



SCÉNARIO DE LEÇON 08 : L'INÉGALITÉ MOYENNE ARITHMÉTIQUE - MOYENNE GÉOMÉTRIQUE

Sujet : La moyenne arithmétique - l'inégalité de la moyenne géométrique

Niveau : Âge 14 - 15

Connaissances préalables : opérations avec des fractions, opérations avec des radicaux, moyenne arithmétique, moyenne géométrique, capital initial, capital final, intérêt simple et intérêt composé

Corrélation : Mathématiques financières, Art, Architecture

Temps : 50 minutes



RÉSULTATS DE L'APPRENTISSAGE

- Calcul de moyens arithmétiques et géométriques dans des situations pratiques et concrètes

MÉTHODES D'ENSEIGNEMENT

- Technologie de Réalité Virtuelle (RV)
- Travail frontal
- Travail individuel et travail en binôme

MOTS-CLÉS

- Moyenne
- Moyenne arithmétique
- Moyenne géométrique
- Inégalité

RESSOURCES

- Casques RV
- Tableau noir
- Fiches d'exercices
- Instruments géométriques, ciseaux
- Ordinateur portable/, calculatrice, projecteur

ACTIVITÉS

INTRODUCTION : RÈGLES DE CONDUITE POUR L'UTILISATION DE LA RV EN CLASSE (5 min)

L'enseignant entame une discussion avec les étudiants en leur demandant ce qu'ils pensent de l'utilisation de la RV et de leurs attentes en matière d'utilisation de la RV en classe.

Après la discussion, l'enseignant définit les méthodes de travail et les règles de conduite pour les étudiants concernant les précautions de sécurité pour l'utilisation des casques RV dans la classe et l'apprentissage dans l'environnement virtuel :

- écouter attentivement l'enseignant
- supprimer les obstacles physiques avant d'utiliser la RV
- toujours travailler en binôme - jamais seul
- garder l'appareil propre.

ACTIVITÉ 1 (5 min) LA MOYENNE ARITHMETIQUE ET LA MOYENNE GEOMETRIQUE

Accessoires requis : tableau noir ou PowerPoint préparé

L'enseignant présente le sujet de la leçon et rappelle aux élèves les concepts suivants:

Le mot "moyenne" se retrouve presque quotidiennement dans les discussions des gens, dans des expressions telles que : "durée moyenne de la vie des gens", "durée de vie moyenne d'un appareil", "poids moyen d'un produit". La moyenne est une valeur typique ou centrale d'un grand nombre de données. Pour que la moyenne ait un caractère objectif, il est nécessaire de choisir le bon type de moyenne (nom mathématique de la moyenne). Les moyennes les plus utilisées sont : la moyenne arithmétique ; la moyenne géométrique ; la moyenne harmonique ; la moyenne carrée/quadratique.

La moyenne arithmétique d'une liste de n nombres x_1, x_2, \dots, x_n est la somme des nombres divisée par n :

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

La moyenne géométrique est définie comme la n ème racine du produit de n nombres non négatifs. Pour un ensemble de n nombres non négatifs x_1, x_2, \dots, x_n , la moyenne géométrique est définie comme étant:

$$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

ACTIVITÉ 2 (5 min) LA MOYENNE ARITHMETIQUE - L'INÉGALITÉ DE LA MOYENNE GEOMÉTRIQUE

Accessoires nécessaires : tableau noir ou PowerPoint préparé

L'enseignant présente l'inégalité des moyennes.

Pour une liste de n nombres non négatifs x_1, x_2, \dots, x_n , en utilisant les notations mathématiques, AM-GM, l'inégalité s'écrit comme suit:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n},$$

et que l'égalité existe si et seulement si $x_1 = x_2 = \dots = x_n$.

Le cas de deux nombres non négatifs a et b , est l'affirmation que :

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

avec égalité si et seulement si $a = b$.

