



ΣΕΝΑΡΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 08: Η ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ-ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ

Ενότητα: Η ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ-ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ

Επίπεδο: 14 -15 ετών

Απαιτούμενες γνώσεις: πράξεις με κλάσματα, πράξεις με ρίζες, αριθμητικός μέσος, γεωμετρικός μέσος, αρχικό κεφάλαιο, τελικό κεφάλαιο, απλός τόκος και ανατοκισμός.

Συσχέτιση: Οικονομικά Μαθηματικά, Τέχνη, Αρχιτεκτονική

Διάρκεια: 50 λεπτά



ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Υπολογισμός των αριθμητικών και γεωμετρικών μέσων στην πράξη σε συγκεκριμένες καταστάσεις

ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- Τεχνολογία εικονικής πραγματικότητας (VR)
- Μετωπική εργασία
- Ατομική εργασία και εργασία σε ζευγάρια

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΔΙΑ

- μέσα
- αριθμητικά μέσα
- γεωμετρικά μέσα
- ανισότητα

ΒΟΗΘΗΜΑΤΑ

- σετ ΕΠ
- μαυροπίνακας
- φύλλα εργασίας
- γεωμετρικά όργανα, ψαλίδια
- φορητός/σταθερός υπολογιστής, κομπιουτεράκι τσέπης, προβολέας

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΟΤΑΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΕ ΕΠ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ (5 λεπτά)

Ο/η καθηγητής/ρια ξεκινά μια συζήτηση με τους μαθητές, ρωτώντας τους για τη χρήση ΕΠ και τις προσδοκίες τους χρησιμοποιώντας ΕΠ στην τάξη.

Μετά τη συζήτηση, ο/η καθηγητής/ρια καθορίζει τις μεθόδους εργασίας και τους κανόνες συμπεριφοράς των μαθητών αναφορικά με τα μέτρα ασφαλείας για τη χρήση ΕΠ στην τάξη και τη μάθηση σε ψηφιακό περιβάλλον:

- ακούστε προσεκτικά τον/την καθηγητή/ρια
- αφαιρέστε τα φυσικά εμπόδια προτού χρησιμοποιήσετε την ΕΠ
- δουλεύετε πάντα σε ζευγάρια – ποτέ μόνοι
- διατηρήστε καθαρή τη συσκευή.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1 (5 λεπτά) Ο ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ ΚΑΙ Ο ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΜΕΣΟΣ

Είδος εργασίας: μετωπική

Απαιτούμενα βοηθήματα: μαυροπίνακας ή έτοιμο PowerPoint

Ο/η καθηγητής/ρια παρουσιάζει το θέμα του μαθήματος και υπενθυμίζει στους μαθητές τις παρακάτω έννοιες:

Η φράση «μέρος όρος» βρίσκεται στις καθημερινές συζητήσεις των ανθρώπων, σε εκφράσεις όπως: «ο μέρος όρος ζωής των ανθρώπων», «ο μέσος όρος ζωής μιας συσκευής», «το μέσο βάρος ενός προϊόντος». Ο μέσος όρος είναι μια συνηθισμένη ή κύρια έννοια πολλών στοιχείων. Προκειμένου ο μέσος όρος να έχει έναν πιο αντικειμενικό χαρακτήρα, είναι απαραίτητο να διαλέγουμε το σωστό είδος μέσου (ο μαθηματικός όρος για τον μέσο όρο). Οι μέσοι που χρησιμοποιούνται περισσότερο είναι: ο αριθμητικός μέσος, ο γεωμετρικός μέσος, ο αρμονικός μέσος, ο τετραγωνικός μέσος.

Ο αριθμητικός μέσος ενός συνόλου n αριθμών x_1, x_2, \dots, x_n είναι το άθροισμα των αριθμών διαιρεμένο με n :

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Ο γεωμετρικός μέσος ορίζεται ως η νιοστή ρίζα του αποτελέσματος n μη αρνητικών αριθμών. Για ένα σύνολο n μη αρνητικών αριθμών x_1, x_2, \dots, x_n , ο γεωμετρικός μέσος εκφράζεται ως:

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}.$$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2 (15 λεπτά) Η ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΥ-ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΜΕΣΟΥ

Μορφή εργασίας: μετωπική

Απαιτούμενα βοηθήματα: μαυροπίνακας ή έτοιμο PowerPoint

Ο δάσκαλος παρουσιάζει την ανισότητα των μέσων.

