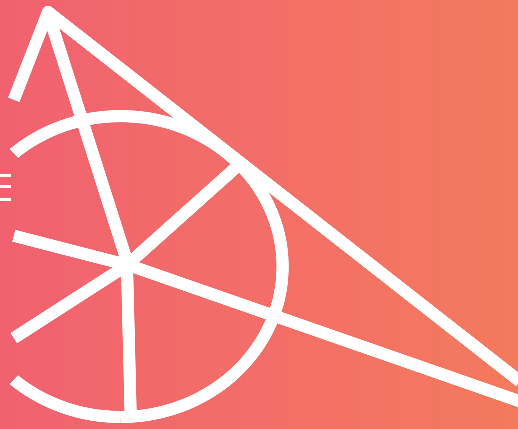


LESSON SCENARIO 06:
LE RAYON DU CERCLE INSCRIT DANS UN TRIANGLE

SUJET : LE RAYON DU CERCLE INSCRIT DANS UN TRIANGLE

NIVEAU/ÂGE : 14-15 ANS

CONNAISSANCES : le cercle inscrit dans un triangle, les bissectrices, le centre d'un cercle inscrit dans un triangle, le périmètre d'un triangle, l'aire d'un triangle rectangle, la formule de Héron, l'aire d'un disque.

DOMAINE D'APPLICATION : Travail du bois, art, construction, architecture

RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

- **Construire un cercle inscrit dans un triangle**
- **Faire le lien entre l'aire, le périmètre et le rayon du cercle inscrit dans le triangle.**
- **Appliquer la formule découverte dans des situations pratiques et concrètes**

MÉTHODES PÉDAGOGIQUES

- **Travaux pratiques**
- **Activité pratique**
- **Travail par deux**

MOTS CLÉS

- **Cercle inscrit dans un triangle**
- **Aire du triangle**
- **Demi-périmètre du triangle**
- **Rayon**

RESSOURCES

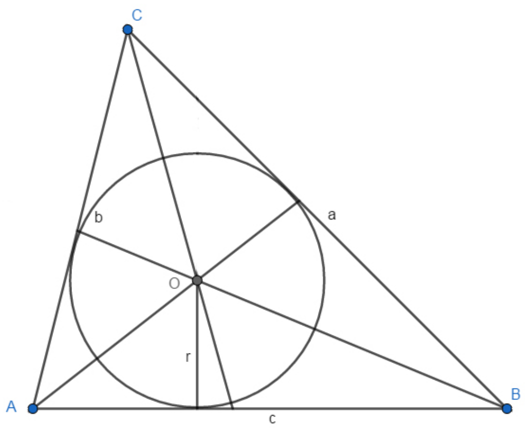
- **Tableau**
- **Matériel géométrique**
- **Ciseaux**
- **Vidéoprojecteur**
- **Calculatrice**

ACTIVITÉS

Activité 1 – 5 minutes
L'enseignant rappelle les notions

Le cercle est à l'intérieur d'un triangle. Les côtés du triangle (considérés comme des segments) sont tangents au cercle.
Le centre du cercle inscrit dans un triangle est situé à l'intersection de ses angles.
La bissectrice d'un triangle est la demi-droite qui part du sommet du triangle et qui divise cet angle en deux autres angles égaux.
Le demi-périmètre du triangle $\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{a+b+c}}{\boldsymbol{2}}$.
L'aire du triangle, en utilisant la méthode de Heron $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

L'aire d'un disque $A = \pi r^2$.



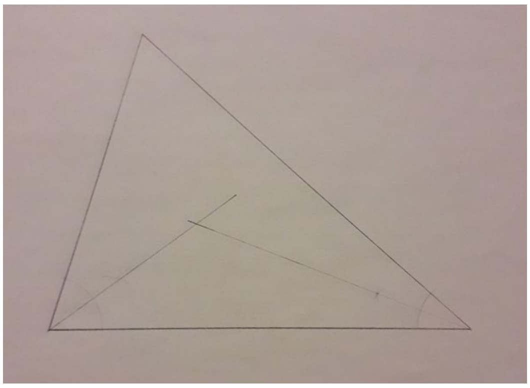
Activité 2 – 5 minutes

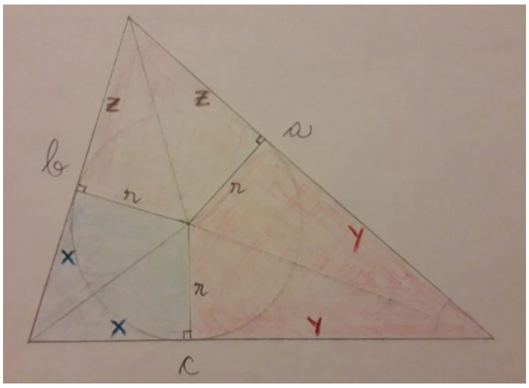
L'enseignant énonce le théorème :
Dans tout triangle, il existe l'inégalité $\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{p}}$, où **r** est le rayon du cercle inscrit dans le triangle, **S** est l'aire du triangle et **p** est le demi-périmètre du triangle, $\boldsymbol{p} = \frac{\boldsymbol{a+b+c}}{\boldsymbol{2}}$.

