

CUVINTE CHEIE

- Cerc înscris în triunghi
- Aria triunghiului
- Semiperimetrul triunghiului
- Heron
- Rază



RESURSE NECESARE

- tablă
- materiale geometrice
- fișe de lucru
- foarfece
- videoproiector
- laptop/ calculator

SUBIECT: RAZA CERCULUI ÎNSCRIS ÎN TRIUNGHI

SUBIECT: RAZA CERCULUI ÎNSCRIS ÎN TRIUNGHI

NIVEL/VÂRSTĂ: 14-15

CUNOȘTINȚE PREMERGĂTOARE:

cerc înscris în triunghi, bisectoare, centrul cercului înscris în triunghi, perimetrul triunghiului, aria triunghiului dreptunghic, formula lui Heron, aria unui disc.

CORELAȚIE: Tâmplărie, Arte, Construcții, Arhitectură

REZULTATELE ÎNVĂȚĂRII

- construirea unui cerc înscris în triunghi
- realizarea legăturii dintre aria, perimetrul și raza cercului înscris în triunghi
- aplicarea formulelor descoperite în situații practice și concrete

METODE DE ÎNVĂȚARE

- activități practice
- activități interactive
- activități în perechi

ACTIVITĂȚI

Activitate 1 – 5 minute

Recapitulare

Cercul înscris în triunghi. Laturile triunghiului (considerate segmente) sunt tangente cercului.

Centrul cercului înscris în triunghi se află la intersecția bisectoarelor.

Bisectoarea triunghiului este semidreapta cu origine în vârful triunghiului, care divide unghiul în două unghiuri egale (congruente).

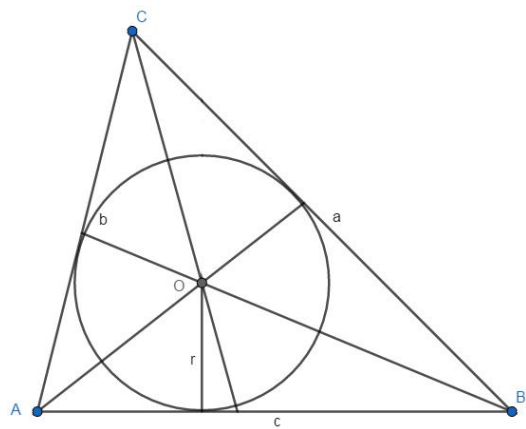
Semiperimetrul triunghiului: $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Aria triunghiului, folosind formula lui

Heron:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}.$$

Aria discului: $A = \pi r^2$.



Activitate 2 – 5 minute

Profesorul enunță teorema:

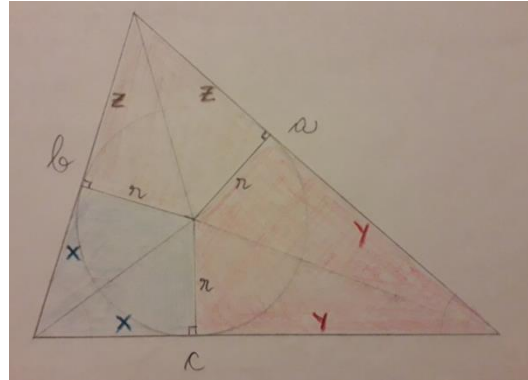
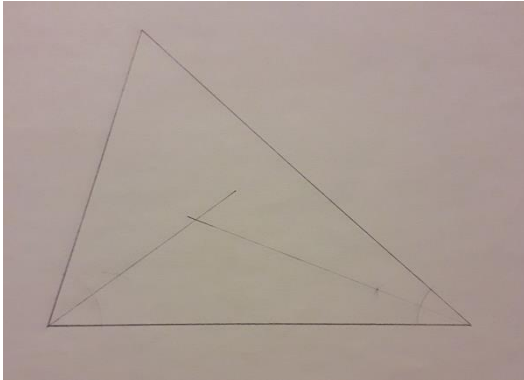
În orice triunghi, există egalitatea $r = \frac{S}{p}$, unde r este raza cercului înscris în triunghi, S este aria triunghiului, iar p este semiperimetrul triunghiului, $p = \frac{a+b+c}{2}$.