L'inégalité AM-GM est une inégalité de base, utilisée pour démontrer d'autres inégalités.

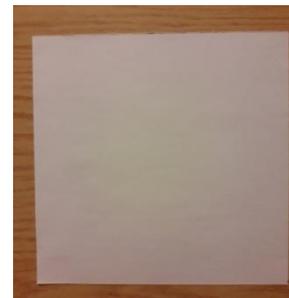
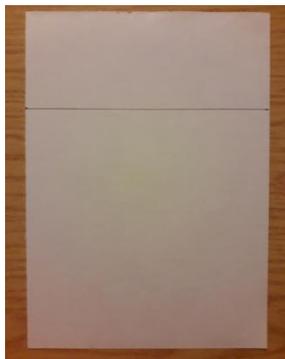
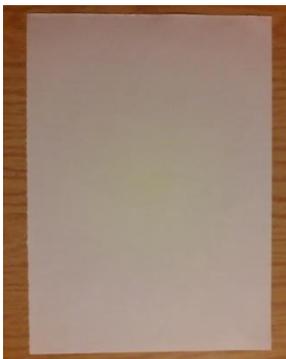
ACTIVITÉ 3 (10 min) UNE DÉMONSTRATION VISUELLE ET MATHÉMATIQUE

L'enseignant répartit les élèves par deux et leur explique les différentes étapes.

Forme de travail : travail en binôme

Accessoires nécessaires : feuilles de travail, instruments géométriques, ciseaux

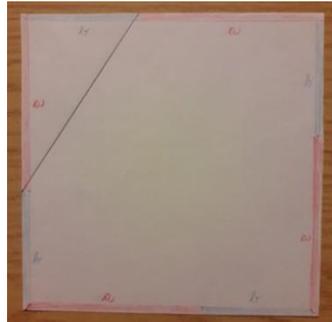
Vous trouverez ci-dessous une démonstration visuelle :



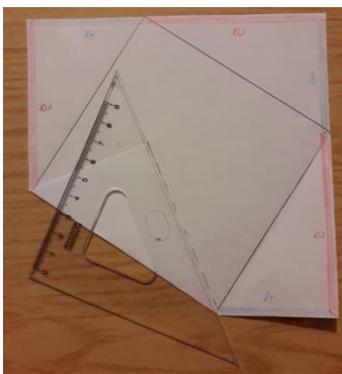
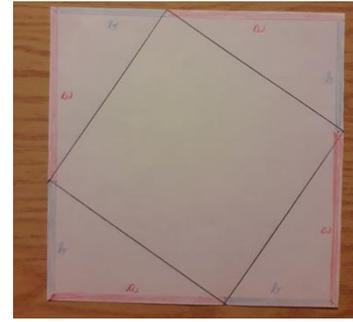
1. Faites un carré à partir d'une feuille de papier.



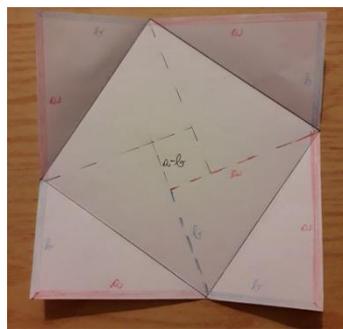
2. Divisez chaque côté en deux segments de longueur a et b .



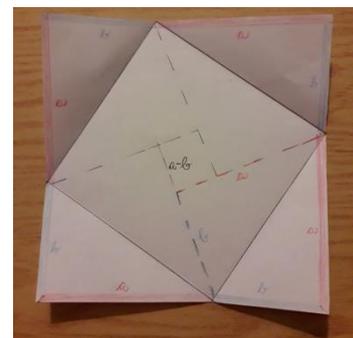
3. Tracez une ligne d'un point à l'autre, comme indiqué sur les photos.