Activité 3 – 10 minutes
Le théorème est démontré, l'enseignant fait la construction au tableau et les élèves travaillent par deux.

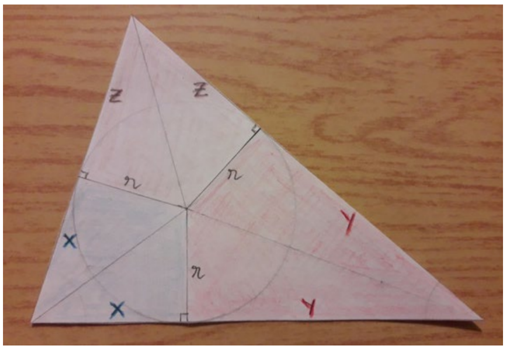
1. Prenez une feuille de papier et dessinez un triangle. À l'intérieur du triangle, dessinez un cercle. À partir du centre du cercle, dessinez les points tangentiels.

$a + b + c = 2(x + y + z)$, and you get $p = x + y + z$

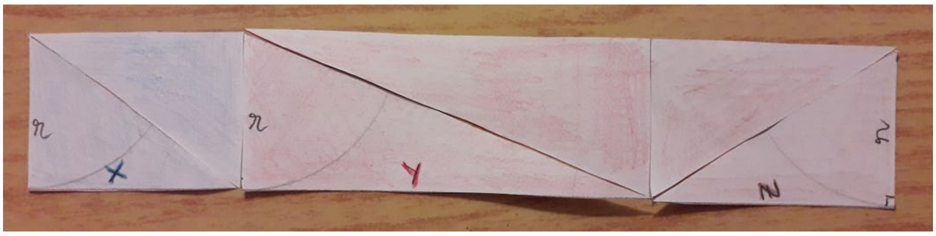




1. Coupez le triangle dans les 6 triangles nouvellement obtenus.



2. Regroupez les triangles afin de former un rectangle avec un côté de longueur r et l'autre de longueur $x + y + z$.



L'aire du triangle initial est égale à celle du rectangle, donc $S = r(x + y + z)$, $S = rp$.

Activité 4 – 15 minutes

Georges le menuisier doit construire une armoire dont les étagères ont la forme de triangles isocèles, comme sur le dessin. Aidez-le à calculer la branche du triangle sachant que les planches de l'étagère auront un diamètre de 40 cm.

a est un côté du triangle.

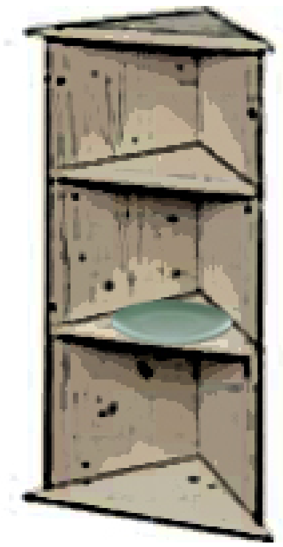
Évidemment, l'autre côté est aussi *a*. L'hypoténuse est $a\sqrt{2}$.

De cette façon, l'aire du triangle est $S = \frac{a^2}{2}$ et le périmètre $p = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2}$.

En substituent l'égalité nouvellement apprise, on obtient :

$S = rp \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{a+a+a\sqrt{2}}{2} r \Leftrightarrow a = (2 + \sqrt{2})r$

pour $r = 20$ şi $\sqrt{2} \simeq 1{,}42$ on a $a \simeq (2 + 1{,}42) \cdot 20 = 68{,}4$ cm



EVALUATION

Pour les tâches 1 et 2, seule la réponse correcte est requise, mais pour les tâches 3 et 4, nous avons besoin de l'ensemble du processus de calcul.

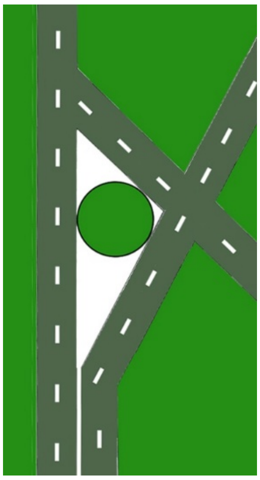
(20p) 1. Le centre du cercle inscrit à l'intérieur d'un triangle se trouve à:

a) l'intersection des côtés des *mediateurs* du triangle
b) l'intersection des *médiannes* du triangle
c) l'intersection des bissectrices des angles du triangle
d) l'intersection des hauteurs du triangle

(20p) 2. La formule de Heron pour calculer l'aire d'un triangle est la suivante:

a) $\boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, où S est le périmètre du triangle
b) $\boldsymbol{S} = \sqrt{\boldsymbol{p}(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, où S est le demi-périmètre du triangle
c) $\boldsymbol{S} = \sqrt{(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, où S est le périmètre du triangle
d) $\boldsymbol{S} = \sqrt{(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{b})(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{c})}$, où S est le demi-périmètre du triangle

(20p) 3. Calculez le rayon d'un cercle inscrit dans le triangle dont l'aire est de 96 m^2 et le périmètre de 48 m.



