

LESSON SCENARIO 11: LANCER DE DÉS

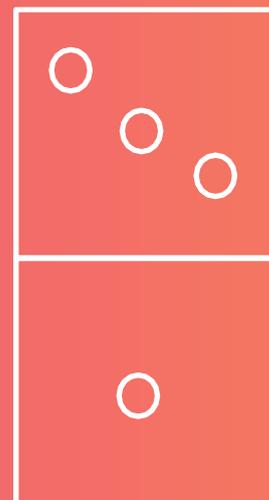
SUJET : PROBABILITÉ CONDITIONNELLE

NIVEAU /ÂGE : 14-16

CONNAISSANCES : Les bases de la statistique

DOMAINE D'APPLICATION : jeux, psychologie,

TEMPS : 55 MIN



RÉSULTATS D'APPRENTISSAGE

- Comprendre probabilités conditionnelles
- Interpréter les faux positifs
- Récolter des données
- Visualiser les probabilités conditionnelles

MÉTHODES PÉDAGOGIQUES

- Un cas pratique qui utilise des diagrammes en arbre pour aider les étudiants à comprendre la signification des résultats en probabilité conditionnelle.
- Résolution de problèmes

MOTS CLÉS

- Probabilité
- Analyse de données
- Évènements indépendants et dépendants
- Diagramme en arbre

RESSOURCES

- Un dé non pipé pour chaque groupe
- Environ 7 cubes rouges, 22 verts, 19 bleus et 11 jaunes ou le même nombre de morceaux de papier de couleur par groupe
- Une feuille d'exercice

ACTIVITÉS

ÉTAPE 1 : Décrire et simplifier le problème.

Pour cela il peut être nécessaire de fournir un plan d'action

5 min : Introduction de la leçon :

Qu'est-ce que la probabilité ? La **probabilité** est une mesure qui quantifie la possibilité que des événements se produisent ou non.

La prise en compte de la probabilité est importante en médecine, en droit et dans la société en général. Aujourd'hui, nous allons travailler sur un problème qui modélise l'interprétation des statistiques pour les tests, par exemple pour obtenir des résultats de tests pour des maladies graves comme le cancer, vérifier que les athlètes n'ont pas utilisé de substances dopantes et bien d'autres situations similaires impliquant des faux positifs.

La probabilité peut donc être très sérieuse, mais elle peut aussi apporter des réponses aux problèmes quotidiens. Imaginez :

Un fabricant de produits alimentaires possède une grande usine où sont produits différents types d'aliments. Chaque chaîne de production est séparée, de sorte que le ketchup et le chocolat aux noix sont produits dans des bâtiments distincts. Comme nous le savons, les allergies aux noix peuvent être dangereuses pour de nombreuses personnes. L'entreprise est très prudente, c'est pourquoi elle indique sur les étiquettes du ketchup qu'elles peuvent "contenir des traces de noix", mais une inspection est prévue, au cours de laquelle l'inspecteur est très méfiant et prélève 24 bouteilles pour les tester.

Quelles sont les chances que les noix se trouvent réellement dans la bouteille de ketchup prélevée par l'inspecteur ?

Nous supposons qu'une partie des bouteilles contiendra des noix et qu'une autre partie sera dépourvue de noix, mais certaines d'entre elles présenteront aussi un "faux positif", alors quelle est la chance que le producteur soit accusé à tort de ne pas être prudent ?

ÉTAPE 2 : Mener une enquête et collecter des données

5 min : Diviser les élèves en groupes de 3 ou 4. Chaque groupe aura besoin d'un dé à 6 faces et de quelques carrés rouges, verts, bleus et jaunes.

