεξιά) είναι  $c^2 + A_T + A_T + A_T + abc \cos \gamma + abc \cos \gamma$ .

Ισοδυναμώντας τα δυο εμβαδά προκύπτει:  $a^2 + b^2 + 3A_T = c^2 + 3A_T + 2abc\cos\gamma$ .  
Αφαιρώντας  $(3A_T + 2abc\cos\gamma)$  και από τις δυο πλευρές της εξίσωσης, προκύπτει ο τελικός τύπος.

Η ίδια διαδικασία για τις ομάδες 1 και 2.

Ο/η καθηγητής/ρια βοηθάει τους μαθητές να καταγράψουν την διατύπωση του κανόνα των Συνημιτόνων: «Το τετράγωνο του μήκους οποιασδήποτε πλευράς ενός τριγώνου ισοδυναμεί με το σύνολο των τετραγώνων του μήκους των άλλων πλευρών πλην το διπλάσιο του γινομένου τους, πολλαπλασιασμένο με το συνημίτονο της περιεχόμενης γωνίας».

**Δραστηριότητα 4 (10 λεπτά) Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΕΠ**

Ο/η καθηγητής/ρια αναθέτει την άσκηση στους μαθητές.

Ο μαθητής

- βρίσκει και επιλέγει την άσκηση Ο ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΩΝ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ από τη λίστα ασκήσεων
- λύνει ασκήσεις στην εφαρμογή ΕΠ

Είδος εργασίας: εργασία σε ζευγάρια

Απαιτούμενα υλικά: σετ ΕΠ

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ:**

Ο καθηγητής/ρια χωρίζει τους μαθητές σε ζευγάρια.

Ο μαθητής Α φοράει προσεκτικά το σετ ΕΠ, ανοίγει την άσκηση ΚΑΝΟΝΑΣ ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΩΝ στην ψηφιακή βιβλιοθήκη της εφαρμογής ΕΠ.

Για να ολοκληρωθεί η συγκεκριμένη άσκηση, ο μαθητής Α θα πάει στο σημείο C, δίπλα στο παράθυρο. Από αυτό το σημείο, βλέπεις την απόσταση μέχρι την κορυφή A,  $b = AC = 2041$  μέτρα, την απόσταση μέχρι την κορυφή B,  $a = BC = 2394$  μέτρα και τη γωνία που σχηματίζεται από τις δύο πλευρές  $\angle ACB = 42^\circ$ . Η άσκηση είναι να υπολογιστεί η απόσταση  $c = AB$  μεταξύ των δυο κορυφών.

Ο μαθητής Α δίνει στο μαθητή Β το σετ ώστε να μπορεί επίσης να παρακολουθήσει την άσκηση, υποβοηθούμενος από τους μαθητές Α, θα σημειώσει την άσκηση και θα τη λύσει χρησιμοποιώντας τον Κανόνα των Συνημιτόνων.

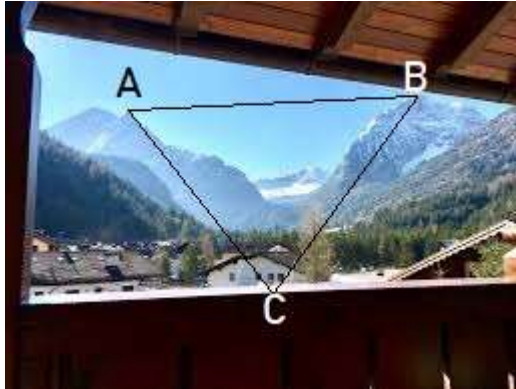
$$\begin{aligned}c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C \\c^2 &= 2041^2 + 2394^2 - 2 \cdot 2041 \cdot 2394 \cdot \cos 42^\circ \\c^2 &= 4165681 + 5731236 - 9772308 \cdot 0.7431 \\c^2 &= 9896917 - 7261802.0748\end{aligned}$$

$$c^2 = 2635114.9252$$

$$c = 1623.3037\mu$$

Επομένως, η απόσταση μεταξύ των δυο κορυφών είναι 1623 μέτρα.

Ο μαθητής Β θα ηλεκτρολογήσει την απάντηση και θα απολαμβάνουν εναλλάξ τη θέα, ως επιβράβευση για την απόδοσή τους.



**ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ**

1. Μου άρεσε ο τρόπος εργασίας σε αυτό το μάθημα	1	2	3	4	5
2. Το μάθημα ήταν ενδιαφέρον	1	2	3	4	5
3. Ήταν ξεκάθαρο το τι έπρεπε να μάθω σε αυτό το μάθημα	1	2	3	4	5
4. Το θέμα του μαθήματος εξηγήθηκε με σαφή τρόπο.	1	2	3	4	5
5. Έμαθα το θέμα του μαθήματος.	1	2	3	4	5
6. Πιστεύω ότι συμμετείχα ενεργά στο μάθημα	1	2	3	4	5
7. Ήμουν πιο ενεργός σε αυτό το μάθημα από ότι συνήθως	1	2	3	4	5
8. Όντας ενεργός, συνείσφερα στην ποιότητα του μαθήματος	1	2	3	4	5
9. Είχα κίνητρο να ασχοληθώ με αυτό το μάθημα	1	2	3	4	5
10. Προτιμώ τη χρήση ΕΠ στα μαθήματα	1	2	3	4	5
11. Αναφέρετε δύο πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα:					
12. Αναφέρετε δύο πράγματα που δεν σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα:					

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

- Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.
- Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσιτά για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.
- Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα τις μαθησιακής διαδικασίας.
- Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.
- Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.
- Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»



- Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)
- Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)
- Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)
- Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα

## 2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»

- Στη διάρκεια του μαθήματος μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)
- Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Μπορέσαμε να κάνουμε... (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)
- Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.