4. Pliez la feuille de papier le long des segments ainsi obtenus.



5. Tracez une ligne en pointillés le long du côté le plus long (de longueur a dans notre illustration).



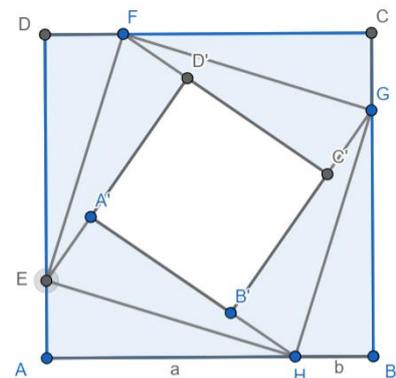
6. L'aire du carré de côté $a + b$, $(a + b)^2$ et 8 fois plus grande que celle d'un triangle rectangle de cathètes a et b , qui est $8 \cdot \frac{a \cdot b}{2}$. Et on obtient l'inégalité, seulement si $a = b$.

Une fois que les élèves ont terminé l'activité, l'enseignant présente une application appelée geobra.org, qui modélise la même idée que celle sur laquelle les élèves ont travaillé. Ensuite, l'enseignant démontre l'inégalité (de manière classique):

$$\frac{a + b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{a \cdot b} \Leftrightarrow$$

$$(a + b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab \Leftrightarrow$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0.$$



ACTIVITÉ 4 (10 min) INÉGALITÉ DES MOYENNES DANS L'APPLICATION DE LA RV

L'enseignant attribue la tâche aux élèves.

L'élève:

- trouve et sélectionne l'exercice INÉGALITÉ DES MOYENNES sur l'étagère à exercices
- résout des tâches dans une application RV
- l'élève modifiera la taille des segments a et b en observant les différences entre les deux surfaces

Forme de travail : travail en binôme

Accessoires requis : Casque RV

DÉROULEMENT DE L'ACTIVITÉ :

L'enseignant répartit les élèves en binômes. L'élève A met soigneusement son casque RV, ouvre l'exercice INÉGALITÉ DES MOYENNES dans une bibliothèque virtuelle dans une application RV et résout les tâches dans un environnement virtuel. L'élève B l'assiste. Cette étape est suivie d'une permutation des rôles.

ACTIVITÉ 5 (15 min) Fiches de travail

Des solutions complètes sont requises pour tous les problèmes.

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

1. Déterminez si la phrase suivante est vraie :

" $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}, \forall a, b \in (0, \infty)$ " (vrai ou faux) et expliquez le choix que vous avez fait.

2. Calculez la moyenne arithmétique des nombres 3, 4, 27, 64. Calculez la moyenne géométrique des nombres : 3, 4, 27, 64. Comparez les résultats.

3. Calculez la moyenne arithmétique des nombres : $3 + \sqrt{8}$ et $3 - \sqrt{8}$. Calculez la moyenne géométrique des nombres : $3 + \sqrt{8}$ et $3 - \sqrt{8}$. Comparez les résultats.

SOLUTIONS POUR LES FEUILLES DE TRAVAIL:

1. L'affirmation est fausse. Si $a = b$, alors l'inégalité devient une égalité.

$$2. AM = \frac{3 + 4 + 27 + 64}{4} = \frac{98}{4} = 24,5. GM = \sqrt[4]{3 \cdot 4 \cdot 27 \cdot 64} = \sqrt[4]{2^8 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3 = 12. AM > GM.$$

$$3. AM = \frac{(3 + \sqrt{8}) + (3 - \sqrt{8})}{2} = \frac{6}{2} = 3. GM = \sqrt{(3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8})} = \sqrt{9 - 8} = 1. AM > GM.$$