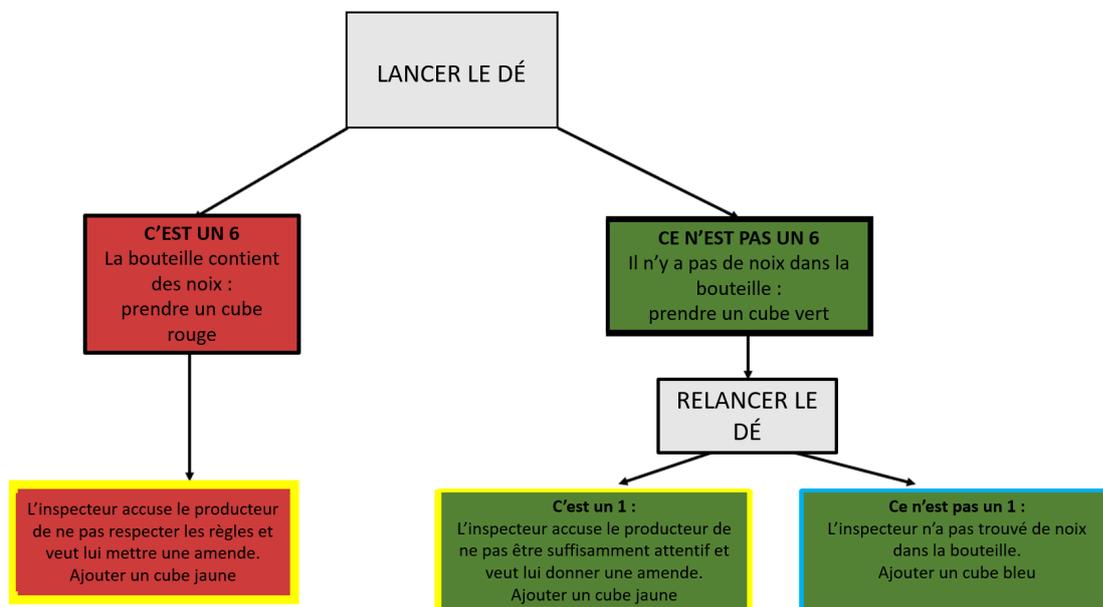
Lancer le dé !

6 = La bouteille contient des noix, tout autre résultat = la bouteille ne contient pas de noix.

Si la bouteille contient des noix, il n'est pas nécessaire de relancer les dés.

Si la bouteille ne contient pas de noix, jetez à nouveau les dés : 1 = c'est un faux positif, tout le reste = c'est négatif.

Tout d'abord, faites un test vous-même, afin que les élèves sachent comment mener leur propre enquête.



Questions aux élèves : Pouvez-vous dire ce que ces couleurs signifient ?
[Rouge=positif ; vert=négatif ; jaune=doute, amende (positif ou faux positif) ; bleu=négatif et pas d'amende]

Exercice de 10 min : Demander aux élèves de répéter l'expérience 24 fois (car il y a 24 bouteilles). Chaque groupe doit se retrouver avec 24 cubes.

Exercice de 5 minutes : Demander aux élèves de remplir les données sur leur feuille d'exercice. Une feuille de travail par 1 groupe.

15 min. Après cette expérience, comparer les résultats des expériences des groupes avec les probabilités réelles et assurez-vous qu'ils comprennent pourquoi il y a une différence.

Pour cela, passez en revue la manière dont les probabilités sont calculées :

Les bouteilles positives : $\frac{1}{6} \cdot 24 = 4$

$$\frac{1 \text{ (seul le score (6) indique un résultat positif)}}{6 \text{ (les six options du dé)}} \cdot 24 \text{ (nombre de bouteilles total)} \\ = 4$$

Les bouteilles négatives : $\frac{5}{6} \cdot 24 = 20$

$$\frac{5 \text{ (cinq faces (1, 2, 3, 4, 5) indiquent le négatif)}}{6 \text{ (les six options du dé)}} \cdot 24 \text{ (nombre de bouteilles total)} \\ = 20$$

Les bouteilles qui sont des faux-négatifs : $\frac{1}{6} \cdot 20 = 3,3$

$$\frac{1 \text{ (seul un chiffre (1) indique positif)}}{6 \text{ (les six options du dé)}} \cdot 20 \text{ (nombre de bouteilles négatives)} \\ = 3,3$$

