



## ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 06: ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ MONTY HALL

Θέμα: πιθανότητα υπό όρους

Επίπεδο: 15 – 18 ετών

Απαιτούμενες γνώσεις: ενδεχόμενα

Συσχέτιση: στατιστική, χρηματοοικονομικά, τυχερά παιχνίδια, τεχνητή νοημοσύνη, μηχανική μάθηση, επιστήμη υπολογιστών, θεωρία παιχνιδιών

Διάρκεια: 60 λεπτά

### ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Η χρήση της θεωρίας των πιθανοτήτων
- Η ανακάλυψη της δεσμευμένης πιθανότητας

### ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- τεχνολογία ΕΠ
- ατομική και ομαδική εργασία

### ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

- θεωρία πιθανοτήτων
- ενδεχόμενο
- πιθανότητα υπό όρους
- το παράδοξο Monty Hall

### ΥΛΙΚΑ

- σετ ΕΠ
- μαυροπίνακας
- φορητός/ σταθερός υπολογιστής, κομπιουτεράκι τσέπης, προτζέκτορας

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

**ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΟΤΑΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΕ ΕΠ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ (5 λεπτά)**

Ο/η καθηγητής/ρια ξεκινά μια συζήτηση με τους μαθητές, ρωτώντας τους για τη χρήση ΕΠ και τις προσδοκίες τους χρησιμοποιώντας ΕΠ στην τάξη.

Μετά τη συζήτηση, ο/η καθηγητής/ρια καθορίζει τις μεθόδους εργασίας και τους κανόνες συμπεριφοράς των μαθητών αναφορικά με τα μέτρα ασφαλείας για τη χρήση ΕΠ στην τάξη και τη μάθηση σε ψηφιακό περιβάλλον:

- ακούστε προσεκτικά τον/την καθηγητή/ρια
- αφαιρέστε τα φυσικά εμπόδια προτού χρησιμοποιήσετε την ΕΠ
- δουλεύετε πάντα σε ζευγάρια – ποτέ μόνοι
- διατηρήστε καθαρή τη συσκευή.

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1 (5-10 λεπτά) ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ**

Είδος εργασίας: μετωπιαία

Απαιτούμενα υλικά: μαύρος πίνακας ή ένα έτοιμο PowerPoint

Ο/η καθηγητής/ρια παρουσιάζει το θέμα του μαθήματος: τη Δεσμευμένη Πιθανότητα Δίνεται μια σύντομη περιγραφή του εννοιολογικού πλαισίου που θα χρησιμοποιηθεί.

Απαιτούμενες γνώσεις: τυχαίο πείραμα, δείγμα, ενδεχόμενο, βασικό ενδεχόμενο, ασφαλές ενδεχόμενο, απίθανο ενδεχόμενο, ασύμβατα ενδεχόμενα, αντίθετο ενδεχόμενο, πιθανότητα ενός ενδεχομένου, ίσα ενδεχόμενα.

Θεώρημα. Αν  $E$  – είναι το πλήθος όλων των πιθανών αποτελεσμάτων ενός τυχαίου πειράματος, είναι μετρήσιμο και όλα τα βασικά ενδεχόμενα είναι ίσα, τότε η πιθανότητα οποιουδήποτε ενδεχομένου  $A$ , σε σχέση με το εξεταζόμενο πείραμα, είναι

$$P(A) = \frac{\text{αριθμός ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{αριθμός πιθανών περιπτώσεων}}$$

Θεώρημα. Θεωρείται τυχαίο πείραμα με  $E$  – το πλήθος των πιθανών αποτελεσμάτων, μετρήσιμων και όχι κενών, και  $A, B$  – ενδεχόμενα σχετικά με το εξεταζόμενο πείραμα.

Τότε:

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ , αν  $A, B$  είναι ασύμβατα,
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ , αν  $A, B$  δεν είναι ασύμβατα,
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ , όπου  $\bar{A}$  είναι το αντίθετο ενδεχόμενο του  $A$ .

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2 (20 λεπτά) ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ**

Είδος εργασίας: μετωπιαία

Απαιτούμενα υλικά: μαύρος πίνακας ή ένα έτοιμο PowerPoint

Ο/η καθηγητής/ρια ανακοινώνει το σκοπό του νέου μαθήματος, το οποίο είναι η εκτίμηση της πιθανότητας ενός ενδεχομένου που εξαρτάται (ή μόνο φαίνεται να εξαρτάται) από ένα άλλο ενδεχόμενο που έχει ήδη γίνει.

**Πρόβλημα 1.**

Σε ένα δοχείο υπάρχουν 5 λευκές μπάλες και 9 μαύρες μπάλες.

