



SCENARIUL LECȚIEI 08: MEDIA ARITMETICĂ - INEGALITATEA MEDIEI GEOMETRICE

Subiect: Media aritmetică - Inegalitatea mediei geometrice

Nivel: Vârsta 14 - 15

Cunoștințe anterioare: operațiuni cu fracții, operații cu radicali, medie aritmetică, medie geometrică, capital inițial, capital final, dobândă simplă și dobândă compusă

Corelație: Matematică financiară, Artă, Arhitectură

Timp: 50 minute



REZULTATELE ÎNVĂȚĂRII

- Calculul mijloacelor aritmetice și geometrice în situații practice, concrete

METODE DE PREDARE

- Tehnologie VR
- Lucrări frontale
- Lucru individual și în pereche

CUVINTE CHEIE

- medie
- Aritmetică
- medie geometrică
- Inegalitatea

Resurse

- Căști VR
- Tablă
- Foi
- instrumente geometrice , foarfece
- laptop/ calculator, calculator de buzunar, proiector

ACTIVITIES

REGULI DE CONDUITĂ LA UTILIZAREA VR ÎN CLASĂ (5 min)

Profesorul începe discuția cu elevii întrebându-i despre utilizarea VR și așteptările lor în utilizarea VR în clasă.

După discuție, profesorul definește metodele de lucru și regulile de conduită pentru elevi în ceea ce privește măsurile de siguranță pentru utilizarea căștilor VR în clasă și învățarea în mediul virtual:

- ascultați cu atenție profesorul
- elimina obstacolele fizice înainte de a utiliza VR
- lucrați întotdeauna în pereche - niciodată singur
- păstrați aparatul curat.

ACTIVITATE 1 (5 min) MEDIA ARITMETICĂ ȘI MEDIA GEOMETRICĂ

Forma de lucru: frontală

Accesorii necesare: tablă sau PowerPoint pregătit

Profesorul prezintă tema lecției și reamintește elevilor următoarele concepte: Cuvântul "medie/medie" se găsește aproape zilnic în discuțiile oamenilor, în expresii precum: "durata medie a vieții oamenilor", "durata medie de viață a unui dispozitiv", "greutatea medie a unui produs". Media este o valoare tipică sau centrală a multor date. Pentru ca dimensiunea medie să aibă un caracter obiectiv, este necesar să alegeți tipul potrivit de medie (denumirea matematică pentru medie). Cele mai utilizate mijloace sunt: media aritmetică; media geometrică; medie armonică; medie pătrată/pătratică.

Media aritmetică a unei liste de n numere este x_1, x_2, \dots, x_n suma numerelor împărțite la n :

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Media geometrică este definită ca a n -a rădăcină a produsului cu n numere non-negative. Pentru un set de n numere non-negative x_1, x_2, \dots, x_n , media geometrică este definită astfel:

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}.$$

ACTIVITATE 2 (5 min) MEDIA ARITMETICĂ - INEGALITATE MEDIE GEOMETRICĂ

Forma de lucru: frontală

Accesorii necesare: tablă sau PowerPoint pregătit

Profesorul prezintă inegalitatea mijloacelor.

Pentru o listă de n numere non-negative , utilizând notații matematice, x_1, x_2, \dots, x_n AM–GM, inegalitatea este scrisă astfel:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n},$$

și că egalitatea deține în cazul în care și numai if $x_1 = x_2 = \dots = x_n$.

Cazul a două numere non-negative a și b , este afirmația că

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

cu egalitate dacă și numai dacă $a = b$.

AM–GM inegalitatea este o inegalitate de bază, utilizată pentru a demonstra alte inegalități.

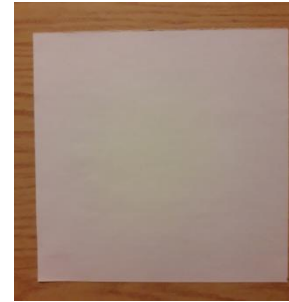
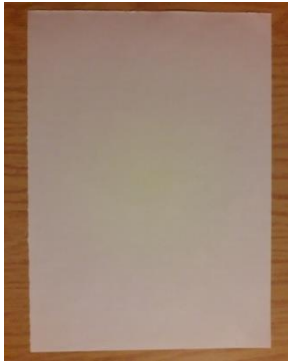
ACTIVITATE 3 (10 min) O DEMONSTRAȚIE VIZUALĂ ȘI MATEMATICĂ

Profesorul scufundă știfturile în perechi și explică pașii următori.