Activitate 3 – 10 minute

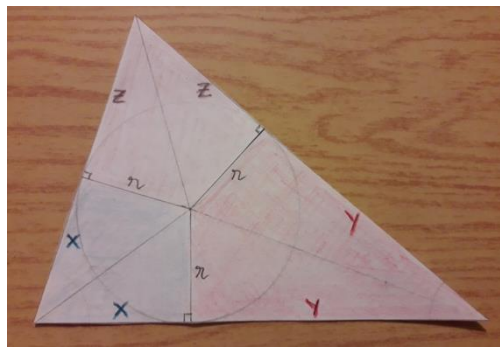
Teorema este demonstrată, profesorul face construcția pe tablă, iar elevii lucrează în perechi.

1. Luați o bucată de hârtie și desenați un triunghi. Înăuntrul triunghiului desenați un cerc. Din centrul cercului, desenați punctele tangente.

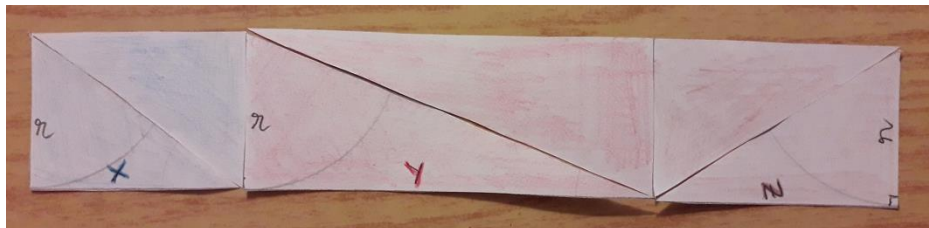
$$a + b + c = 2(x + y + z), \text{ se obține } p = x + y + z$$



2. Tăiați triunghiul în cele 6 triunghiuri nou rezultate.



3. Regrupați triunghiurile astfel încât să formați un dreptunghi de lățime r și de lungime $x + y + z$.



4. Aria triunghiului inițial este egală cu cea a dreptunghiului, astfel $S = r(x + y + z)$,
 $S = rp$.

Activitate 4 – 15 minute

Tâmplarul George trebuie să construiască un raft ale cărui etajere trebuie să fie în formă de triunghi isoscel, ca în desen. Ajutați-l să calculeze lungimea catetei triunghiului știind că farfuriile de pe etajeră vor avea un diametru de 40 cm.



Fie a o catetă a triunghiului.

Evident, și cealaltă catetă este tot a , iar ipotenuza este $a\sqrt{2}$.

Astfel, aria triunghiului este $S = \frac{a^2}{2}$, iar perimetrul este $p = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}$.

Substituind în egalitatea nou învățată, obținem:

$$S = rp \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}r \Leftrightarrow a = (2 + \sqrt{2})r$$

Pentru $r = 20$ și $\sqrt{2} \approx 1,42$ obținem $a \approx (2 + 1,42) \cdot 20 = 68,4$ cm

EVALUARE

Fișă de evaluare

Pentru cerințele 1 și 2 se cere doar răspunsul final, însă pentru 3 și 4 se cere rezolvarea integrală.

(20p) 1. Centrul cercului înscris în triunghi se află la:

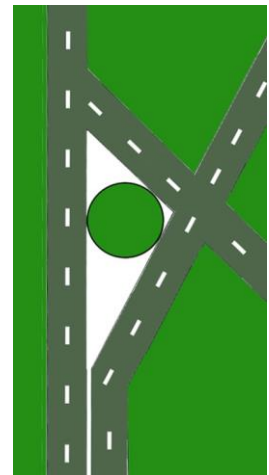
- a) intersecția *mediatoarelor* din triunghi
- b) intersecția *medianelor* din triunghi
- c) intersecția *bisectoarelor* din triunghi
- d) intersecția *înălțimilor* din triunghi

(20p) 2. Formula lui Heron pentru a calcula aria unui triunghi este:

- a) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este perimetrul triunghiului
- b) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este semiperimetrul triunghiului
- c) $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este perimetrul triunghiului
- d) $S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}$, unde p este semiperimetrul triunghiului

(20p) 3. Calculați raza cercului înscris în triunghiul a cărui arie este 96 m^2 și perimetrul este 48 m .

(30p) 4. La intersecția din imagine, compania de design trebuie să pună gazon în cercul din mijloc și să pună marmură albă în restul triunghiului. Ajută muncitorii să calculeze suprafața acoperită cu gazon și suprafața acoperită cu marmură albă, știind că lungimile laturilor triunghiului sunt: $a = 40 \text{ m}$, $b = 30 \text{ m}$ și $c = 20 \text{ m}$.