Les bouteilles identifiées comme négatives : $\frac{5}{6} \cdot 20 = 16,6$

$$\frac{5 \text{ (cinq faces (1, 2, 3, 4, 5) indiquent le négatif)}}{6 \text{ (les six options du dé)}} \cdot 20 \text{ (nombre de bouteilles négatives)} = 16,6$$

Pour aller un peu plus loin, vous pouvez également introduire la **formule de taux de faux positifs** suivante pour vérifier si les résultats calculés sont corrects et pour vous assurer que vos élèves comprennent la notion de faux positifs :

$$\frac{FP}{N} = \frac{FP}{FP + VN}$$

FP = quantité de faux positifs

VN = quantité de vrais négatifs

N = total des négatifs

FP Faux positifs = nombre de cartes /cubes jaunes - nombre de cartes /cubes rouges

VN Vrais négatifs = Nombre de cartes / cubes bleus

N Négatifs = Nombre de cartes / cubes verts

10 min. Aborder les questions suivantes avec vos élèves :

- Quelles étaient vos attentes avant de commencer l'expérience ? Comparez vos résultats avec ceux de vos camarades de classe. Qui était le plus proche des probabilités réelles que nous venons de calculer ?
- Quelle est la probabilité pour le fabricant d'obtenir une amende pour une bouteille qui était en réalité sans noix ?
- Quels sont les avantages du diagramme en arbre ? Qu'en est-il du tableau à deux voies ? Quelles informations pouvez-vous trouver facilement dans chacun d'eux, qu'est-ce qui est plus difficile ou impossible à trouver ? Quelle partie de cet exercice avez-vous trouvée difficile ?

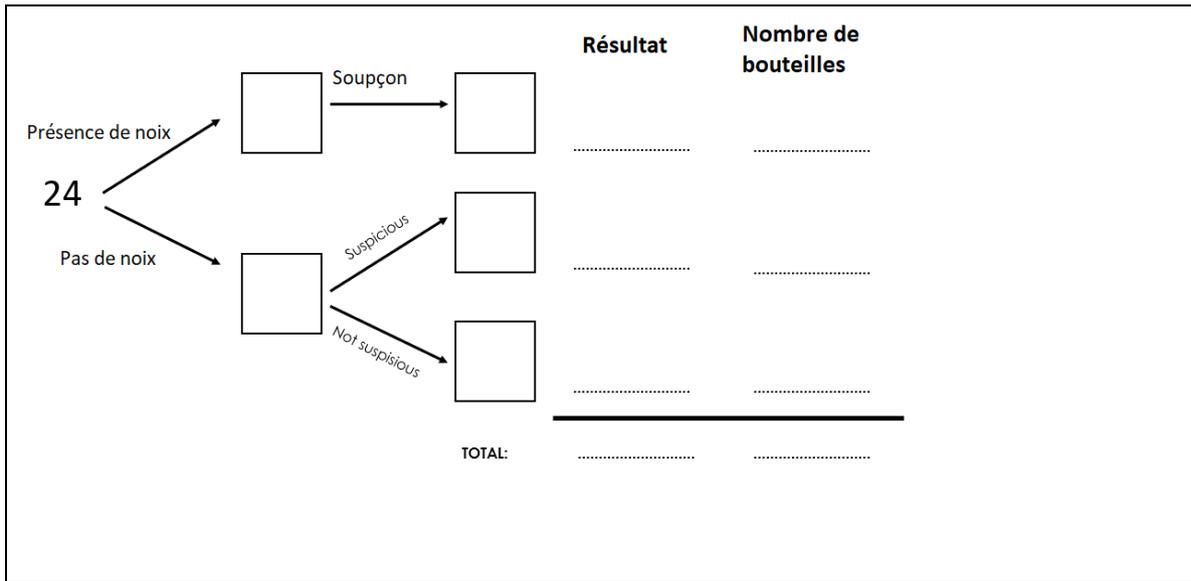
FEUILLE D'EXERCICE

COMPLÉTEZ LE TABLEAU À DOUBLE ENTRÉE ET LE DIAGRAMME EN ARBRE CI-DESSOUS POUR OBTENIR LES RÉSULTATS DE VOS TESTS SUR LES 24 BOUTEILLES DE KETCHUP.