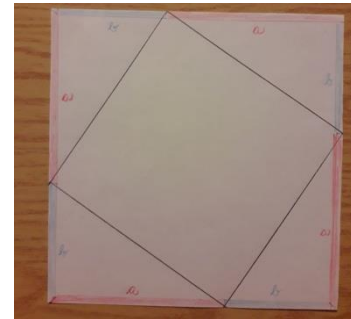
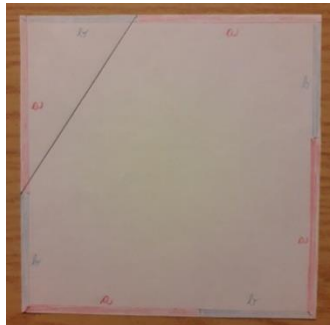
Forma de lucru: lucrul în perechi

Accesorii necesare: foi de lucru, instrumente geometrice, foarfece

Mai jos aveți o demonstrație vizuală:

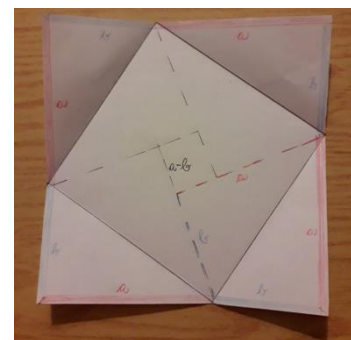
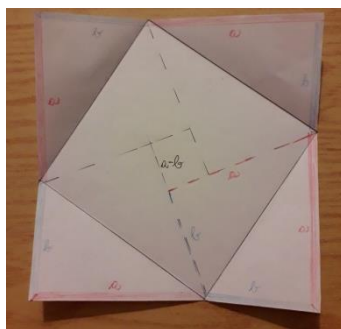
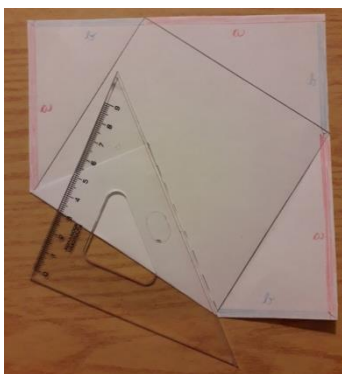


1. Faceți un pătrat dintr-o foaie de hârtie.



2. Împărțiți fiecare latură în două segmente cu lungimea și $.ab$

3. Desenați o linie de la un punct la altul, așa se vede în imagini.



4. Ori bucata de hârtie alături de segmente a și b rezultat.

5. Desenați o linie punctată alături de partea mai lungă (a lungimii din ilustrația noastră). a

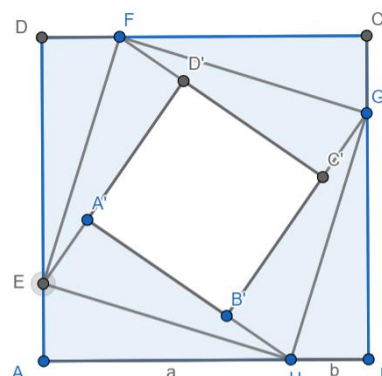
6. Suprafața pătratului cu latură $a + b$, $(a + b)^2$ este 8 ori mai mare decât cel al unui triunghi dreptunghic cu catetele a și b , care este $8 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$. Și avem inegalitatea, numai dacă $a = b$.

Odată ce elevii termină activitatea, profesorul prezintă o aplicație numită *geobra.org*, care modelează aceeași idee la care au lucrat elevii. Apoi, profesorul demonstrează inegalitatea (modul clasic):

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow$$

$$(a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab \Leftrightarrow$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0.$$



ACTIVITATE 4 (10 min) INEGALITATEA MIJLOACELOR ÎN APLICARE VR

Profesorul atribuie sarcina elevilor.

Elevul:

- găsește și selectează exercițiul INEGALITATEA MIJLOACELOR pe raftul de exerciții
- rezolvă activitățile în aplicația VR
- elevul va modifica dimensiunea segmentelor a și b observând diferențele dintre cele două suprafețe

Forma de lucru: lucrul în perechi

Accesorii necesare: căști VR

CURS DE ACTIVITATE:

Profesorul împarte elevii în perechi. Student A își pune cu atenție căștile VR, deschide exercițiul INEGALITATEA MIJLOACELOR într-o bibliotecă virtuală într-o aplicație VR și rezolvă sarcinile într-un mediu virtual. Studentul B îl asistă. Aceasta este urmată de un schimb de roluri.

ACTIVITATE 5 (15 min) Foaie de lucru

Sunt necesare soluții complete pentru toate problemele.

Utilizarea computerului de buzunar este permisă.

1. Determinați valoarea adevărului din următoarea propoziție:

" $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}, \forall a, b \in (0, \infty)$ " (ADEVĂRAT SAU FALS) ȘI EXPLICAȚI ALEGEREA PE CARE AȚI FĂCUT-O.

2. Se calculează media aritmetică a numerelor 3, 4, 27, 64. Se calculează media geometrică a numerelor: 3, 4, 27, 64. Comparați rezultatele.