Για ένα σύνολο n μη αρνητικών αριθμών x_1, x_2, \dots, x_n , χρησιμοποιώντας αριθμητικές παραστάσεις, η ανισότητα ΑΜ–ΓΜ αποδίδεται ως:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n},$$

και η ισότητα ισχύει αν και μόνο αν $x_1 = x_2 = \dots = x_n$.

Η περίπτωση δυο μη αρνητικών αριθμών a και b , αποτυπώνεται ως

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

με ισότητα αν και μόνο αν $a = b$.

Η ανισότητα ΑΜ–ΓΜ αποτελεί μια βασική ανισότητα που χρησιμοποιείται για να αποδείξει άλλες ανισότητες.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3 (10 λεπτά) ΜΙΑ ΟΠΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ

Ο δάσκαλος χωρίζει τους μαθητές σε ζευγάρια και εξηγεί τα επόμενα βήματα.

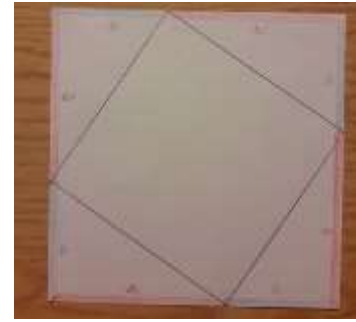
Μορφή εργασίας: εργασία σε ζευγάρια

Απαιτούμενα βοηθήματα: φύλλα εργασίας, γεωμετρικά όργανα, ψαλίδια

Παρακάτω έχετε μια οπτική παρουσίαση:

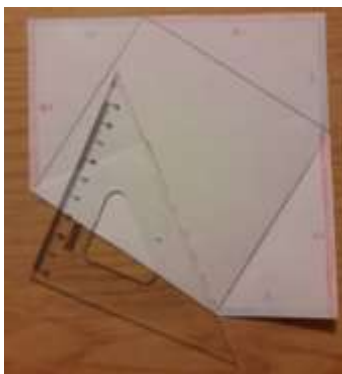


1. Φτιάξτε ένα τετράγωνο με ένα φύλλο χαρτιού.



2. Χωρίστε την κάθε πλευρά σε δύο τμήματα με μήκος a και b .

3. Τραβήξτε μια γραμμή από το ένα σημείο έως το άλλο, όπως φαίνεται στις φωτογραφίες.



4. Διπλώστε το φύλλο χαρτί κατά μήκος των τμημάτων που προέκυψαν.

5. Σχεδιάστε μια διακεκομμένη γραμμή κατά μήκος της μακρύτερης πλευράς (του μήκους a στην απεικόνιση).

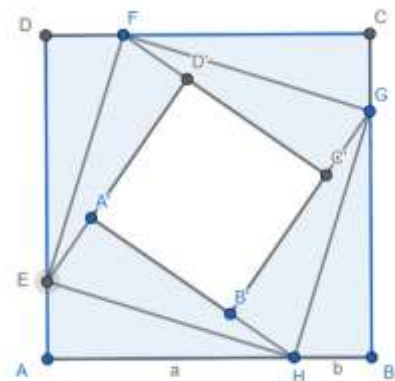
6. Το μαθηματικό εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά $a + b$, $(a + b)^2$ είναι 8 φορές μεγαλύτερο από αυτό ενός ορθογώνιου τριγώνου με κάθετες a και b , το οποίο είναι $8 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$. Και βρίσκουμε την ανισότητα μόνο αν $a = b$.

Μόλις οι μαθητές ολοκληρώσουν τη δραστηριότητα, ο δάσκαλος παρουσιάζει μια εφαρμογή που ονομάζεται geobra.org, η οποία διαμορφώνει την ίδια ιδέα με την οποία εργάστηκαν οι μαθητές. Τότε ο δάσκαλος καταδεικνύει την ανισότητα (ο κλασικός τρόπος):

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow$$

$$(a + b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab \Leftrightarrow$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0.$$



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4 (10 λεπτά) ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ ΣΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΕΠ

Ο/η καθηγητής/ρια αναθέτει την άσκηση στους μαθητές.