TABLEAU À DOUBLE ENTRÉE

Tableau à double entrée		Est-ce que l'inspecteur soupçonne la bouteille de contenir des traces de noix et prévoit de mettre une amende au producteur ?		
		Très suspicieux sur la bouteille et veut mettre une amende	Rien d'anormal trouvé dans la bouteille - pas d'amende	TOTAL
Est-ce que la bouteille de ketchup contient des noix ?	Sans noix			
	Présence de noix			
TOTAL				

DIAGRAMME EN ARBRE



RÉPONSES :

Les réponses ci-dessous sont les différents résultats de l'expérience. Le premier et le troisième tableau montrent les résultats calculés, tandis que le deuxième tableau montre un résultat possible lorsque l'on mène l'expérience avec un dé en suivant les instructions ci-dessus. Bien entendu, les chiffres varieront toujours car 24 est un échantillon trop petit pour obtenir des résultats précis.

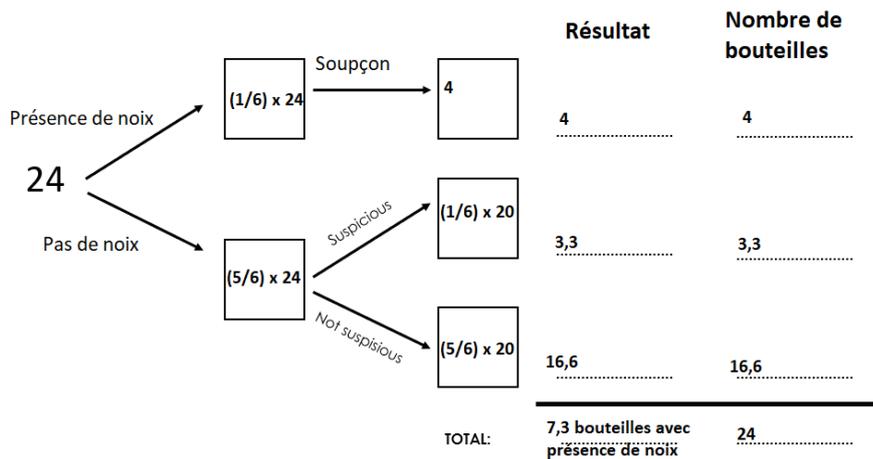
TABLEAU À DOUBLE ENTRÉE : RÉSULTATS CALCULÉS

Tableau à double entrée		Est-ce que l'inspecteur soupçonne la bouteille de contenir des traces de noix et prévoit de mettre une amende au producteur ?		
		Très suspicieux sur la bouteille et veut mettre une amende	Rien d'anormal trouvé dans la bouteille - pas d'amende	TOTAL
Est-ce que la bouteille de ketchup contient des noix ?	Sans noix	3,3	16,6	20
	Présence de noix	4		4
TOTAL		7,3	16,6	24

TABLEAU À DOUBLE ENTRÉE : RÉSULTATS POSSIBLES DE L'EXPÉRIENCE

Tableau à double entrée		Est-ce que l'inspecteur soupçonne la bouteille de contenir des traces de noix et prévoit de mettre une amende au producteur ?		
		Très suspicieux sur la bouteille et veut mettre une amende	Rien d'anormal trouvé dans la bouteille - pas d'amende	TOTAL
Est-ce que la bouteille de ketchup contient des noix ?	Sans noix	5	13	18
	Présence de noix	6		6
TOTAL		11	13	24

DIAGRAMME EN ARBRE : RÉSULTATS CALCULÉS



ÉVALUATION (5 MINUTES)

1. Expliquer ce que signifie "faux positif" !

Un faux positif signifie qu'un résultat positif est donné alors que la valeur réelle est négative.

Dans notre cas, cela signifie que certaines des bouteilles suspectes (nombre de "jaunes" - nombre de "rouges") ne contiennent pas réellement de noix, mais comme le deuxième tour de test (deuxième lancer de dés) indique qu'elles en contiennent, le fabricant recevra une amende pour celles-ci, même si elles ne contiennent pas de noix.

