



## ΘΕΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ 14: ΣΥΣΤΗΜΑ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ

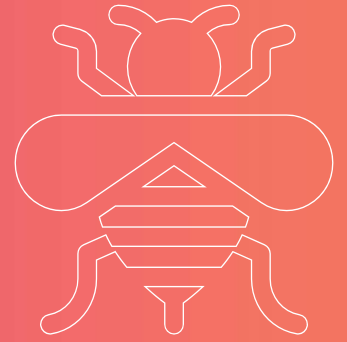
Ενότητα: Γραμμικές Εξισώσεις

Επίπεδο: Ηλικία 13 -15

Απαιτούμενες γνώσεις: Βασικές μαθηματικές πράξεις, επίλυση γραμμικών εξισώσεων με έναν άγνωστο

Συσχέτιση: Μη-τυπικά παιχνίδια, σπαζοκεφαλιές

Χρόνος: 45 λεπτά



### ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ

- Οι μαθητές θα εξασκηθούν, μέσω της μεθόδου παιχνιδοποίησης, πάνω στο πως να βρίσκουν τη λύση ενός γραμμικού συστήματος εξισώσεων, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης.

### ΜΕΘΟΔΟΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

- Ομαδική Εργασία
- Συνεργασία

### ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ

- Σύστημα Γραμμικών Εξισώσεων
- Σύνολο Μεταβλητών
- Επίλυση ενός Συστήματος

### ΥΛΙΚΑ

- Χαρτί
- Μολύβι
- Σετ ΕΠ

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ: ΚΑΝΟΝΕΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΟΤΑΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΕ ΕΠ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ (5 ΛΕΠΤΑ)

Ο/η καθηγητής/ρια ξεκινά μια συζήτηση με τους μαθητές ρωτώντας τους σχετικά με τη χρήση ΕΠ και τις προσδοκίες τους για τη χρήση ΕΠ στην τάξη.

Μετά τη συζήτηση, ο/η καθηγητής/ρια καθορίζει τις μεθόδους εργασίας και τους κανόνες στους οποίους πρέπει να συμμορφωθούν οι μαθητές που αφορούν τα μέτρα ασφαλείας για τη χρήση των σετ ΕΠ στην τάξη και τη μάθηση σε ψηφιακό περιβάλλον:

- Ακούστε με προσοχή τον/την καθηγητή/ρια
- Αφαιρέστε φυσικά εμπόδια πριν τη χρήση ΕΠ
- Πάντα να εργάζεστε σε ζευγάρια – ποτέ μόνοι σας
- Διατηρείτε καθαρή τη συσκευή.

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ (20 ΛΕΠΤΑ)

Ο/η καθηγητής/ρια ξεκινάει εξηγώντας στους μαθητές τον ορισμό ενός συστήματος γραμμικών εξισώσεων, λέγοντας ότι αποτελείται από δύο ή περισσότερες γραμμικές εξισώσεις που έχουν το ίδιο σύνολο μεταβλητών.

Λίγο αργότερα, γίνεται η εισαγωγή στη μέθοδο της αντικατάστασης, ως μέθοδος επίλυσης ενός γραμμικού συστήματος με δύο εξισώσεις και δύο μεταβλητές.

Όλη η θεωρία που πρέπει να διδαχθεί δίνεται παρακάτω:

Στα μαθηματικά, ένα σύστημα γραμμικών εξισώσεων αποτελείται από δύο ή περισσότερες γραμμικές εξισώσεις που εμπεριέχουν τον ίδιο αριθμό μεταβλητών. Η επίλυση μιας γραμμικής εξίσωσης είναι μια ομάδα τιμών που επαληθεύει όλες τις εξισώσεις του συστήματος ταυτόχρονα. Για παράδειγμα, για το παρακάτω γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο μεταβλητές  $x$ ,  $y$ :

$$x + 2y = 7$$

$$x - y = 1$$

Η λύση δίνεται με το αποτέλεσμα  $x=3$  και  $y=2$ , δεδομένου ότι αυτή η απόδοση τιμής επαληθεύει ταυτόχρονα και τις δυο εξισώσεις.

Το ίδιο ισχύει και για ένα γραμμικό σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις μεταβλητές,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , όπως το παρακάτω:

$$x + 2y + z = 9$$

$$x - y - 2z = -3$$

$$x + y + z = 6$$

στο οποίο  $x = 2$ ,  $y = 3$  και  $z = 1$  ή  $(x, y, z) = (2, 3, 1)$  αποτελούν τη λύση του γραμμικού συστήματος.

