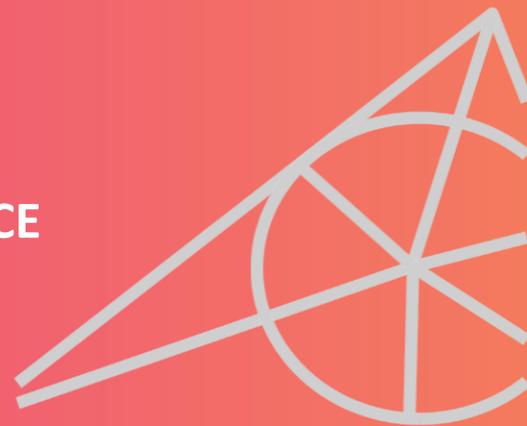


# SCENARIJ POUČAVANJA 06: POLUMJER TROKUTU UPISANE KRUŽNICE



Tema: Trokut

Razina: 14 - 15 godine

Predznanje: Kružnica upisana trokutu, simetrala kuta, središte trokutu upisane kružnice, opseg trokuta, površina pravokutnog trokuta, Heronova formula, površina kruga

Korelacija: Stolarstvo, umjetnost, arhitektura, građevinarstvo

Vrijeme: 60 minuta

## ISHODI UČENJA

Učenik će:

- konstruirati trokutu upisanu kružnicu
- prikazati vezu polumjera trokutu upisane kružnice s njegovim poluopsegom i površinom
- primijeniti formulu u konkretnim praktičnim primjerima

## NASTAVNE METODE

- praktičan rad
- rad u paru

## KLJUČNE RIJEČI

- trokutu upisana kružnica
- površina i poluopseg trokuta
- Heronova formula
- polumjer

## POTREBAN PRIBOR

- ploča
- geometrijski pribor
- papir, škare
- Projektor, laptop/kalkulator

## AKTIVNOSTI

### AKTIVNOST 1 (5 min)

Nastavnik ponavlja pojmove

Kružnica upisana trokutu. Stranice trokuta leže na odgovarajućim tangentama tom trokutu upisane kružnice.

Središte trokutu upisane kružnice nalazi se u sjecištu simetrala unutarnjih kutova tog trokuta.

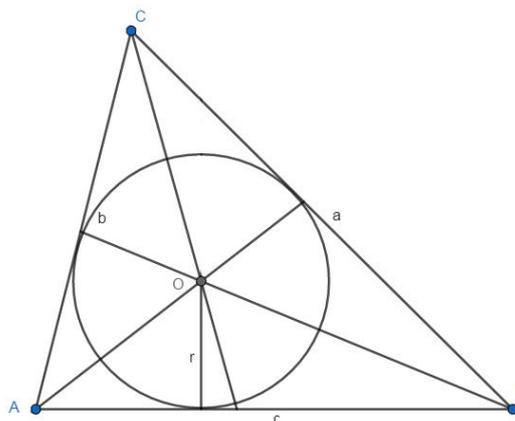
Simetrala kuta dijeli taj kut na dva jednaka dijela, odnosno dva sukladna kuta.

Poluopseg trokuta :  $s = \frac{a+b+c}{2}$ .

Heronova formula za površinu trokuta:

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}.$$

Površina kruga:  $A = \pi r^2$ .



### AKTIVNOST 2 (5 min)

Nastavnik iskazuje teorem:

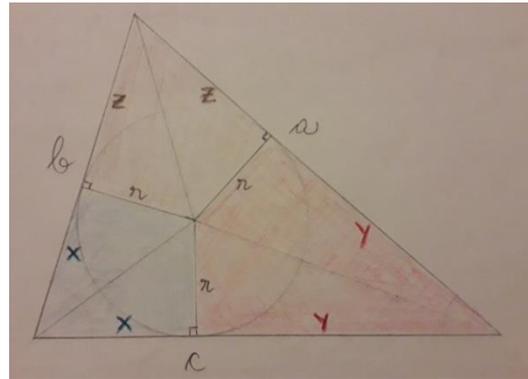
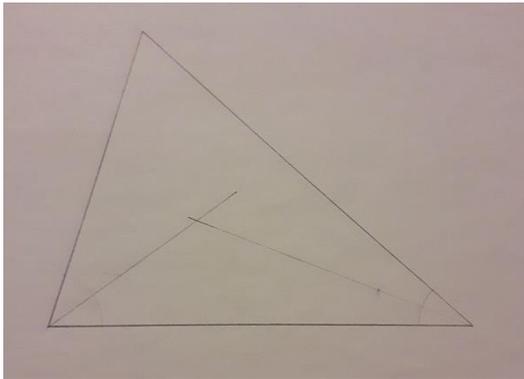
U svakom trokutu vrijedi jednakost  $r = \frac{P}{s}$  gdje je  $r$  polumjer trokutu upisane kružnice,  $P$  je površina trokuta, a  $s$  je poluopseg trokuta,  $s = \frac{a+b+c}{2}$ .