2. Pourquoi les résultats de l'expérience diffèrent-ils des résultats calculés ?
24 est un échantillon trop petit pour obtenir des résultats précis.

3. Quelles seraient les différences de probabilités si les dés avaient 8 faces ?
Il y aurait moins de faux positifs car la probabilité passerait de $1/6$ à $1/8$.

LIGNES DIRECTRICES POUR FAVORISER L'INCLUSION

Les supports visuels sont bénéfiques pour tous les élèves : l'enseignant peut dessiner un diagramme avec les dés au tableau afin que l'élève puisse regarder pendant qu'il mène l'expérience. Encouragez également les élèves à illustrer des problèmes si cela les aide, par exemple en faisant une carte mentale.

Divisez les instructions en étapes successives. Il est préférable de présenter les instructions à la fois sous forme écrite et orale.

Assurez-vous que les élèves comprennent les concepts, demandez aux élèves de répéter les instructions. Assurez-vous que les élèves se sentent à l'aise pour poser des questions.

Autorisez les aides et les technologies d'assistance pour les élèves qui en ont besoin.

Assurez-vous que la police de caractères, l'interligne et l'alignement sont accessibles aux élèves ayant des troubles d'apprentissage.

Demandez aux élèves d'expliquer le problème afin de développer leurs propres capacités d'analyse.

Demandez un retour d'information constant afin d'adapter les exercices. Certains élèves peuvent avoir besoin de plus de temps que d'autres. Fournissez également à l'avance le matériel nécessaire afin de ne pas perdre de temps à le chercher et à le rassembler.

Prévoyez une salle à l'abri des bruits et des distractions pour les étudiants ayant des difficultés d'apprentissage, en particulier les TDA/TDAH.

Encouragez les étudiants à créer un dictionnaire de mathématiques avec des concepts expliqués à leur manière avec des mots, des images, la langue primaire, etc.

Aidez les étudiants à comprendre le lien de cet exercice avec les problèmes de la vie quotidienne et la valeur des probabilités dans la vie quotidienne, en le rendant plus tangible.

Gardez à l'esprit que certains élèves pourraient avoir des difficultés à expliquer le processus qu'ils ont suivi pour trouver les réponses, établir un

environnement sûr et inclusif pour ces élèves afin de réduire leur anxiété. Chaque élève devrait être capable de trouver sa stratégie mentale pour résoudre les problèmes.

EXEMPLE :

1. Commencer chaque leçon par une courte " ENTRÉE EN MATIÈRE".

Aujourd'hui, nous allons étudier le sujet (nom du sujet)

Je vais vous parler de : (nommer 3 mots-clés en rapport avec le sujet)

Ensuite, je présenterai des exercices : (nommer les exercices du livre de l'élève)

Ensuite, nous ferons des exercices (expliquer la façon dont l'élève travaillera : par exemple, avec le professeur / par deux / individuellement)

Une fois que les exercices seront faits [Pour continuer]

2. Terminer ensuite la leçon par un court "RÉCAPITULATIF".

Au cours de la leçon, nous avons appris que (sujet de la leçon)

Les choses les plus importantes étaient : (nommer 3 mots-clés en rapport avec le sujet)

Nous avons pu faire... (parler du travail que les élèves ont fait pendant la leçon)

Nous explorerons le sujet la prochaine fois lorsque nous en saurons plus sur (nommer le sujet suivant)

Il s'agit d'une petite mise au point qui prendra 5 minutes de la leçon mais qui peut faire une grande différence dans la façon dont le contenu sera mémorisé. Essayez d'en faire une habitude de travail.

LITTÉRATURE

Inspired by collection Great Expectations: Probability through Problems by The University of Cambridge

Understanding Learning Disabilities: How Processing Affects Mathematics Learning, https://www.ldatschool.ca/wp-content/uploads/2018/03/2017-Math-LD-Waterfall-AODA_v005.pdf