Ο μαθητής:

- βρίσκει και επιλέγει την άσκηση ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ από τη λίστα ασκήσεων
- λύνει ασκήσεις στην εφαρμογή ΕΠ
- ο μαθητής θα τροποποιήσει το μέγεθος των τμημάτων α και β παρατηρώντας τις διαφορές μεταξύ των δύο επιφανειών

Είδος εργασίας: εργασία σε ζευγάρια

Απαιτούμενα υλικά: Γυαλιά εικονικής πραγματικότητας

ΜΑΘΗΜΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑΣ:

Ο/η καθηγητής/ρια χωρίζει τους μαθητές σε ζευγάρια. Ο μαθητής Α φοράει προσεκτικά το σετ ΕΠ, ανοίγει την άσκηση ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΕΣΩΝ στην ψηφιακή βιβλιοθήκη της εφαρμογής ΕΠ και επιλύει τις εργασίες σε ένα εικονικό περιβάλλον. Ο μαθητής Β τον βοηθάει. Στη συνέχεια οι μαθητές αλλάζουν ρόλους.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 5 (15 λεπτά) Φύλλο εργασίας

Απαιτούνται πλήρεις λύσεις για όλα τα προβλήματα.

Επιτρέπεται η χρήση του υπολογιστή τσέπης.

1. Προσδιορίστε αν είναι αληθής η ακόλουθη πρόταση:

" $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}, \forall a, b \in (0, \infty)$ " (αληθής ή λάθος) και εξηγήστε την επιλογή που κάνατε.

2. Υπολογίστε τον αριθμητικό μέσο όρο των αριθμών 3, 4, 27, 64. Υπολογίστε τον γεωμετρικό μέσο όρο των αριθμών: 3, 4, 27, 64. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

3. Υπολογίστε τον αριθμητικό μέσο όρο των αριθμών: $3 + \sqrt{8}$ and $3 - \sqrt{8}$. Υπολογίστε τον γεωμετρικό μέσο όρο των αριθμών: $3 + \sqrt{8}$ and $3 - \sqrt{8}$. Συγκρίνετε τα αποτελέσματα.

Λύσεις φύλλων εργασίας:

1. Η πρόταση είναι ψευδής. Εάν $a = b$, τότε η ανισότητα γίνεται ισότητα.

$$2. AM = \frac{3 + 4 + 27 + 64}{4} = \frac{98}{4} = 24,5. \quad GM = \sqrt[4]{3 \cdot 4 \cdot 27 \cdot 64} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3 = 12. \quad AM > GM.$$

$$3. AM = \frac{(3 + \sqrt{8}) + (3 - \sqrt{8})}{2} = \frac{6}{2} = 3. \quad GM = \sqrt{(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})} = \sqrt{9 - 8} = 1. \quad AM > GM.$$

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

1. Μου αρέσει ο τρόπος εργασίας σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
2. Αυτό το μάθημα ήταν ενδιαφέρον.	1	2	3	4	5
3. Είναι σαφές τι έπρεπε να μάθω σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
4. Το αντικείμενο του μαθήματος εξηγήθηκε με σαφήνεια.	1	2	3	4	5
5. Έχω μάθει το αντικείμενο του μαθήματος.	1	2	3	4	5
6. Νομίζω ότι συμμετείχα ενεργά σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
7. Ήμουν πιο ενεργός/ή σε αυτό το μάθημα από ό, τι συνήθως.	1	2	3	4	5
8. Με το να είμαι ενεργός/ή συνέβαλα στην ποιότητα του μαθήματος.	1	2	3	4	5
9. Είχα κίνητρο για να ασχοληθώ σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
10. Προτιμώ να χρησιμοποιώ την εικονική πραγματικότητα στα μαθήματα.	1	2	3	4	5
11. Αναφέρετε δύο πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα .					
12. Αναφέρετε δύο πράγματα που δεν σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα.					

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

- Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.
- Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσβάσιμα για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.
- Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα της μαθησιακής διαδικασίας.
- Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.
- Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.
- Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»

- Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)
- Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)

- Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)
- Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα

2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»

- Στη διάρκεια του μαθήματος μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)
- Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Μπορέσαμε να κάνουμε... (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)
- Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.