Δύο μπάλες εξάγονται διαδοχικά, χωρίς να αλλάζουν τη θέση της μπάλας μέσα στο δοχείο. Τα ενδεχόμενα που πρέπει να ληφθούν υπόψη είναι τα εξής:

A: „η πρώτη μπάλα που εξάχθηκε είναι μαύρη”,

B: „η πρώτη μπάλα που εξάχθηκε είναι λευκή”,

Γ: „η δεύτερη μπάλα που εξάχθηκε είναι μαύρη”.

α) Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου A;

β) Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου Γ γνωρίζοντας ότι πριν την ολοκλήρωσή του το ενδεχόμενο A είχε ολοκληρωθεί;

γ) Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου Γ γνωρίζοντας ότι το ενδεχόμενο ολοκληρώθηκε πριν πραγματοποιηθεί το B;

Λύση.

$$\alpha) P(A) = \frac{\text{αριθμός ευνοϊκών περιπτώσεων}}{\text{αριθμός πιθανών περιπτώσεων}}$$

ο αριθμός των πιθανών περιπτώσεων είναι  $5 + 9 = 14$

ο αριθμός των ευνοϊκών περιπτώσεων στην πραγματοποίηση του ενδεχομένου A είναι 9,

$$\text{άρα } P(A) = \frac{9}{14}.$$

β) Μετά την ολοκλήρωση του ενδεχομένου A, 5 λευκές μπάλες και 8 μαύρες μπάλες

παρέμειναν στο δοχείο, επομένως  $P(C) = \frac{5}{13}$ .

γ) Μετά την ολοκλήρωση του ενδεχομένου B, 4 λευκές μπάλες και 9 μαύρες μπάλες

παρέμειναν στο δοχείο, επομένως  $P(C) = \frac{4}{13}$ .

**Ορισμός.** Αν είναι δύο ενδεχόμενο  $A, B \in \mathcal{P}(E)$  τότε  $P(A) > 0$ .

Ορίζει την πιθανότητα υπό όρους του B όπως δίνεται για το A από  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ .

Αυτό είναι  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$  που προκύπτει – η πιθανότητα ότι και τα δύο ενδεχόμενα A και B θα συμβούν είναι ίση με την πιθανότητα του A πολλαπλασιασμένη με την πιθανότητα υπό όρους του B όπως δίνεται για το A.

### Πρόβλημα 2.

Σε ένα δοχείο υπάρχουν 5 λευκές μπάλες και 9 μαύρες μπάλες.

Δύο μπάλες εξάγονται διαδοχικά, χωρίς να αλλάζουν τη θέση της μπάλας μέσα στο δοχείο. Ποια είναι η πιθανότητα να εξαχθεί μια μαύρη μπάλα και έπειτα μια λευκή μπάλα;

Λύση.

Τα ενδεχόμενα που πρέπει να ληφθούν υπόψη είναι τα εξής:

A: „ η πρώτη μπάλα που εξάχθηκε είναι μαύρη”,

B: „ η δεύτερη μπάλα που εξάχθηκε είναι λευκή”.

Προκύπτει  $P(A) = \frac{9}{14}$  και  $P(B|A) = \frac{5}{13}$

Άρα  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{9}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{45}{182}$ .

### Πρόβλημα 3.

Δύο ζάρια διαφορετικών χρωμάτων ρίχνονται ταυτόχρονα. Τα ενδεχόμενα που πρέπει να ληφθούν υπόψη:

A: „ο αριθμός του πρώτου ζαριού είναι μικρότερος από αυτόν που προέκυψε στο δεύτερο ζάρι”,

B: „το σύνολο των αριθμών που προέκυψαν στα δυο ζάρια είναι μικρότερο ή ίσο του 5”.

Ποια είναι η δεσμευμένη πιθανότητα του B δεδομένου του A;

Λύση.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Επειδή τα ζάρια έχουν διαφορετικά πράγματα, ο αριθμός των πιθανών περιπτώσεων είναι  $6 \cdot 6 = 36$ .

A

$= \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)\}$

B =  $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}$

$A \cap B = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3)\}$

Άρα  $P(A) = \frac{15}{36}$ ,  $P(B) = \frac{10}{36}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{4}{36}$  **și**  $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{4}{15}$ .

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3 (15 λεπτά) ΔΕΣΜΕΥΜΕΝΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΕΠ

Ο/η καθηγητής/ρια αναθέτει την άσκηση στους μαθητές.

Ο μαθητής:

- βρίσκει και επιλέγει το ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ ΜΟΝΤΥ HALL στη λίστα ασκήσεων

- λύνει της ασκήσεις στην εφαρμογή ΕΠ

Είδος εργασίας: εργασία σε ζευγάρια

Απαραίτητα υλικά: Σετ ΕΠ

#### Η ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΤΗΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ

Ο/η καθηγητής/ρια χωρίζει τους μαθητές σε ζευγάρια

Ο/η καθηγητής/ρια παρουσιάζει το πρόβλημα του Monty Hall στους μαθητές.