**AKTIVNOST 3 (10 min)**

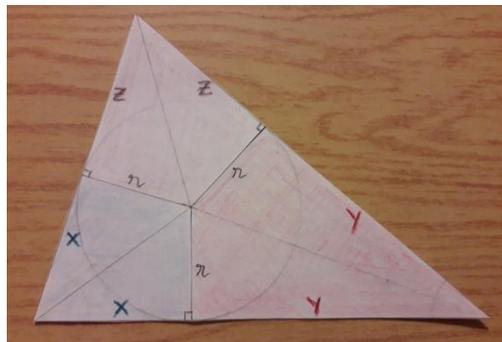
Nastavnik konstruira trokutu upisanu kružnicu na ploči, a učenici to rade u paru.

1. Uzmite papir i nacrtajte trokut. Konstruirajte tom trokutu upisanu kružnicu. Povucite polumjere kružnice do točaka dirališta s trokutom.

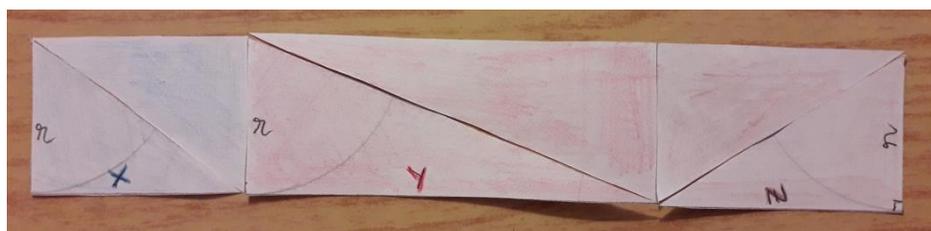
$$a + b + c = 2(x + y + z), \text{ i dobijete } s = x + y + z$$



2. Izrežite trokut na 6 novonastalih trokuta.



3. Složite trokute u oblik pravokutnika s duljinama stranica  $r$  i  $x + y + z$ .



4. Površina početnog trokuta jednaka je površini pravokutnika, dakle  $P = r(x + y + z)$ ,  
 $P = rs$ .

**AKTIVNOST 4 (15 min)**

Stolar George mora napraviti ormar čije police imaju oblik jednakokranih pravokutnih trokuta, kao na slici. Pomognite mu izračunati duljinu kraka trokuta ako se zna da je promjer kružne ploče na slici 40 cm.

$a$  je duljina kraka trokuta jednakokračnog pravokutnog trokuta.

Hipotenuza je  $a\sqrt{2}$ .

Prema tome, površina trokuta je  $P = \frac{a^2}{2}$ ,

a poluopseg  $s = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}$ .



Uvrštavanjem u formulu koju smo iskazali ranije dobijemo:

$$P = rs \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2} \cdot r \Leftrightarrow a = (2 + \sqrt{2})r$$

Za  $r = 20$  cm i  $\sqrt{2} \approx 1,42$  dobijemo  $a \approx (2 + 1,42) \cdot 20 = 68,4$  cm

## EVALUACIJA

### LISTIĆ ZA VREDNOVANJE

U zadacima 1 i 2 traži se samo točan odgovor, a u zadacima 3 i 4 potrebno je prikazati cijeli postupak rješavanja.

(20 bodova)

1. Središte trokutu upisane kružnice je:

- a) sjecište simetrala stranica trokuta
- b) sjecište težišnica trokuta
- c) sjecište simetrala kutova trokuta
- d) sjecište visina trokuta

(20 bodova)

2. Heronova formula za računanje površine trokuta je:

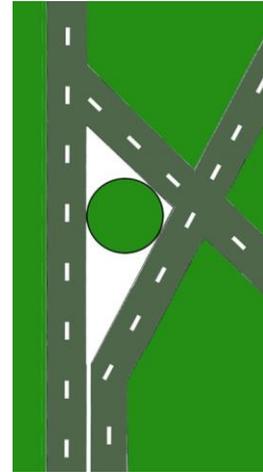
- a)  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ , gdje je  $s$  opseg trokuta
- b)  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ , gdje je  $s$  poluopseg trokuta
- c)  $P = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)}$ , gdje je  $s$  opseg trokuta
- d)  $P = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)}$ , gdje je  $s$  poluopseg trokuta

(20 bodova)

3. Izračunaj polumjer trokutu upisane kružnice ako je površina tog trokuta  $96 \text{ m}^2$ , a njegov opseg  $48 \text{ m}$ .