(30p) 4. Au carrefour de l'image, l'entreprise de design doit placer une pelouse dans le cercle du milieu et placer du marbre blanc dans le reste du triangle. Aidez les ouvriers à calculer la surface de la pelouse et la surface qui doit être recouverte de marbre, en connaissant les longueurs des côtés du triangle : $\boldsymbol{a} = \mathbf{40}$ m, $\boldsymbol{b} = \mathbf{30}$ m şi $\boldsymbol{c} = \mathbf{20}$ m.

Points pour l'enseignant : 10
Temps de travail : 15 minutes

RÉPONSES :

1. c)

2. b)

3. Nous calculons le demi-périmètre du triangle $p = \frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{\mathbf{2}} = 24$ m.

Nous calculons le rayon du cercle inscrit dans le triangle $r = \frac{S}{p} = 4$ m.

4. Nous calculons le demi-périmètre du triangle $p = \frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}}{\mathbf{2}} = 45$ m.

Nous calculons la surface du triangle en utilisant la formule de Heron $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{45 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25} = 75\sqrt{15}$ m2.

Nous calculons le rayon du cercle inscrit dans un triangle $\boldsymbol{r} = \frac{\boldsymbol{S}}{\boldsymbol{p}} = \frac{75\sqrt{15}}{45} = \frac{5\sqrt{15}}{3}$ m.

Nous calculons la surface du disque $A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{5\sqrt{15}}{3}\right)^2 = \pi \frac{125}{3}$ m2.

La surface qui doit être recouverte de marbre est $S - A = 75\sqrt{15} - \pi \frac{125}{3}$ m2.

LIGNES DIRECTRICES SUR L'INCLUSION

Chaque élève est différent et ses besoins en matière de supports peuvent varier. Vous trouverez ci-dessous plusieurs conseils qui pourraient rendre les cours de mathématiques plus inclusifs pour les élèves qui souffrent de troubles de l'apprentissage.

- Lorsque vous donnez des devoirs à la classe, essayez de les décomposer en petits morceaux. Évitez les doubles tâches dans les instructions. N'oubliez pas qu'en cas d'opérations/exercices comportant plusieurs étapes, il est essentiel d'aider les apprenants à décomposer les étapes.
- Vous pouvez utiliser des listes de suivi pour vos élèves afin de vous assurer qu'ils ont bien effectué toutes les étapes.
- Assurez-vous que la police, l'interligne et l'alignement de votre document sont accessibles aux étudiants ayant des troubles d'apprentissage. Il est recommandé d'utiliser une police de type Arial et Comic Sans, à espacement régulier et sans empattement. Autres : Verdana, Tahoma, Century Gothic et Trebuchet. L'espacement doit être de 1,5 et essayez d'éviter toute justification dans le texte.
- À la fin de chaque activité, prenez le temps de demander aux élèves ce qu'ils ont appris pour leur rappeler chaque étape de leur processus d'apprentissage.

- Ce scénario de leçon comprend la construction d'objets avec des matériaux : assurez-vous qu'ils sont suffisamment grands et faciles à manipuler.
- Tout en utilisant différents supports (papier, ordinateur et supports visuels), choisissez un fond différent du blanc, qui peut être trop lumineux pour les élèves souffrant de troubles de l'apprentissage. Le meilleur choix serait un pastel crème ou doux, mais essayez de tester différentes couleurs pour en savoir plus sur les préférences de vos élèves.
- Pour stimuler la mémoire à court et à long terme, préparez pour tous les élèves de la classe un plan décrivant ce qu'ils vont apprendre dans cette leçon et terminez-la par un résumé de ce qui a été enseigné. Cela renforcera leur capacité à mémoriser des informations.

EXEMPLE:

1. Commencez chaque leçon par un bref "CHECK-IN"

- Aujourd'hui, nous allons étudier le sujet (nom du sujet)
- Je vais vous parler de : (nommer 3 mots-clés en rapport avec le sujet)
- Ensuite, je présenterai des exercices : (nommer les exercices du livre de l'élève)
- Ensuite, nous ferons des exercices (expliquer la façon dont l'élève travaillera : par exemple, avec le professeur / par deux / individuellement)
- Une fois que les exercices seront faits [Pour continuer]

2. Terminer ensuite la leçon par un court "RÉCAPITULATIF".

- Au cours de la leçon, nous avons appris que (sujet de la leçon)
- Les choses les plus importantes étaient : (nommer 3 mots-clés en rapport avec le sujet)
- Nous avons pu faire... (parler du travail que les élèves ont fait pendant la leçon)

- Nous explorerons le sujet la prochaine fois lorsque nous en saurons plus sur (nommer le sujet suivant)

Il s'agit d'un petit ajustement qui prendra 5 minutes de la leçon mais qui peut faire une grande différence dans la façon dont le contenu sera mémorisé. Essayez d'en faire une habitude de travail.

LITTÉRATURE

Roger B. Nelsen, Proofs Without Words III - Further Exercises in Visual Thinking, Published and Distributed by The Mathematical Association of America, 2015