Ποιο είναι το πρόβλημα του Monty Hall;

Επίσης γνωστό ως το *παράδοξο του Monty Hall*, το πρόβλημα των τριών πορτών, το πρόβλημα του τηλεπαρουσιαστή και το πρόβλημα του αυτοκινήτου και των κατσικών, το πρόβλημα παρουσιάστηκε από τον βιο-στατιστικολόγο Steve Selvin (1975) σε μια επιστολή στο περιοδικό *The American Statistician*. Ανάλογα με τις υποθέσεις που γίνονται, μπορεί να θεωρηθεί ως μαθηματικά πανομοιότυπο με το Πρόβλημα των Τριών Φυλακισμένων του Martin Gardner (1959). Ονομάστηκε από τον Selvin με το ίδιο όνομα του τηλεπαρουσιαστή, Monty Halperin της μακροχρόνιας τηλεοπτικής εκπομπής της δεκαετίας του 1960 «Ας κάνουμε μια συμφωνία». Είναι ένα διάσημο παράδοξο που έχει μια τόσο παράλογη λύση που οι περισσότεροι αρνούνται να πιστέψουν ότι ισχύει.

Το πρόβλημα έγινε παγκοσμίως γνωστό το 1990 με την παρουσίασή του στη δημοφιλή εβδομαδιαία στήλη «Ρωτήστε τη Marilyn» στο περιοδικό *Parade*. Η συγγραφέας Marilyn vos Savant, ήταν, σύμφωνα με το βιβλίο των Ρεκόρ Γκίνες το άτομο με το υψηλότερο IQ στον κόσμο. Ξαναγράφοντας με δικά της λόγια ένα πρόβλημα που της έθεσε ένας ανταποκριτής, ο Craig Whitaker, η vos Savant ρώτησε το εξής:

*«Υποθέστε ότι συμμετέχετε σε ένα τηλεπαιχνίδι σας δίνεται η δυνατότητα επιλογής τριών πορτών: πίσω από μια πόρτα υπάρχει ένα αυτοκίνητο. πίσω από τις άλλες, κατσίκες. Διαλέγετε μια πόρτα, ας πούμε με τον αριθμό 1, και ο παρουσιαστής, που ξέρει τι βρίσκεται πίσω από τις πόρτες, ανοίγει μια άλλη πόρτα, ας πούμε με τον αριθμό 2, η οποία έχει μια κατσίκα. Τότε σας λέει: «Θέλετε να διαλέξετε την πόρτα με τον αριθμό 2; " Είναι προς όφελός σας να αλλάξετε την επιλογή σας; "*

Ο μαθητής Α φορά προσεκτικά το σετ ΕΠ και ανοίγει την άσκηση ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟ ΤΟΥ MONTY HALL στην ψηφιακή βιβλιοθήκη της εφαρμογής ΕΠ.

Ο μαθητής Β (παίκτης) επιλέγει μια πόρτα, ο μαθητής Α (παρουσιαστής) ανοίγει μια από τις εναπομείναντες πόρτες. Μαζί αποφασίζουν ποια πόρτα έχει τη σωστή πιθανότητα για τη δεύτερη επιλογή.

Οι σωστές επιλογές είναι  $\frac{1}{3}$  για την πόρτα που επιλέχθηκε αρχικά και  $\frac{2}{3}$  που θα πρέπει να επιλεχθεί τη δεύτερη φορά.

### Απλές λύσεις

Η λύση που δημοσιοποιήθηκε από την Savant στο περιοδικό *Parade* δείχνει τις τρεις πιθανές θέσεις του ενός αυτοκινήτου και των δυο κατσικών πίσω από τις τρεις πόρτες και το αποτέλεσμα του να διατηρήσει κανείς την επιλογή του ή να αλλάξει πόρτα αφού είχε επιλέξει αρχικά την πόρτα 1 σε κάθε περίπτωση:

Πίσω από την πόρτα 1	Πίσω από την πόρτα 2	Πίσω από την πόρτα 3	Αποτέλεσμα διατήρησης της πόρτας #1	Αποτέλεσμα αλλαγής πόρτας
Κατσίκα	Κατσίκα	Αυτοκίνητο	Κερδίζει κατσίκα	Κερδίζει αυτοκίνητο
Κατσίκα	Αυτοκίνητο	Κατσίκα	Κερδίζει κατσίκα	Κερδίζει αυτοκίνητο
Αυτοκίνητο	Κατσίκα	Κατσίκα	Κερδίζει αυτοκίνητο	Κερδίζει κατσίκα

Ο παίκτης που εμμένει στην πρώτη επιλογή έχει μια στις τρεις εξίσου πιθανές πιθανότητα να κερδίσει, ενώ ο παίκτης που αλλάζει την επιλογή του έχει μια στις δυο πιθανότητα να κερδίσει.