Σε αυτό το εργαλείο, θα επικεντρωθούμε στη μέθοδο της αντικατάστασης ως μέθοδο επίλυσης του γραμμικού συστήματος των εξισώσεων. Θα προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε τη μέθοδο μέσω του παρακάτω παραδείγματος, ενός γραμμικού συστήματος που περιλαμβάνει 2 εξισώσεις και 2 μεταβλητές:

$$2x + 3y = 8$$

$$4x - 5y = -6$$

Ως πρώτο βήμα, επιλύουμε μια από τις δυο εξισώσεις για το  $x$  σε σχέση με το  $y$ , ή για το  $y$  σε σχέση με το  $x$ . Σε αυτήν την περίπτωση, επιλέγουμε να λύσουμε την πρώτη εξίσωση για το  $x$  σε σχέση με το  $y$ .

$$2x + 3y = 8$$

$$2x = 8 - 3y$$

$$x = \frac{8-3y}{2}$$

$$x = 4 - \frac{3y}{2}$$

Σε αυτό το στάδιο, μετατρέπουμε αυτή την έκφραση του  $x$  στην άλλη (δεύτερη) εξίσωση του γραμμικού συστήματος. Ως εκ τούτου, η εξίσωση  $4x - 5y = -6$  θα πάρει τη μορφή:  $4(4 - \frac{3y}{2}) - 5y = -6$

$$16 - 6y - 5y = -6$$

$$16 - 11y = -6$$

$$-11y = -22$$

$$\frac{-11y}{-11} = \frac{-22}{-11}$$

$$y = 2$$

Τώρα, επανατοποθετούμε το  $y = 2$  σε οποιαδήποτε εξίσωση του συστήματος που περιλαμβάνει τη μεταβλητή  $x$ . Για παράδειγμα, ας επανατοποθετήσουμε το  $y = 2$  στην εξίσωση  $2x + 3y = 8$ :

$$2x + 3 \cdot 2 = 8$$

$$2x + 6 = 8$$

$$2x = 2$$

$x = 1$ . Επομένως, η λύση είναι  $x = 1$  and  $y = 2$  ή  $(x, y) = (1, 2)$

**Εισαγωγή στην άσκηση και ολοκλήρωση της δραστηριότητας (15 ΛΕΠΤΑ)**


Ο/η καθηγητής/ρια θα ζητήσει από τους μαθητές να χωριστούν σε ζευγάρια προκειμένου να συνεργαστούν χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης. Ένας από τους μαθητές, ο μαθητής A θα είναι αυτός που θα χρησιμοποιήσει το σετ εικονικής πραγματικότητας ενώ ο μαθητής B θα είναι αυτός που θα γράφει. Ο μαθητής B θα καθοδηγεί και θα βοηθά το μαθητή A να γράφει στο χαρτί τις ασκήσεις.

Συνιστάται σε κάποιο σημείο οι μαθητές να ανταλλάξουν θέσεις – έτσι ώστε ο μαθητής B να είναι αυτός με το σετ εικονικής πραγματικότητας και ο μαθητής A να είναι αυτός που θα γράφει για να χρησιμοποιήσουν και οι δύο την εφαρμογή.

Όταν πατήσουν την εφαρμογή εικονικής πραγματικότητας «MATH REALITY», οι μαθητές θα πρέπει να επιλέξουν το «Σύστημα Γραμμικών Εξισώσεων» από το βιβλίο των ασκήσεων (επιλέξτε # - Σύστημα Γραμμικών Εξισώσεων). Ο μαθητής A θα πρέπει να απαντήσει τις ερωτήσεις με τη βοήθεια του μαθητή B και να πατήσουν το κουμπί «Ελέγξτε την απάντηση».

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αντικατάστασης που είδαμε παραπάνω, προσπαθήστε να βρείτε μια αριθμητική τιμή για όλα τα αντικείμενα.

Ο μαθητής Β μπορεί να ρωτήσει το μαθητή Α: "Πως ξεκινάμε;". Η απάντηση θα μπορούσε να είναι «Εφόσον η αριθμητική τιμή του μεταλλικού βαριδίου  ισούται με 20 γρ., θα πρέπει να ξεκινήσουμε βρίσκοντας την τιμή της καραμέλας.»

Ο μαθητής με το σετ ΕΠ, ο μαθητής Α, ξεκινά να επιλύει την άσκηση. Στους μαθητές δίνεται ότι 1 μεταλλικό βαρίδιο = 20 γρ., και μια ζυγαριά που έχει 1 (μία) καραμέλα στη δεξιά μεριά.



1. Πόσα βαρίδια χρειάζονται για να ισορροπήσει η ζυγαριά; Οι μαθητές πρέπει να κάνουν κλικ στα μικρά βαρίδια για να τα προσθέσουν στη ζυγαριά.

Ο μαθητής Α έχει τρεις επιλογές: (α) 20, (β) 30, (γ) 40.

Λύση: 2 βαρίδια = καραμέλα = 40 γρ.