EVALUATION

1. J'aime la façon de travailler dans cette leçon.	1	2	3	4	5
2. Cette leçon était intéressante.	1	2	3	4	5
3. Ce que j'étais censé apprendre dans cette leçon est clair.	1	2	3	4	5
4. Le sujet a été clairement expliqué.	1	2	3	4	5
5. J'ai acquis des connaissances sur le sujet.	1	2	3	4	5
6. Je pense avoir participé activement à cette leçon.	1	2	3	4	5
7. J'étais plus actif dans cette leçon que d'habitude.	1	2	3	4	5
8. En étant actif, j'ai contribué à la qualité de la leçon.	1	2	3	4	5
9. J'étais motivé pour travailler dans cette leçon.	1	2	3	4	5
10. Je préfère utiliser la RV dans les cours.	1	2	3	4	5
11. Nommez deux choses que vous avez appréciées dans cette leçon.					
12. Nommez deux choses que vous n'avez pas aimées dans cette leçon.					

GUIDE D'INCLUSION

Chaque élève est différent et ses besoins en la matière peuvent varier. Vous trouverez ci-dessous plusieurs conseils qui pourraient rendre les cours de mathématiques plus inclusifs pour les élèves souffrant de troubles de l'apprentissage.

- Lorsque vous donnez des devoirs à la classe, essayez de les diviser en petits éléments d'information. Évitez les doubles tâches dans les instructions. N'oubliez pas que dans le cas d'opérations/exercices comportant plusieurs étapes, il est essentiel d'aider les apprenants à décomposer les étapes.
- Vous pouvez utiliser des listes de contrôle pour vos élèves afin de vous assurer qu'ils ont suivi toutes les étapes.
- Assurez-vous que la police, l'interlignage et l'alignement de votre document sont accessibles aux étudiants ayant des troubles de l'apprentissage. Il est recommandé d'utiliser une police sans empattement, à espacement régulier, telle que Arial et Comic Sans. Autres : Verdana, Tahoma, Century Gothic et Trebuchet. L'espacement doit être de 1,5 et il faut éviter les justifications dans le texte.
- À la fin de chaque activité, prenez le temps de demander aux élèves ce qu'ils ont appris afin de reconnaître chaque étape de leur processus d'apprentissage.
- Veillez à ce que le matériel manipulé par les étudiants soit suffisamment facile à appréhender.
- Lorsque vous utilisez différents supports (papier, ordinateur et aides visuelles), choisissez un fond différent du blanc, qui peut être trop lumineux pour les élèves souffrant de troubles de l'apprentissage. Le meilleur choix serait le crème ou le pastel doux, mais essayez de tester différentes couleurs pour en savoir plus sur les préférences des élèves.
- Pour stimuler la mémoire à court et à long terme, préparez pour tous les élèves de la classe un plan décrivant ce qu'ils vont apprendre au cours de cette leçon et terminez par un résumé de ce qui a été enseigné. De cette façon, ils renforceront leur capacité à se souvenir des informations.

EXEMPLE:

1. Commencez chaque leçon par un bref "CHECK-IN".

- Aujourd'hui, nous allons étudier le sujet (nom du sujet)
- Je vais vous parler de : (nommez 3 mots-clés en rapport avec le sujet)
- Ensuite, je présenterai des exercices : (nommez les exercices du livre de l'élève)
- Ensuite, nous ferons des exercices (expliquer la façon dont les élèves travailleront : ex. ensemble avec le professeur / par deux / individuellement)

- Une fois les exercices terminés [Pour continuer]

2. Puis terminez la leçon par un bref "CHECK-OUT".

- Pendant la leçon, nous apprenons à connaître (sujet de la leçon)
- Les éléments les plus importants étaient : (citer 3 mots-clés en rapport avec le sujet)
- Nous avons pu faire... (parler du travail effectué par l'élève pendant la leçon)
- Nous explorerons ce sujet la prochaine fois lorsque nous étudierons (nommez le sujet suivant)

Il s'agit d'un petit ajustement qui prendra 5 minutes de la leçon mais qui peut faire une grande différence dans la façon dont le matériel sera mémorisé. Essayez d'en faire une habitude de travail.