Ένας άλλος τρόπος για να κατανοήσετε τη λύση είναι να εξετάσετε μαζί τις δύο αρχικές πόρτες που δεν επιλέχθηκαν μαζί. Η πιθανότητα  $\frac{2}{3}$  να βρει κανείς το αυτοκίνητο δεν έχει αλλάξει με το άνοιγμα της μιας πόρτας από αυτές επειδή ο Monty, γνωρίζοντας τη θέση του αυτοκινήτου, είναι βέβαιος ότι θα κρύβει μια κατσίκα. Έτσι, η επιλογή του παίκτη μετά το άνοιγμα μιας πόρτας από τον παρουσιαστή δεν είναι διαφορετική από το αν ο παρουσιαστής προσέφερε στον παίκτη την επιλογή να αλλάξει από την αρχική πόρτα που επέλεξε με μια από τις δυο εναπομένοντες πόρτες. Η αλλαγή σε αυτήν την περίπτωση δίνει ξεκάθαρα στον παίκτη πιθανότητα  $\frac{2}{3}$  να επιλέξει το αυτοκίνητο.

### Πιθανότητα υπό όρους με άμεσο υπολογισμό

Εξ ορισμού, η πιθανότητα υπό όρους νίκης αλλάζοντας πόρτα, δεδομένου ότι ο διαγωνιζόμενος επιλέγει αρχικά την πόρτα 1 και ο παρουσιαστής ανοίγει την πόρτα 3, είναι η πιθανότητα για το ενδεχόμενο "το αυτοκίνητο είναι πίσω από την πόρτα 2 και ο παρουσιαστής ανοίγει την πόρτα 3" διαιρούμενο με την πιθανότητα για το "ο παρουσιαστής ανοίγει την πόρτα 3". Αυτές οι πιθανότητες μπορούν να προσδιοριστούν ανατρέχοντας στον παρακάτω πίνακα πιθανότητας υπό όρους. Η πιθανότητα υπό όρους

νίκης αλλάζοντας πόρτα είναι  $\frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{2}{3}$ .

Το αυτοκίνητο που κρύβεται πίσω από την Πόρτα 3	Το αυτοκίνητο που κρύβεται πίσω από την Πόρτα 1	Το αυτοκίνητο που κρύβεται πίσω από την Πόρτα 2
<b>Ο παίκτης αρχικά διαλέγει την Πόρτα 1</b>		
Ο παρουσιαστής πρέπει να ανοίξει την Πόρτα 2	Ο παρουσιαστής ανοίγει τυχαία την Πόρτα 2	Ο παρουσιαστής ανοίγει τυχαία την Πόρτα 3
Πιθανότητα $1/3$	Πιθανότητα $1/6$	Πιθανότητα $1/6$
Νίκες αλλάζοντας	Ήττες αλλάζοντας	Ήττες αλλάζοντας
Σε αυτές τις περιπτώσεις όταν ο παρουσιαστής ανοίγει την Πόρτα 2, η αλλαγή κερδίζει δύο φορές συχνότερα από την διατήρηση		Σε αυτές τις περιπτώσεις όταν ο παρουσιαστής ανοίγει την Πόρτα 3, η αλλαγή κερδίζει δύο φορές συχνότερα από την διατήρηση

**ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ**

1. Μου άρεσε ο τρόπος εργασίας σε αυτό το μάθημα	1	2	3	4	5
2. Το μάθημα ήταν ενδιαφέρον	1	2	3	4	5
3. Ήταν ξεκάθαρο το τι έπρεπε να μάθω σε αυτό το μάθημα	1	2	3	4	5
4. Το θέμα του μαθήματος εξηγήθηκε με σαφή τρόπο.	1	2	3	4	5
5. Έμαθα το θέμα του μαθήματος.	1	2	3	4	5
6. Πιστεύω ότι συμμετείχα ενεργά στο μάθημα	1	2	3	4	5
7. Ήμουν πιο ενεργός σε αυτό το μάθημα από ότι συνήθως	1	2	3	4	5
8. Όντας ενεργός, συνείσφερα στην ποιότητα του μαθήματος	1	2	3	4	5
9. Είχα κίνητρο να ασχοληθώ με αυτό το μάθημα	1	2	3	4	5
10. Προτιμώ τη χρήση ΕΠ στα μαθήματα	1	2	3	4	5
11. Αναφέρετε δύο πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα:					
12. Αναφέρετε δύο πράγματα που δεν σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα:					



## ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

- Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.
- Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσβάσιμα για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.
- Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα τις μαθησιακής διαδικασίας.
- Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.
- Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.
- Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»

- Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)
- Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)

- Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)
- Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)
- Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα

**2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»**

- Στη διάρκεια του μαθήματος μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)
- Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Μπορέσαμε να κάνουμε... (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)
- Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.