(30 bodova)

4. Na raskršće na slici dizajnerska tvrtka mora postaviti travnjak u krug u sredini, a u ostatak trokuta bijeli mramor. Pomognite radnicima izračunati površinu travnjaka i površinu koja mora biti obložena mramorom znajući duljine stranica trokuta:  $a = 40$  m,  $b = 30$  m i  $c = 20$  m.



Dodatni bodovi: 10

Vrijeme rada: 15 minutes

RJEŠENJA:

1. c)

2. b)

3. Računamo poluopseg trokuta:  $s = \frac{a+b+c}{2} = 24$  m.

Računamo polumjer trokutu upisane kružnice:  $r = \frac{P}{s} = 4$  m.

4. Računamo poluopseg trokuta:  $s = \frac{a+b+c}{2} = 45$  m.

Računamo površinu trokuta Heronovom formulom:  $P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25} = 75\sqrt{15}$  m<sup>2</sup>.

Računamo polumjer trokutu upisane kružnice:  $r = \frac{P}{s} = \frac{75\sqrt{15}}{45} = \frac{5\sqrt{15}}{3}$  m.

Računamo površinu kruga:  $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\right)^2 = \frac{125}{3}\pi$  m<sup>2</sup>.

Površina koja mora biti obložena mramorom je:  $P - A = (75\sqrt{15} - \frac{125}{3}\pi)$  m<sup>2</sup>.

## SMJERNICE ZA PRILAGODBU POUČAVANJA

Svaki se učenik razlikuje i njihove potrebe za usvajanje ishoda mogu se razlikovati. U nastavku je nekoliko savjeta kako prilagoditi ostvarivanje ishoda učenicima s teškoćama u učenju.

- Kada dajete zadatke učenicima, pokušajte ih podijeliti na manje dijelove. Izbjegavajte dvostruke zadatke u uputama. Imajte na umu da je u slučaju operacija/vježbi s više koraka potrebno pomoći učenicima u pojedinim koracima.
- Možete koristiti liste za provjeru svakog pojedinog koraka učenika kako biste bili sigurni da su učinili sve korake.
- Pazite da font, razmak između redova i poravnanje vašeg dokumenta budu primjereni učenicima s teškoćama u učenju. Preporučuje se upotreba običnog, ravnomjerno raspoređenog sans serif fonta, kao što su Arial i Comic Sans. Ostali: Verdana, Tahoma, Century Gothic i Trebuchet. Razmak bi trebao biti 1,5 i pokušajte izbjeći obostrano poravnanje u tekstu.
- Na kraju svake aktivnosti odvojite malo vremena i pitajte učenike što su naučili i ponovite svaki korak u njihovom procesu učenja.
- Provjerite je li materijal dovoljno jednostavan učenicima za korištenje.
- Dok koristite različite medije (papir, računala i vizualna pomagala), odaberite pozadinu koja nije bijela jer učenicima s poremećajima učenja ona može biti svijetla. Najbolji izbor bi bila krem ili nježna pastelna boja, ali pokušajte testirati različite boje kako biste saznali više o preferencijama učenika.
- Da biste potaknuli kratkotrajno i dugoročno pamćenje, pripremite za sve učenike u učionici upute koje opisuju što će naučiti u ovoj lekciji i završite je rezimeom naučenog. Na taj će način ojačati sposobnost pamćenja informacija.

### PRIMJER:

#### 1. Svaku lekciju započnite kratkim „ulaznim“ informacijama

- Danas ćemo proučavati temu (naziv teme)
- Reći ću vam: (navedite 3 ključne riječi povezane s temom)
- Zatim ću predstaviti vježbe: (imenovati vježbe)
- Zatim ćemo raditi vježbe (objasniti način rada učenika: npr. zajedno s učiteljem / u parovima / pojedinačno)
- Kad provedemo vježbe [Nastaviti]

#### 2. Zatim završite lekciju kratkim "izlaznim" informacijama

- Na temelju dane nastavne jedinice moći ćemo (tema lekcije)
- Najvažniji ishodi: (imenovati 3 ključne riječi povezane s temom)

- **Možemo...** (ispričati o radu učenika tijekom predavanja)
- **Primijenit ćemo ostvarene ishode sljedeći put kada ćemo učiti o (imenovati sljedeću temu).**

**Napomene vezane uz prilagodbu oduzet će 5 minuta u realizaciji nastavne podteme, ali mogu napraviti veliki pomak u načinu na koji će se usvojiti ishodi. Pokušajte ovo usvojiti kao rutinu u radu.**