Punctaj: 10

Țimp de lucru: 15 minute

BAREM:

1. c)

2. b)

3. Calculăm semiperimetrul triunghiului $p = \frac{a+b+c}{2} = 24 \text{ m}$.

Calculăm raza cercului înscris în triunghi $r = \frac{S}{p} = 4 \text{ m}$.

4. Calculăm semiperimetrul triunghiului $p = \frac{a+b+c}{2} = 45$ m.

Calculăm suprafața triunghiului folosind formula lui Heron $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25} = 75\sqrt{15}$ m².

Calculăm raza cercului înscris în triunghi $r = \frac{S}{p} = \frac{75\sqrt{15}}{45} = \frac{5\sqrt{15}}{3}$ m.

Calculăm suprafața discului $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\right)^2 = \pi \frac{125}{3}$ m².

Suprafața care trebuie acoperită în marmură albă este $S - A = 75\sqrt{15} - \pi \frac{125}{3}$ m².

SFATURI/ INDICAȚII PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNT INCLUZIV

Fiecare elev este diferit, iar nevoile lor pentru materiale pot varia. Mai jos veți găsi o serie de sfaturi care ar putea face lecțiile de matematică mai incluzive pentru elevii care se confruntă cu dificultăți de învățare.

- Când dați sarcini elevilor încercați să oferiți informații puține o dată. Evitați sarcinile duble într-o instrucțiune. Nu uitați că în cazul operațiilor/exercițiilor cu mai mulți pași, este esențial să ajutați elevii să descompună pașii.
- Puteți utiliza liste de verificare (checklist) pentru elevi, ca să vă asigurați că au parcurs toți pașii.
- Asigurați-vă că fontul, spațierea între rânduri și alinierea documentului dvs. este accesibilă pentru elevii cu dificultăți de învățare. Este recomandat să folosiți un font simplu, cu spații egale, precum Arial și Comic Sans. Alte exemple sunt: Verdana, Tahoma, Century Gothic și Trebuchet. Spațierea ar trebui să fie de 1.5 și încercați să evitați alinierea textului.
- La finalul fiecărei activități, acordați-vă puțin timp să-i întrebați pe elevi ce au învățat, pentru a conștientiza toți pașii procesului lor de învățare.
- Asigurați-vă că materialul pe care îl manipulează elevii este suficient de ușor de înțeles.
- În timp ce folosiți medii diferite de lucru (hârtie, computer și alte suporturi vizuale) alegeți culori de fundal diferite de alb, acesta poate fi prea puternic și luminos pentru elevii cu dificultăți de învățare. Cele mai bune alegeri ar fi crem sau pasteluri delicate, dar testați culori diferite pentru a afla preferințele elevilor.
- Pentru a stimula memoria de scurtă și de lungă durată, pregătiți pentru toți elevii din clasă o prezentare/schiță care descrie ce vor învăța în această oră și terminați ora cu un rezumat a ceea ce a fost predat. Astfel își vor îmbunătăți capacitatea de a reține informații.

EXEMPLU:

1. Începeți fiecare lecție cu un scurt “Check-in”

- Astăzi, vom studia (numele subiectului)
- Vă voi vorbi despre: (numiți 3 cuvinte cheie ce au legătură cu subiectul)
- Ulterior voi prezenta exercițiile: (precizați exercițiile din manual)
- Apoi vom rezolva exerciții (explicați modul în care vor lucra elevii: ex. împreună cu profesorul / în perechi / individual)
- O data ce vor fi finalizate exercițiile [a se continua]

2. Finalizați lecția cu un scurt “Check-out”

- În această oră am vorbit despre (subiectul lecției)
- Cele mai importante aspecte au fost: (numiți 3 cuvinte cheie ce au legătură cu subiectul)
- Am reușit să... (menționați munca depusă de elevi în timpul orei)
- Vom explora ... data viitoare când vom învăța despre (numiți subiectul următor)

Este o mică ajustare care va lua 5 minute din lecție, dar care poate face o mare diferență în ceea ce privește felul în care ce a fost predat va fi reținut. Încercați să vă formați acest obicei.

BIBLIOGRAFIE

Roger B. Nelsen, Proofs Without Words III - Further Exercises in Visual Thinking,
Published and Distributed by The Mathematical Association of America, 2015