3. Calculați media aritmetică a numerelor: $\sqrt{3} + \sqrt{83} - \sqrt{83} + \sqrt{83} - \sqrt{8}$ și $\sqrt{3} + \sqrt{83} - \sqrt{83} + \sqrt{83} - \sqrt{8}$. Comparați rezultatele.

Soluții pentru foile de lucru:

1. Afirmația este falsă. Dacă $a = b$, atunci inegalitatea devine egalitate.

$$2. AM = \frac{3 + 4 + 27 + 64}{4} = \frac{98}{4} = 24,5. GM = \sqrt[4]{3 \cdot 4 \cdot 27 \cdot 64} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3 = 12.$$

$AM > GM$.

$$3. AM = \frac{(3 + \sqrt{8}) + (3 - \sqrt{8})}{2} = \frac{6}{2} = 3. GM = \sqrt{(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})} = \sqrt{9 - 8} = 1. AM > GM.$$

LUARE

1. Îmi place modul de lucru în această lecție.	1	2	3	4	5
2. Lecția asta a fost interesantă.	1	2	3	4	5
3. Este clar ce trebuia să învăț în această lecție.	1	2	3	4	5
4. Subiectul a fost explicat în mod clar.	1	2	3	4	5
5. Am învățat subiectul.	1	2	3	4	5
6. Cred că am participat activ la această lecție.	1	2	3	4	5
7. Am fost mai activ în această lecție decât de obicei.	1	2	3	4	5
8. Fiind activ am contribuit la calitatea lecției.	1	2	3	4	5
9. Am fost motivat pentru munca în această lecție.	1	2	3	4	5
10. Prefer să folosesc VR în lecții.	1	2	3	4	5
11. Numește două lucruri care ți-au plăcut în această lecție.					
12. Spune două lucruri care nu ți-au plăcut în lecția asta.					

Fiecare elev este diferit, iar nevoile lui în ce privește materialele pot varia. Mai jos veți găsi o serie de sfaturi care ar putea face lecțiile de matematică mai incluzive pentru elevii care se confruntă cu dificultăți de învățare.

- Când dați sarcini elevilor încercați să oferiți informații puține o dată. Evitați sarcinile duble într-o instrucțiune. Nu uitați că în cazul operațiilor/exercițiilor cu mai mulți pași, este esențial să ajutați elevii să descompună pașii.
- Puteți utiliza liste de verificare (checklist) pentru elevi, ca să vă asigurați că au parcurs toți pașii.
- Asigurați-vă că fontul, spațierea între rânduri și alinierea documentului dvs. este accesibilă pentru elevii cu dificultăți de învățare. Este recomandat să folosiți un font simplu, cu spații egale, precum Arial și Comic Sans. Alte exemple sunt: Verdana, Tahoma, Century Gothic și Trebuchet. Spațierea ar trebui să fie de 1.5 și încercați să evitați alinierea textului.
- La finalul fiecărei activități, acordați-vă puțin timp să-i întrebați pe elevi ce au învățat, pentru a conștientiza toți pașii procesului lor de învățare.
- Asigurați-vă că materialul pe care îl manipulează elevii este suficient de ușor de înțeles.
- În timp ce folosiți medii diferite de lucru (hârtie, computer și alte suporturi vizuale) alegeți culori de fundal diferite de alb, acesta poate fi prea puternic și luminos pentru elevii cu dificultăți de învățare. Cele mai bune alegeri ar fi crem sau pasteluri delicate, dar testați culori diferite pentru a afla preferințele elevilor.
- Pentru a stimula memoria de scurtă și de lungă durată, pregătiți pentru toți elevii din clasă o prezentare/schiță care descrie ce vor învăța în această oră și terminați ora cu un rezumat a ceea ce a fost predat. Astfel își vor îmbunătăți capacitatea de a reține informații.

EXEMPLU:

1. Începeți fiecare lecție cu un scurt “Check-in”

- Astăzi, vom studia (numele subiectului)
- Vă voi vorbi despre: (numiți 3 cuvinte cheie ce au legătură cu subiectul)
- Ulterior voi prezenta exercițiile: (precizați exercițiile din manual)
- Apoi vom rezolva exerciții (explicați modul în care vor lucra elevii: ex. împreună cu profesorul / în perechi / individual)
- data ce vor fi finalizate exercițiile [a se continua]

2. Finalizați lecția cu un scurt “Check-out”

1. În această oră am vorbit despre (subiectul lecției)
2. Cele mai importante aspecte au fost: (numiți 3 cuvinte cheie ce au legătură cu subiectul)
3. Am reușit să... (menționați munca depusă de elevi în timpul orei)
4. Vom explora ... data viitoare când vom învăța despre (numiți subiectul următor)

Este o mică ajustare care va lua 5 minute din lecție, dar care poate face o mare diferență în ceea ce privește felul în care ce a fost predat va fi reținut. Încercați să vă formați acest obicei.