2. Πόσες καραμέλες χρειάζονται για να ισορροπήσει η ζυγαριά; Οι μαθητές πρέπει να κάνουν κλικ στις καραμέλες για να τα προσθέσουν στη ζυγαριά.

Ο μαθητής Α έχει τρεις επιλογές: (α) 100, (β) 200, (γ) 300

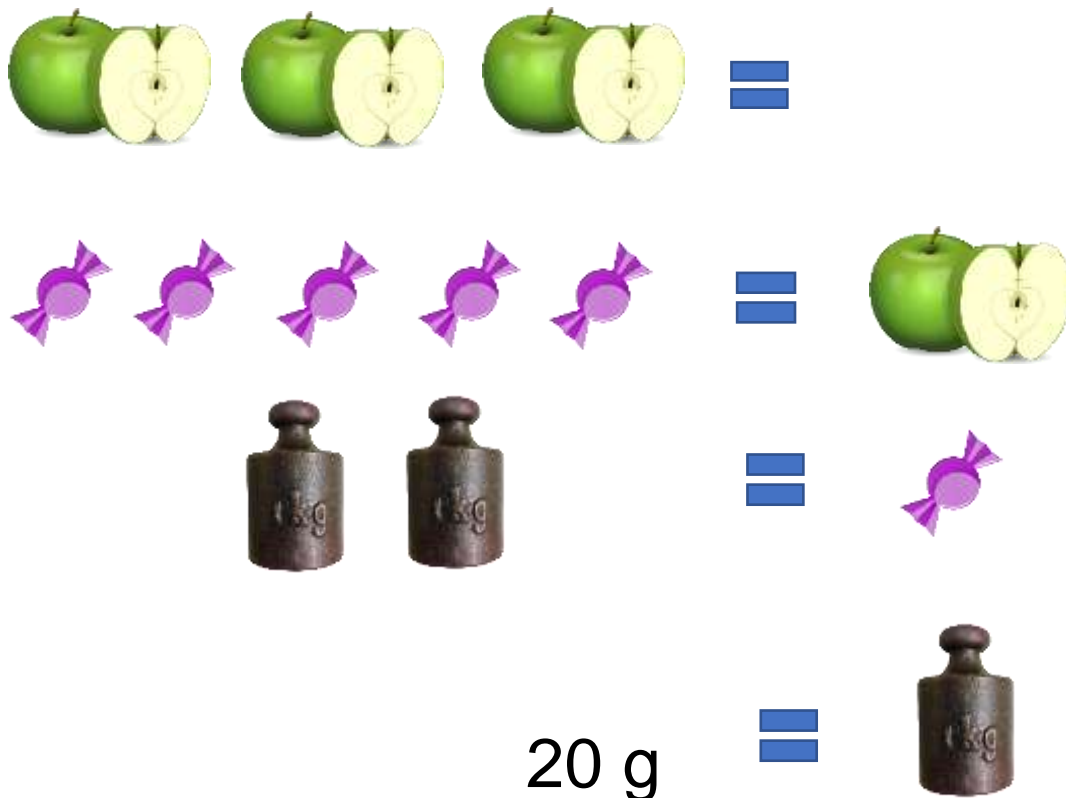
Λύση: 5 καραμέλες = ένα μήλο = 200 γρ.

Για την ερώτηση 3, ο μαθητής Α μπορεί να ανταλλάξει θέση με το μαθητή Β.

3. Πόσα μήλα χρειάζονται για να ισορροπήσει η ζυγαριά; Οι μαθητές πρέπει να κάνουν κλικ στα μήλα για να τα προσθέσουν στη ζυγαριά.

Ο μαθητής Β έχει τρεις επιλογές: (α) 300, (β) 500, (γ) 600

Λύση: 3 μήλα = κουτί έκπληξη = 600 γρ.



**ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ**

1. Μου άρεσε ο τρόπος εργασίας σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
2. Το μάθημα ήταν ενδιαφέρον.	1	2	3	4	5
3. Ήταν ξεκάθαρο το τι έπρεπε να μάθω σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
4. Το θέμα του μαθήματος εξηγήθηκε με σαφή τρόπο.	1	2	3	4	5
5. Έμαθα το θέμα του μαθήματος.	1	2	3	4	5
6. Πιστεύω ότι συμμετείχα ενεργά στο μάθημα	1	2	3	4	5
7. Ήμουν πιο ενεργός σε αυτό το μάθημα από ότι συνήθως	1	2	3	4	5
8. Όντας ενεργός, συνείσφερα στην ποιότητα του μαθήματος.	1	2	3	4	5
9. Είχα κίνητρο να ασχοληθώ με αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
10. Προτιμώ τη χρήση ΕΠ σε αυτό το μάθημα.	1	2	3	4	5
11. Αναφέρετε δύο πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα.					
12. Αναφέρετε δύο πράγματα που δεν σας άρεσαν σε αυτό το μάθημα.					

## ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΗ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗ ΟΛΩΝ

Ο κάθε μαθητής είναι διαφορετικός, όπως και οι ανάγκες του σχετικά με την ύλη. Παρακάτω μπορείτε να βρείτε διάφορες συμβουλές ώστε το μάθημα των μαθηματικών να γίνει πιο ενταξιακό για μαθητές που αντιμετωπίζουν μαθησιακές διαταραχές.

- Όταν δίνετε ασκήσεις στην τάξη, προσπαθήστε να τις χωρίζετε σε μικρά κομμάτια με πληροφορίες. Αποφύγετε τις διπλές ασκήσεις στις οδηγίες. Να θυμάστε ότι στις ασκήσεις/ προβλήματα με πολλαπλά βήματα, είναι σημαντικό να βοηθάτε τους μαθητές να αποδομούν τα βήματα.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μια λίστα ελέγχου για να είτε σίγουροι ότι ολοκλήρωσαν όλα τα βήματα.
- Βεβαιωθείτε πως η γραμματοσειρά, το διάστιχο και η ευθυγράμμιση του αρχείου σας είναι προσιτά για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Συνιστάται να χρησιμοποιείτε απλές, με ίσα διαστήματα γραμματοσειρές όπως η Arial και η Comic Sans. Άλλες κατάλληλες γραμματοσειρές: Verdana, Tahoma, Century Gothic και Trebuchet. Το διάστιχο πρέπει να είναι 1.5 και προσπαθήστε να αποφύγετε τη στοίχιση στο κείμενο.
- Στο τέλος της κάθε δραστηριότητας, αφιερώστε λίγο χρόνο για να ρωτήσετε τους μαθητές τι έμαθαν για να αποσαφηνίσετε το κάθε βήμα τις μαθησιακής διαδικασίας.
- Βεβαιωθείτε ότι τα υλικά που διαχειρίζονται οι μαθητές είναι εύκολα στην κατανόηση.
- Όταν χρησιμοποιείτε διαφορετικά μέσα (χαρτί, υπολογιστή και ακουστικά βοηθήματα) επιλέξτε για φόντο κάποιο χρώμα εκτός του λευκού, το οποίο μπορεί να είναι πολύ φωτεινό για μαθητές με μαθησιακές διαταραχές. Η καλύτερη επιλογή θα ήταν το μπεζ ή κάποιο απαλό παστέλ χρώμα, ωστόσο προσπαθήστε να δοκιμάσετε διάφορα χρώματα για να δείτε ποιες είναι οι προτιμήσεις των μαθητών.
- Για να ενεργοποιηθεί η βραχυπρόθεσμη και μακροπρόθεσμη μνήμη των μαθητών, ετοιμάστε για την τάξη μια σύνοψη που θα περιγράφει τι θα μάθουν σε αυτό το μάθημα και ολοκληρώστε την με μια περίληψη του τι έχει διδαχθεί. Με αυτόν τον τρόπο, θα ενισχυθεί η ικανότητα τους να αποθηκεύουν πληροφορίες.

### ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ:

1. Ξεκινήστε το κάθε μάθημα με μια σύντομη «ΕΙΣΑΓΩΓΗ»



- Σήμερα, θα μελετήσουμε το θέμα (όνομα του θέματος)
- Θα μιλήσουμε για: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Έπειτα, θα σας δείξω τις ασκήσεις: (αναφέρετε τις ασκήσεις από το βιβλίο των μαθητών)
- Μετά, θα κάνουμε τις ασκήσεις (εξηγήστε με ποιον τρόπο θα εργαστούν οι μαθητές: πχ. μαζί με τον/την καθηγητή/ρια/ σε ζευγάρια/ ατομικά)
- Μόλις ολοκληρωθούν οι ασκήσεις, συνεχίστε το μάθημα

## 2. Έπειτα ολοκληρώστε το μάθημα με ένα σύντομο «ΑΠΟΛΟΓΙΣΜΟ»

- Στη διάρκεια του μαθήματος μάθαμε για (το θέμα του μαθήματος)
- Τα πιο σημαντικά πράγματα ήταν: (αναφέρετε 3 λέξεις-κλειδιά σχετικά με το θέμα)
- Μπορέσαμε να κάνουμε... (αναφέρετε αυτά με τα οποία ασχολήθηκαν οι μαθητές κατά τη διάρκεια του μαθήματος)
- Θα μελετήσουμε το θέμα την επόμενη φορά όταν θα μάθουμε για (αναφέρετε το επόμενο θέμα)

Είναι μια μικρή προσαρμογή που θα καταναλώσει 5 λεπτά από το μάθημα αλλά μπορεί να κάνει μεγάλη διαφορά στον τρόπο που θα απομνημονευτεί η ύλη. Προσπαθήστε να το κάνετε ρουτίνα.